

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА
Государственный астрономический институт
имени П.К.Штернберга

На правах рукописи

Зотов Леонид Валентинович

**ИССЛЕДОВАНИЕ СВЯЗЕЙ МЕЖДУ
ВРАЩЕНИЕМ ЗЕМЛИ
И ГЕОФИЗИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ**

специальность 01.03.01
астрометрия и небесная механика

ДИССЕРТАЦИЯ
на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Научные консультанты: астроном
Парижской обсерватории К. Бизуар,
д.ф.-м.н. Н.С. Сидоренков

Москва–2019

УДК 521-93

Зотов Л.В. Исследование связей между вращением Земли и геофизическими процессами. – М: ГАИШ МГУ, 2019. – 307 с.

Работа посвящена рассмотрению геофизических процессов, вызывающих движение полюса и изменение длительности суток. Особенное внимание уделено Чандлеровскому движению полюса. Разработана методика его выделения и восстановления геодезического возбуждения. Исследуются атмосферные и океанические возбуждающие функции в Чандлеровском диапазоне. С использованием данных по гравитационному полю Земли со спутников GRACE анализируются первые коэффициенты разложения гравитационного потенциала в аспекте влияния соответствующего перераспределения масс на вращение Земли. Дана классическая теория вращения Земли с жидким внешним и твердым внутренним ядром, на её основе уравнения Эйлера-Лиувилля обобщены на случай трехосной Земли с океанами. В работе также проводится статистический анализ прогнозов параметров вращения Земли, обсуждаются взаимосвязи вращения Земли и климатических процессов.

Научные консультанты: астроном Парижской обсерватории
Кристиан Бизуар,
д.ф.-м.н. Н.С. Сидоренков,

©Л.В. Зотов

Содержание

| | |
|--|-----------|
| Предисловие | 8 |
| Реферативное введение | 11 |
| Введение | 25 |
| 1 Параметры вращения Земли | 29 |
| 1.1 Методы наблюдений за вращением Земли | 29 |
| 1.2 Центр параметров вращения Земли МСВЗ | 33 |
| 1.3 Параметры ориентации Земли | 36 |
| 2 Обобщенное уравнение Эйлера-Лиувилля | 42 |
| 2.1 Экскурс в проблему | 42 |
| 2.2 Трехосная асимметрия | 45 |
| 2.3 Асимметрия полюсного прилива | 49 |
| 2.3.1 Эффект вращательной деформации | 49 |
| 2.3.2 Обобщенные экваториальные уравнения Лиувилля в линеаризованном виде | 50 |
| 2.4 Решение обобщенных линеаризованных уравнений Лиувилля | 52 |
| 2.4.1 Решение в частотной области и собственные частоты | 52 |
| 2.4.2 Решение во временной области | 55 |
| 2.4.3 Влияние на вынужденную нутацию на частоте σ_0 . | 55 |
| 2.5 Наблюдательные следствия | 56 |
| 2.5.1 Симметрический и асимметрический отклик на круговое возбуждение на заданной частоте | 56 |
| 2.5.2 Собственная эллиптичность | 58 |
| 2.5.3 Численные оценки величин асимметрического вкла- да во временной области. | 60 |
| 2.5.4 Последствия для геодезического возбуждения . . . | 60 |
| 2.6 Выводы и замечания | 61 |

| | | |
|----------|---|------------|
| 3 | Методика решения обратной задачи восстановления входного чандлеровского возбуждения | 64 |
| 3.1 | Решение обратной задачи восстановления чандлеровского возбуждения | 64 |
| 3.2 | О погрешности выделения чандлеровской компоненты | 68 |
| 3.3 | Использованные данные по эффективному угловому моменту | 70 |
| 3.4 | Сравнение геодезического и геофизического возбуждений в чандлеровском диапазоне | 74 |
| 3.5 | Итоги | 79 |
| 4 | Моделирование огибающей чандлеровского колебания и его возбуждения | 81 |
| 4.1 | О целях главы | 81 |
| 4.2 | Модель огибающей ЧДП | 83 |
| 4.3 | Корректирующий фильтр Пантелеева как регуляризирующий алгоритм | 86 |
| 4.4 | Вывод уравнения для огибающей чандлеровского колебания и его возбуждения | 89 |
| 4.5 | О 20-летней модуляции возбуждения | 90 |
| 4.6 | Эффект “эскарго” | 93 |
| 4.7 | Эффект “эскарго” | 96 |
| 4.8 | Еще раз о резонансе | 97 |
| 4.9 | Выводы | 98 |
| 5 | Возбуждения в рамках обобщенного уравнения Эйлера-Лиувилля | 100 |
| 5.1 | Реконструкция прямого и обратного чандлеровского возбуждений в рамках обобщенного уравнения | 100 |
| 5.2 | Анализ и сравнение с геофизическим возбуждением | 104 |
| 5.3 | Заключительные замечания | 109 |
| 6 | Анализ осевого углового момента атмосферы ААМ | 110 |
| 6.1 | О влиянии зональной компоненты ААМ на LOD | 110 |
| 6.2 | Использованные данные NCEP/NCAR | 113 |
| 6.3 | Совместный МССА компонент ААМ ветра и давления | 118 |
| 6.4 | Сравнение с данными ESMWF | 125 |
| 6.5 | Выводы и дискуссия | 126 |
| 7 | О двух гармониках лунного прилива в ААМ | 130 |
| 7.1 | Перевод углового момента в небесную систему координат | 130 |

| | | |
|-----------|--|------------|
| 7.2 | Выявленные особенности небесного углового момента с периодами от 2 суток до 1 месяца | 134 |
| 7.3 | Вычисление момента сил | 134 |
| 7.4 | О приливной природе 13.6 - суточной гармоник | 136 |
| 7.5 | Анализ 6-суточного пика в ААМ | 139 |
| 8 | Океан как фактор климата и его угловой момент | 141 |
| 8.1 | На стыке климатологии и геофизики | 141 |
| 8.2 | Тренды изменений климата | 142 |
| 8.3 | Динамика океана и атмосферы, определяющая многолетние циклы | 148 |
| 8.4 | Течения в Мировом океане и климат | 151 |
| 8.5 | Угловой момент океана ОАМ | 154 |
| 8.6 | МССА-анализ экваториальной компоненты массы ОАМ | 157 |
| 8.7 | Заключительные замечания | 164 |
| 9 | Анализ данных о гравитационном поле со спутников GRACE | 166 |
| 9.1 | О миссии GRACE | 166 |
| 9.2 | Обработка данных GRACE | 169 |
| 9.2.1 | Подготовка исходных данных | 169 |
| 9.2.2 | МССА-фильтрация данных GRACE | 170 |
| 9.3 | Гидрология России по данным GRACE | 172 |
| 9.4 | О роли GRACE при определении нестерической компоненты изменений уровня моря | 180 |
| 9.5 | Данные GRACE по массе океана | 183 |
| 9.6 | Результаты МССА-обработки данных по массе океана | 183 |
| 9.7 | Перспективы использования данных GRACE | 185 |
| 10 | Анализ первых гармоник гравитационного потенциала Земли | 188 |
| 10.1 | Введение | 188 |
| 10.2 | Источники рядов координат геоцентра | 189 |
| 10.3 | Анализ рядов геоцентра | 191 |
| 10.4 | Динамический форм-фактор J_2 по данным SLR и GRACE | 195 |
| 10.5 | Сингулярный спектральный анализ J_2 | 195 |
| 10.6 | О влиянии коэффициентов гравитационного потенциала второй степени на вращение Земли. | 198 |
| 10.7 | Вариации во вращении Земли, вызванные изменениями C_{21} , S_{21} и C_{20} | 199 |

| | | |
|-----------|---|------------|
| 10.8 | О возможных общих причинах особенностей вращения Земли и циркуляции в оболочках | 205 |
| 10.9 | Итоги анализа первых коэффициентов геопотенциала | 211 |
| 11 | Статистический анализ прогнозов ПВЗ | 213 |
| 11.1 | О прогнозировании ПВЗ | 213 |
| 11.2 | Об использованных методах прогнозирования | 215 |
| 11.2.1 | Метод наименьших квадратов | 215 |
| 11.2.2 | Авторегрессия | 216 |
| 11.2.3 | Средняя квадратическая коллокация | 216 |
| 11.2.4 | Нейронные сети | 217 |
| 11.2.5 | Прогнозы Шанхайской обсерватории | 218 |
| 11.2.6 | Комбинированные прогнозы | 218 |
| 11.3 | Статистический анализ результатов | 218 |
| 11.3.1 | Погрешности ME и RMSE | 218 |
| 11.3.2 | Пример отдельного прогноза | 219 |
| 11.3.3 | Анализ отклонения прогнозов от наблюдений | 220 |
| 11.4 | Выводы по выполнявшимся прогнозам | 227 |
| | Заключение | 229 |
| | Приложения | 234 |
| | Приложение А | |
| | Аспекты теории вращения Земли | 234 |
| | Кинематические соотношения в подвижной и неподвижной системах координат | 234 |
| | Координаты и скорости | 234 |
| | Ускорения | 236 |
| | Центробежное и кориолисово ускорения | 237 |
| | Уравнение Лагранжа вращения твердого тела | 238 |
| | Динамические уравнения Эйлера | 239 |
| | Уравнения Эйлера-Лиувилля | 241 |
| | Чандлеровское колебание полюса | 245 |
| | Уравнения Эйлера-Лиувилля в матричном виде | 248 |
| | Вывод уравнений вращения трехслойной Земли | 248 |
| | Вывод уравнений для твердого ядра | 249 |
| | Вывод уравнений для жидкого ядра | 253 |
| | Вывод уравнений для всей Земли с мантией | 255 |
| | Система уравнений для колебания осей мантии, внешнего и внутреннего ядер | 259 |

| | |
|---|------------|
| Учет ядра, комментарии об обозначениях | 264 |
| Вывод уравнения для момента импульса жидкого ядра . . . | 266 |
| Приложение Б | |
| Оконное преобразование | 271 |
| Приложение В | |
| Выявленные ошибки прогнозов | 273 |
| Приложение Г | |
| Многоканальный сингулярный спектральный анализ . . . | 274 |
| Приложение Д | |
| Корректирующий фильтр Пантелеева | 278 |
| Список литературы | 284 |
| Работы автора | 284 |
| Диссертации | 287 |
| Книги, монографии, лекции | 289 |
| Источники, содержащие вольную интерпретацию | 293 |
| Статьи на русском языке | 293 |
| Статьи на иностранных языках, классические | 296 |
| Статьи на иностранных языках, современные | 297 |
| Сайты, описания, технические записки | 310 |
| Список иллюстраций | 313 |
| Список таблиц | 319 |

Предисловие

*В сердце каждого человека
хранится одно правдивое послание,
но оно погребено под обрывками обветшалых книг.
В сердце каждого человека звучит один правдивый напев,
но его заглушают распутные песенки и буйные крики.
Тот кто предан учению, должен отместить все внешнее
и напрямую постичь изначальное.
Только тогда он поймет, что есть подлинного в жизни.
Хун Цзичен “Вкус корней”, перевод В. Малявина*

Представленная вниманию читателей докторская диссертация содержит материалы, которые разрабатывались автором в последние 12 лет, с момента защиты им кандидатской диссертации [51]. Она содержит более глубокую разработку вопросов, поставленных в [51]. Большое влияние на автора оказали такие актуальные вопросы современности, как изменения климата, развитие космических средств наблюдений, достижения альтиметрии, гравиметрии и др. Выбор материала связан с темами, которыми занимались учителя автора и его предшественники. Понимание важности многих вопросов для прикладных задач, автором руководило стремление применить новые передовые методы обработки данных к обширным данным измерений, накопившимся к настоящему моменту. В основной части, работа посвящена рассмотрению движения полюса, в особенности чандлеровского колебания, длительности суток LOD и анализу перераспределения масс. Несмотря на ёмкость темы, сужать название автор не стал, при этом некоторые вопросы, такие как возможная взаимосвязь сейсмической и вулканической активности с вращением Земли, высокочастотные вариации параметров вращения Земли (ПВЗ) и др остались без внимания. Лишь косвенно затронуты вопросы моделирования прецессии и нутации, движений в ядре Земли, связанных с внутренними напряжениями в недрах и электромагнитным взаимодействием на границе ядро-мантия. Как бы ни была велика работа, она не может включить всех тем, лежащих на стыке традиционно геодезического предмета – вращения Земли и современной геофизики. В качестве оправдания можно сказать, что в современную эпоху по каждой из специ-

ализированных областей имеется такое количество исследований и литературы, что любая работа, во-первых, не включит всего, а во-вторых, во многом повторяет уже сделанное. Автор старался ссылаться на всякую работу, связанную с темой его исследований, и надеется, что авторов, работающих по теме вращения Земли и не обнаруживших себя в списке литературы, будет мало. Если такие найдутся, то это не от предвзятости, а из-за обилия издаваемых материалов по предмету.

Сосредоточение внимания вокруг чандлеровского колебания позволило поставить ряд интересных вопросов, таких как согласие геодезических и геофизических возбуждений, причины амплитудных модуляций, точность модели, задаваемой классическими и обобщенными уравнениями Эйлера-Лиувилля. Удалось ли автору диссертации открыть новое направление исследований по тематике взаимосвязи вращения Земли с изменениями климата – судить не ему. Представленный текст – это продукт своего времени, и автору хотелось бы, чтобы в нём оказалось то, что не сразу уйдет в анналы истории, но останется актуальным и для следующего поколения. Нередко, открыв исследование какой-нибудь двадцатитридцатилетней давности, удивишься тому, как быстро движется вперед наука. Интересы научного сообщества постоянно меняются, вчера еще передовые методы устаревают. Хочется верить, что десятилетия жизни, вложенные в представленную работу – не просто утраченное время. Впрочем, любой процесс творчества оправдывает сам себя и в некотором смысле является самоцелью.

Автор благодарит тех читателей, которые найдут в себе силы ознакомиться с диссертацией, и надеется, что им покажутся интересными сведения, накопленные в ходе наблюдений за вращением Земли, океаном, атмосферой, результаты компьютерного моделирования и некоторые теоретические идеи. Ориентируясь на развитие науки на Востоке и Западе, автор старался сохранять и развивать методологию и идеи отечественной школы.

Хотелось бы выразить благодарность В.Л. Пантелееву, Н.С. Сидоренкову, В.С. Губанову, С.М. Копейкину, Я.С. Яцкиву, С.Л. Пасынку, В.Л. Горшкову, Н.А. Чуйковой, А.Г. Яголе, Н.Л. Фроловой за полезные дискуссии и наставления, а также зарубежным коллегам: К. Бизуару, С.К. Шаму, В. Шену, С. Сю, Ю. Джоу, Дж. Гуо, Ч. Хуангу, Х. Феррандишу, А. Бжезинскому, И. Настуле, Р. Гроссу, В. Дехант и многим другим за поддержку и дискуссии.

Автор благодарен своим дипломникам в МИЭМ ВШЭ: Е. Щепловой, Е. Балакиревой, А. Скоробогатову, И. Сгибневу, В. Власовой и Х. Езиеву, проявившим интерес к совместным исследованиям. С рядом из

них автор опубликовал совместные статьи, результаты которых вошли в главы данной диссертации. Он благодарен Б.П. Середину, чьё обширное собрание книг по геофизике было передано автору внучкой Анной. При выполнении работы большую поддержку оказали близкие автору люди: мама Ольга Викторовна и жена Екатерина.

Первое знакомство с результатами работы спутников GRACE, вызвавшее интерес к проблемам изменения климата, состоялось в Школе наук о Земле Университета штата Огайо, США, где автор работал по гранту Фулбрайта в 2009-2010 гг. Появившаяся тогда идея применения многоканального сингулярного спектрального анализа (МССА) была разработана в 2010 г. По соответствующей теме был получен грант Президента России. Впоследствии большой интерес к этой теме проявили сотрудники географического и геологического факультетов МГУ. Работа по анализу угловых моментов атмосферы и океана на сетке велась в Шанхайской обсерватории по гранту Академии наук Китая для приглашенного ученого в 2011-2012 гг. Анализ чандлеровского колебания и возбуждающих функций был начат еще в кандидатской диссертации, далее проводился при поддержке Парижской обсерватории в ходе нескольких месячных стажировок. Исследование вариаций первых гармоник гравитационного поля было инициировано Ю.В. Баркиным, поддержано Н.А. Чуйковой и вылилось в исследование влияния внутренних структур Земли на вращение планеты. Эта работа продолжается в Уханьском университете при поддержке программы “111” по инновациям инженерных дисциплин в современной геодезии и геодинاميке. Автор также благодарен грантам РФФИ, при поддержке которых проходило сотрудничество с интереснейшими научными коллективами и был опубликован ряд совместных работ, а также программе кадрового резерва НИУ ВШЭ.

10 марта 2018 г.

Л.В. Зотов

Реферативное введение

Общая характеристика работы Как известно, Земля – это волчок, наклон оси которого к плоскости эклиптики определяет климатические пояса, а период обращения служит мерой продолжительности суток (LOD). Астрономам известно, что ось Земли прецессирует под действием гравитации Солнца, Луны и планет, что сказывается на климате; скорость вращения Земли непостоянна из-за приливного замедления и небольших вариаций LOD (в пределах нескольких миллисекунд); и, поскольку планета в целом – не мертвый мир, она “живет” своей жизнью: в океане, атмосфере, литосфере и недрах идут термодинамические процессы, перераспределяются массы, меняется магнитное поле, идет обмен моментом импульса между оболочками, даже деятельность человека уже сказывается на климате, — все это, в той или иной степени, вызывает колебания мгновенной оси вращения Земли и движение полюсов (ДП).

Задачей представленной работы было рассмотрение различных геофизических эффектов в атмосфере, океане и твердой Земле, которые находят отражение в вариациях вращения Земли и по которым накоплен наблюдательный материал, достаточный для точного анализа.

В работе рассматриваются движение полюса и изменения длительности суток, сопоставляются геодезические и геофизические возбуждения, развивается формализм обобщенного уравнения Эйлера-Лиувилля, решается обратная задача восстановления возбуждения чандлеровского движения полюса. Исследуются процессы в океане и атмосфере, сказывающиеся на вращении Земли, перераспределения масс ледников и вод суши, находящие отражение в гравитационном поле. Получен ряд результатов по сопоставлению параметров вращения Земли (ПВЗ) с климатическими индексами. Подведена статистика выполнявшихся с 2012 г. прогнозов ПВЗ.

Заметим, что моделирование неоднородностей вращения Земли имеет практический смысл, оно необходимо для связи земной и небесной систем координат, для решения задач космической навигации и позиционирования, имеет важное значение для обороноспособности страны.

В работе содержатся материалы, необходимые для понимания основ современной теории вращения Земли, которая базируется на механике

многослойного вращающегося тела, теории деформаций, современных моделях внутреннего строения Земли. Дан вывод линеаризованных уравнений Эйлера-Лиувилля с комплексной резонансной чандлеровской частотой. В матричном виде записаны уравнения вращения трехслойной Земли с жидким внешним и твердым внутренним ядром, лежащие в основе теории нутации IAU 2000.

Выведены обобщенные уравнения Лиувилля для трехосной мантии и асимметричного полюсного прилива. Показано, что в рамках такого формализма появляются две резонансные частоты на прямой и обратной чандлеровской. Соответствующие симметрический и асимметрический вклады дают отклик как в прямом, так и ретроградном диапазонах частот, которые оказываются сцеплены. Вычислен бюджет океанического и атмосферного возбуждений, показано, что вклад от асимметрической части находится на уровне нескольких миллисекунд дуги и может проявляться в наблюдаемых параметрах ориентации Земли (ПОЗ).

В диссертации дается обзор методов решения обратных задач, делается вывод о том, что в основе подходов, ограничивающих область решения, лежат принципы фильтрации. На основе фильтрации В.Л. Пантелеева выделяется чандлеровское движение полюса (ЧДП) и его возбуждение. В изменениях амплитуды ЧДП, с минимумом в 1930-е и 2010-е гг., при более тщательном рассмотрении удалось обнаружить квазивосьмидесятилетние и сорокалетние колебания. Последним соответствуют двадцатилетние модуляции амплитуды чандлеровского возбуждения. На основе многоканального сингулярного спектрального анализа выделены моды изменчивости углового момента океана и атмосферы на сетке по данным ECCO, NCEP/NCAR, ECMWF. Выполнен анализ гравитационного поля Земли по данным GRACE. В его изменениях выделены тренды и годовые колебания. Исследованы перераспределения масс в бассейнах крупных рек России с 2013 по 2017 гг.

В последние десятилетия, благодаря развитию средств космической геодезии и гравиметрии, увеличению точности наблюдений за вращением Земли, появлению сетей мониторинга океана и атмосферы, существенно увеличился объем данных о нашей планете. Три столпами современной геодезии, по мнению президента Международной ассоциации геодезии Харальда Шу на сегодня являются фигура Земли (геокинематика), её гравитационное поле, и вращение Земли. На стыке находятся земная и небесная системы координат и преобразования между ними, точность которых достигла не сегодня уже нескольких десятков микросекунд дуги. В каждой из названных областей существенную роль играют обнаруживаемые на современном уровне точности геодинамические процессы.

Озабоченность общественности проблемой изменений климата, появление большого количества работ по этому вопросу, разработка моделей глобальной циркуляции направили современные геофизические, метеорологические и океанографические исследования в русло изучения климатологических аспектов происходящих на Земле процессов. Под эгидой Международного союза по наукам о Земле создан консорциум GCOS Глобальной системы наблюдений за климатом, сформулировавший список глобальных климатических переменных ECV, в который входят температура, уровень моря, характеристики стоков рек, ледниковых щитов и др. с целью постоянного мониторинга происходящего на земле потепления. Посвятив более двенадцати лет исследованиям вращения Земли, автор заинтересовался вопросом возможной взаимосвязи изменений климата и вращения Земли. Сопоставление изменений во вращении Земли с процессами в океане и атмосфере, такими как рост уровня моря и изменения глобальной температуры, показало заметное сходство в их поведении. В диссертации поднимается вопрос взаимосвязи изменений длительности суток LOD с Многолетним атлантическим колебанием (АМО), Эль-Ниньо Южным Колебанием (ENSO) и другими модами климатической изменчивости. На основе программ реанализа данных удастся вычислить угловые моменты океана и атмосферы; по наблюдениям за гравитационным полем – вычислить перераспределения масс и изменения тензора инерции Земли. Одна из задач работы состоит в том, чтобы привлечь внимание научного сообщества к тонким эффектам во вращении Земли, являющимся суммарным откликом на климатические изменения. Ряды первых коэффициентов гравитационного потенциала Земли позволяют выявить колебания и тренды в положении геоцентра, форм-факторе J_2 и др. Сравнение трендов движения полюса с возбуждениями, вычисленными по коэффициентам гравитационного потенциала второй степени, проведенное в диссертации, показало, что дрейф полюса с начала XXI века обусловлен перераспределением масс, а вращение планеты откликается на процессы, индуцированные климатическими изменениями. На поставленные в диссертации вопросы уже обратили внимание крупнейшие специалисты по вращению Земли, космической гравиметрии, климатологии. Об этом говорит появление на международных конференциях специальных междисциплинарных секций, как, например, “Изменения климата и движение полюса” (AOGS-2016). Это свидетельствует о том, что представленная работа идет в ногу со временем. Автор предлагает добавить параметры вращения Земли в список важных климатических переменных ECV, полагая, что если не сегодня, то уже в ближайшем будущем уровень точности наблюдений позволит отслежи-

вать эффекты связанных с климатом геодинамических процессов в трех базовых областях геодезии: фигуре Земли, ее гравитационном поле и вращении.

Научная новизна состоит в том, что

1. В диссертации впервые выведено обобщенное уравнение Эйлера-Лиувилля для трехосной Земли с океанами и проведен анализ вызванных им асимметрических эффектов в движении полюса в Чандлеровском диапазоне частот. Выполнено сравнение геодезических и геофизических возбуждений.
2. Впервые с использованием корректирующей фильтрации Пантелева восстановлено Чандлеровское возбуждение, в котором выявлены 20-летние модуляции. Их наличие подтверждено рядом других методов, включая аналитические.
3. Впервые на основе многоканального сингулярного спектрального анализа разработана методика фильтрации данных спутников GRACE. На основе этого метода выполнен анализ перераспределения масс в бассейнах крупных рек России по данным GRACE.
4. Эффективность МССА продемонстрирована на данных по угловому моменту атмосферы ААМ и океана ОАМ на сетке широт и долгот. По результатам анализа зонального ААМ по данным NCEP/NCAR с 1948 г. и ECMWF с 1900 г. получены карты главных компонент, связанные с трендами, Эль-Ниньо Южным Колебанием (ЭНЮК), полугодовым и годовым колебаниями. Определен их вклад в изменения длительности суток. Экваториальные компоненты ААМ отфильтрованы и изучены в Чандлеровском диапазоне частот. Выявлены регионы максимальных вкладов в ЧДП от массовой компоненты ОАМ.
5. Выполнен анализ первых гармоник гравитационного потенциала Земли по спутниковым данным. Оценены характеристики смещений геоцентра. Впервые выявлена смена направления тренда в гармонике J_2 гравитационного потенциала, произошедшая в 2005 г. По коэффициентам S_{21} , S_{21} вычислены возбуждающие функции и продемонстрировано их согласие дрейфом полюса. Тем самым доказано, что происходящие в последние время под действием изменений климата перераспределения масс влияют на вектор вращения Земли.

6. Представлен статистический анализ выполнявшихся с 2002 по 2017 гг. ежесуточных прогнозов ПВЗ. Исследована комбинация, основанная на трех прогнозах, выполнявшихся в ГАИШ, и одном – в Шанхайской обсерватории. Точность разработанного Российско-Китайского комбинированного прогноза оказалась лишь немногим уступающей прогнозам бюллетеня А МСВЗ, выполнявшихся USNO.
7. Создан пакет программ для анализа и обработки параметров вращения Земли и их прогнозирования, а также для МССА-обработки геофизических полей, данных спутников GRACE уровня L2, угловых моментов океана и атмосферы на широтно-долготной сетке.

Актуальность проблемы и научная значимость

Новое в науке зачастую рождается из экспериментов, выполненных на пределе точности, на основе переосмысления накопленных данных и выделения слабых сигналов из шумов. Рост точности наблюдений за вращением Земли выявляет все более тонкие особенности этого процесса, требующие теоретического объяснения. В нашей работе сделано обобщение уравнений Эйлера-Лиувилля на случай более реалистичной трехосной Земли, покрытой асимметричными океанами. Спрогнозированы асимметрические эффекты в движении полюса, величиной до 1 мс.

Исследуемое в диссертации чандлеровское колебание является не только наибольшей по амплитуде (до 10 м), но и, пожалуй, наиболее загадочной составляющей движения полюсов Земли. Спустя более века после их открытия амплитудные модуляции ЧДП до сих пор не объяснены. Если свободная прецессия твердого тела не требует внешних потенциалов в уравнениях Лагранжа, она происходит без воздействия внешних сил: достаточно оси вращения отклониться от главной оси инерции, и она уже “не может встать на место”, свободно прецессируя вследствие гироскопического эффекта с частотой Эйлера, – то для случая вязко-упругой Земли ситуация меняется. Наподобие того, как собственная частота классического осциллятора определяется отношением упругих коэффициентов к обобщенным инерционным, так и чандлеровская частота определяется относительной разностью главных осевого и экваториального моментов инерции Земли и чисел Лява, а на место “внешних сил” в правых частях линеаризованных уравнений Эйлера-Лиувилля встают малые поправки к тензору инерции и их производные. Эти возбуждения делают чандлеровское колебание не совсем “свободным”. Кроме того, обратная связь возникает от дополнительной деформации, связанной с полюсным приливом, а вязкие свойства недр вызывают демпфирование, описываемое

комплексными частями реологических коэффициентов. Все это сказывается на чандлеровской частоте и определяет свойства связанного с ней резонанса. Для поддержания чандлеровского колебания реальной Земли нужны возбуждения, источником которых считаются изменения углового момента атмосферы и океана случайного характера.

Мы провели тщательное исследование ЧДП, разработали методику решения обратной задачи и восстановили чандлеровское возбуждение, обнаружив его двадцатилетние модуляции. Сравнение с геофизическими возбуждениями показало, что их причина связана скорее с океаном, а не атмосферой. Излишне говорить, какое большое значение имеет понимание причин чандлеровского колебания для долгосрочного прогнозирования координат полюса. И если обнаружение некоторой закономерности в ранее считавшихся случайными рядах событий позволит улучшить прогноз и уточнить модель, это будет весьма полезным.

В работе также исследованы колебания длительности суток LOD, рассмотрено влияние зонального углового момента атмосферы на них. Исследованы долгосрочные колебания LOD, которые обычно связываются с обменом угловым моментом на границе ядра и мантии. Собраны сведения о процессах в атмосфере и океане, происходящих под действием климатических изменений. Рассмотрены тонкие эффекты в изменениях уровня моря, придонного давления, низших гармониках гравитационного потенциала, также связанных с вращением Земли. Положено начало междисциплинарным исследованиям на стыке традиционного для геодезии предмета, вращения Земли, и актуальных на сегодня изменений климата.

В нашей работе мы хотим не только представить новые результаты и убедить оппонентов в их корректности, но и вновь привлечь интерес к некоторым несколько ушедшим в тень проблемам высшей геодезии, оживить научные исследования и дискуссии в этой области, что послужит стимулом для развития нового междисциплинарного направления на стыке климатологии, геофизики, геодезии и астрономии.

Практическая значимость Проведенные в диссертационной работе исследования вращения Земли и геофизических процессов способствуют объяснению явлений, происходящих на планете и в ближнем космосе, улучшают координатное обеспечение и, по нашему мнению, не только позволяют улучшить прогнозы ПВЗ, имеющие стратегическое значение, но могут повысить прогнозируемость изменений климата на планете, последствия которых для мировой экономики трудно переоценить.

Разработанное обобщенное уравнение Эйлера-Лиувилля и результаты вычисления бюджета геодезических и геофизических возбуждений

открывают возможности учета эффектов трехосности Земли и уточнённого анализа наблюдений за вращением Земли, а также показывают, где еще имеются необъясненные эффекты.

Научная цель диссертационной работы

Целями диссертации являлись:

- изучение чандлеровского движения полюса;
- восстановление возбуждающих функций;
- сравнение геодезических возбуждений движения полюса и длительности суток с геофизическими возбуждающими функциями, восстановленными по данным об океане и атмосфере;
- объяснение модуляций ЧДП модуляциями его возбуждения, восстановление их формы;
- исследование вариаций длительности суток;
- анализ влияния перераспределений масс, детектируемых космическими гравиметрическими миссиями, на вращение Земли;
- анализ геофизических процессов, сказывающихся на вращении Земли, выделение трендов, связанных с климатическими изменениями;
- региональный и глобальный анализ данных спутников GRACE;
- разработка метода сингулярного спектрального анализа и корректирующей фильтрации Пантелеева;
- обзор современных моделей вращения Земли и разработка обобщенного уравнения Эйлера-Лиувилля для трехосной Земли с асимметричными океанами, анализ наблюдательных следствий такого обобщения.

На защиту выносятся

1. Новые обобщенные уравнения Эйлера-Лиувилля, включающие трехосность и эффект асимметричного полюсного прилива, в том числе в спектральной форме. Временные ряды для симметрического и асимметрического возбуждений, восстановленные на основе этих уравнений. Вывод о достоверном согласии с геофизическими возбуждениями в прямом Чандлеровском диапазоне их суммы.
2. Результаты использования метода корректирующей фильтрации Пантелеева: восстановленное с его помощью геофизическое возбуждение Чандлеровского движения полюса.

3. Доказательство того, что в Чандлеровском колебании присутствует 40-летняя модуляция связанная с 20-летней модуляцией возбуждающих функций.
4. Выделенные с помощью многоканального сингулярного спектрального анализа (МССА) угловых моментов океана (ОАМ) и атмосферы (ААМ) тренды в зональном угловом моменте, а также компонента изменчивости ветров и давлений, связанная с Эль-Ниньо Южным Колебанием (ЭНЮК). Результаты применения МССА к гравитационному полю Земли по данным спутников GRACE. Карты аномалий масс и временные ряды изменений масс в бассейнах крупных рек России с 2003 по 2017 гг.
5. Полученные по коэффициентам первой степени гравитационного поля Земли оценки трендов в движении геоцентра. Вывод о величинах дрейфа полюса, основанный на анализе коэффициентов S_{21} , S_{21} , меняющихся из-за перераспределения масс ледяных щитов. Вывод о том, что тренд в J_2 сменился с убывающего на возрастающий в 2005 г.
6. Аргументы в пользу того, что 13.6- и 7-суточные пики в экваториальном ААМ в небесной системе отсчета вызваны приливным влиянием Луны.
7. Результаты вычисления и комбинирования российско-китайских (ГАИШ и SNAO) прогнозов параметров вращения Земли с точностью, сравнимой с точностью прогноза Центра комбинирования и прогнозирования ПВЗ USNO.

Апробация работы Результаты работы доложены на более чем 50 научных конференциях и семинарах, среди которых: ассамблеи EGU-2018, 2017, 2016, 2014, AOGS-2017, 2016, IUGG-2015, COSPAR-2014, конференции Journées-2017, 2014, 2013, 2010, 2005, 2003, Сагитовские чтения 2016, 2013, 2011, 2010, 2008 гг. в ГАИШ, астрометрические и молодежные конференции в ГАО РАН в Пулковое, Гамовские чтения в Одессе, семинары Парижской, Шанхайской, Киевской обсерваторий, Уханьского университета, КНР, Университета штата Огайо и Пуэрто-Рико, США.

По результатам диссертационного исследования опубликованы работы, представленные в списке литературы под номерами [1]–[50].

Структура и объем работы Диссертация состоит из предисловия, введения, одиннадцати глав, заключения, пяти приложений, списка

сокращений, списка литературы, включающего 504 наименования, списков из 91 рисунка и 15 таблиц, представленных в работе. Полный текст диссертации изложен на 321 странице.

Краткое содержание работы

В **предисловии** поясняется выбор темы, автор извиняется за столь вместительное название, благодарит своих учителей, коллег и близких, рассказывает предысторию своих исследований. Во введении даётся краткое содержание, описание того, что вошло в работу и что оказалось за кадром. Поясняются ключевые вопросы, поставленные в исследовании. Упоминаются те ученые, которые своими работами инициировали разработку той или иной темы. Обсуждается современное положение дел. Первая глава посвящена описанию параметров вращения (ориентации) Земли. Объясняются методики их измерений и причины, вызывающие те или иные спектральные компоненты в них. Кратко освещается история разработки теории вращения Земли. Приводятся графики движения полюса (рис. 1.1), длительности суток (рис. 1.4), отклонений небесного полюса dX , dY от модели прецессии и нутации (рис. 1.7) и др.

Во **второй главе** выводится обобщенное уравнение Эйлера-Лиувилля для положения оси вращения Земли В нём учтена трехосность мантии и асимметрия полюсного прилива в океане [2,7,45]. Появление в уравнении отклонений положения мгновенной оси m и ее сопряженной m^* ведет к связанности прямого и обратного спектрального диапазона и появлению двух корней характеристического многочлена – на прямой и обратной чандлеровской частотах. Само значение комплексной чандлеровской частоты теперь определяется через вековое число Лява и введенное К. Бизуаром океаническое число. Дается общее решение обобщенного уравнения, показывается, что в наблюдениях появятся асимметрические эффекты величиной порядка ms дуги.

В **третьей главе** определяются параметры полосового фильтра Пантелеева для выделения чандлеровского колебания. Проводится сравнение методов решения обратных задач в применении к задаче восстановления чандлеровского возбуждения по наблюдениям за ДП. Три метода: метод усечения сингулярных чисел Мура-Пенроуза, метод регуляризации Тихонова и корректирующая фильтрация Пантелеева [26,27] приводят к схожим между собой результатам (рис. 3.3). Удаётся выявить квазидвадцатилетние модуляции амплитуды возбуждения. Проводится анализ погрешности выделения чандлеровской компоненты. По мотивам работ [7,8] проводится сопоставление функций углового момента атмосферы ААМ с геодезическим возбуждением в чандлеровском диапазоне. На отфильтрованных в этом диапазоне картах средних вкладов ААМ

(рис. 3.6) четко выделяются Северная Атлантика, вносящая значимый вклад в ветровую меридиональную компоненту ААМ, и территория Европы, откуда поступает большой вклад в экваториальную компоненту давления. Делается вывод, что суммарная изменчивость ААМ объясняет около 50% энергии ЧДП (исследования ОАМ проводятся в 8 главе), однако двадцатилетние модуляции амплитуды чандлеровского возбуждения ААМ объяснить не удается.

В **четвертой главе** построена модель огибающей ЧДП, содержащая \sim восьмидесяти- и \sim сорокалетние колебания. Аналитически выводя уравнение для огибающей, и на основе модели, показанной на рис. 4.6, доказывается, что наблюдаемые в возбуждении двадцатилетние модуляции связаны с сорокалетними колебаниями амплитуды ЧДП. Доказывается, что алгоритм корректирующей фильтрации Пантелеева является регулирующим алгоритмом, а его параметры выбраны квазиоптимально. На базе модели для огибающей ЧДП строится прогноз. Поскольку амплитуда ЧДП заметно уменьшилась в 2010-е годы, как это было в 1930-е, когда произошла смена фазы колебания, делается вывод, что такая же смена возможна и сейчас. Делаются попытки объяснить скачок фазы пересечением резонансной частоты, а также переходом огибающей колебания удвоенного периода через ноль. Спектральному представлению ЧДП на длительном интервале времени с расщепленным пиком в спектре ставится в соответствие представление на основе мгновенной частоты и фазы. В рамках последнего чередование периодов раскручивания и закручивания ЧДП, которые длятся по 20 лет для модуляции сорокалетнего периода, ведёт к появлению ретроградных компонент в спектре, вычисленном в скользящем окне. Этот математический эффект назван нами “эффектом эскарго” [22]. Обсуждается понятие резонанса. Доказывается, что если заранее не отделить ретроградную компоненту, восстановленное возбуждение ЧДП потеряется в ней.

Пятая глава содержит результаты сравнения геофизических возбуждений ОАМ и ААМ с геодезическими, вычисленными в рамках обобщенного уравнения Эйлера-Лиувилля в чандлеровском диапазоне [8,22]. В операторном виде выписываются симметрическая и асимметрическая передаточные функции, входящие в обобщенное уравнение. Для них решается обратная задача выделения симметрического и асимметрического чандлеровского возбуждений. Показано, что в ретроградном диапазоне вклад от асимметрической части достигает величин ~ 1 мс дуги. В прямом диапазоне он в десятки раз меньше (рис 5.3). Классическая симметрическая часть возбуждения в окрестности прямой чандлеровской частоты не превосходит 3 мс дуги (рис. 5.2), однако ретроградная часть

достигает нескольких десятков мс. При хорошем согласии геодезического и геофизического возбуждений в прямом чандлеровском диапазоне разногласия весьма велики в обратном диапазоне (таблица 5.1). Выдвигается предположение, что это может быть следствием усиления шумов наблюдений до 1900 г., возникающем в ходе решения обратной задачи.

В шестой главе методом многоканального сингулярного спектрального анализа (МССА) исследованы зональные компоненты углового момента атмосферы ААМ по данным NCEP/NCAR с 1948 г. и ECMWF с 1900 г. на сетке широт и долгот [6]. Главные компоненты (ГК) пересчитаны в величины влияния на длительность суток LOD. Изучены вклады давления и ветра. Выделены медленные тренды в ААМ величиной 0.02 (ветер) и -0.25 (давление) мс за 60 лет, годовое, полугодовое, 4-месячное колебания. Особое внимание вызывает компонента, связанная с ЭНЮК и вносящая вклад в LOD амплитудой порядка 0.1 мс (ветер) и 0.015 мс (давление). Прослежено глобальное (по всей Земле) распространение этой моды.

Седьмая глава посвящена исследованию пиков в спектре экваториального ААМ с периодами 28.5 и 25.8 часов в земной системе отсчета. Сделана демодуляция углового момента атмосферы для перевода его в небесную систему, где эти пики имеют периоды 7 и 13.6 суток. Такой “небесный” ААМ отфильтрован в диапазоне от 2 суток до 1 месяца. Выявлена пропорциональность между компонентами ветра и давления в этом диапазоне. Вычислены моменты приливных сил, показано, что изменения давления из-за так называемого момента балджа ответственны за приливные колебания ветров и вызывают 13.6-суточный пик в ААМ. Расщепление 13.6-суточного пика из-за 18.6-летней модуляции прилива и соответствие его фазы и амплитуды модельным позволяют возложить ответственность за него на лунный прилив. Дается сходная интерпретация широкого 7-суточного пика. Показано, что как 13.6-суточный, так и 7-суточный пики ААМ особенно четко наблюдаются вблизи экватора (рис. 9.4). В более высоких широтах их скрывает турбулентность атмосферы. Основные результаты главы опубликованы в [1,20,41].

Восьмая глава диссертации посвящена океану, как важному фактору, оказывающему влияние на вращение Земли и на климат. Даются общие сведения о происходящих на Земле климатических изменениях, приводятся тренды в температуре T и уровне моря SL по данным IPCC. После снятия трендов совместный сингулярный спектральный анализ T и SL показывает наличие шестидесяти, двадцати- и десятилетних колебаний в обоих важнейших климатических индексах. Обсуждается роль океана и его возможный отклик на изменения поверхностной температуры.

Кратко обсуждаются вопросы взаимосвязи океанической циркуляции с климатическими процессами, в т.ч. с ледниковыми периодами. Приводятся сведения о климатических модах, таких как Северо-Атлантическое (NAO) и Атлантическое многолетнее колебание (AMO), Эль-Ниньо Южное колебание (ENSO), примеры их влияния на скорость вращения Земли. Даются формулы для компонент углового момента океана OAM, связанных с течениями и перераспределением водных масс. Выполняется МССА экваториальной массовой компоненты OAM на сетке по данным ЕССО с 1993 по 2010 г. Приводятся карты характеристик годового колебания и тренда OAM. Делаются выводы о районах мирового океана, откуда от перераспределений масс и давления поступают наибольшие вклады в движение полюса.

Девятая глава посвящена описанию данных космической гравиметрической миссии GRACE за весь период её работы с 2002 по 2017 гг. С помощью МССА данные GRACE удалось отфильтровать от полосовых шумов — страйпов и построить карты глобальных и региональных колебаний и трендов (рис. 9.8). В разделе 9.3 представлены графики перераспределений масс в бассейнах крупных рек России, на которых отлично видны экстремальные события засух, наводнений, снегонакопления. Общие тренды несут важную гидрологическую информацию [15,25,36,39]. Измерения GRACE сравниваются с отсчетами баллистического гравиметра ГАБЛ-М на Главном гравиметрическом пункте в обсерватории на Красной Пресне (рис. 9.7), согласие находится на уровне микрогал. В главе также представлены результаты МССА-обработки данных GRACE по океанам. GRACE – космическая миссия, проработавшая 15 лет, единственная, позволявшая получить информацию о перераспределении массы океана и нестерической компоненте изменений уровня моря. Удачно осуществленный 22 мая 2018 г. запуск следующей миссии GRACE Follow-On очень обрадовал научное сообщество, данные начнут поступать осенью 2018 г.

В **десятой главе** исследованы коэффициенты гравитационного поля Земли первой и второй степеней по данным спутниковых методов. Первые коэффициенты по данным лазерной локации SLR с 2002 по 2017 гг. проанализированы методом МССА. Выделены тренды положения геоцентра, показывающие смещение к южному полюсу на ~ 0.1 мм/год и годовые колебания. Выполнено сравнение рядов SLR и GRACE для коэффициента C_{20} , связанного с динамическим форм-фактором J_2 , описывающим полярное сжатие геоида. Выделены годовое, полугодовое, декадное колебания и тренд в J_2 , который отличается от тренда по модели послеледниковой поднятия GIA ICE 6G_C тем, что с 2005 года его на-

правление меняется с убывающего на возрастающее. Выполнен пересчет этих изменений в величины влияния на длительность суток LOD, которая также имеет экстремум в 2005 году. Влияние вариаций J2 на LOD найдено не превосходящим 0.4 мс (рис. 10.7). На рисунке 2 (рис. 10.8) представлен график, иллюстрирующий корреляцию LOD, напряженности магнитного поля Земли и инвертированных вариаций температуры на планете на декадных интервалах времени. Шестидесятилетнее колебание в температуре оказывается коррелированным со скоростью вращения Земли и изменениями магнитного поля. Проводится анализ значимости корреляций и тест на общую причину изменчивости. В разделе 10.7 изменения коэффициентов геопотенциала второй степени S21, S21 пересчитаны в возбуждающие функции и, на основе сравнения с трендами в движении полюса на интервале 2002-2018 гг., подтвержден тот факт, что дрейф полюса отражает вызванные изменениями климата перераспределения масс на Земле.

В **одиннадцатой главе** дается описание прогнозов параметров вращения Земли (ПВЗ), выполнявшихся ежедневно с 2012 по 2017 гг. в ГА-ИШ и Шанхайской обсерватории, и методики их комбинации [5,12,16,19]. Проводится статистический анализ. Средние и средние квадратические ошибки отклонений прогнозов от наблюдений представлены графически (рис. 11.8., 11.9). Комбинированный прогноз сравнивается с прогнозом бюллетеней А МСВЗ, вычисленным USNO, на всем периоде 2012-2017 гг. в табл. 11.1, и для 2016 г. – в таблице 11.2. Погрешность нашего комбинированного прогноза, как показывает статистика, имеет тот же порядок, что и погрешность прогноза USNO, а для 2016 г. точность нашего комбинированного прогноза для у-координаты полюса и UT1-UTC на горизонте >20 суток даже превышает точность прогнозов USNO.

В **заключении** перечисляются основные результаты работы, дается более общий взгляд на поставленные вопросы и обсуждаются дальнейшие перспективы.

Приложение А служит для ознакомления с современной теорией вращения Земли. Изложение, начинающееся с основ механики и кинематических соотношений, идет через принцип Лагранжа к динамическим уравнениям Эйлера. Выводятся линеаризованные уравнения Эйлера-Лиувилля для компонент вектора мгновенной угловой скорости. С помощью функций углового момента делается переход к уравнениям для координат полюса. Учет полюсного прилива и вязко-упругих свойств Земли приводит к уточнению чандлеровской частоты. После общих замечаний об обозначениях выводится уравнение для углового момента жидкого ядра, служащего основой аппроксимации Сасао-Окубо-Саито

[47]. Полная система уравнений для компонент вектора угловой скорости трехслойной Земли, состоящей из мантии, жидкого внешнего и твердого внутреннего ядер в двуслойной аппроксимации, выводится по методике Мэтьюса, Сасао, Дехант и др. В матричном виде выписывается общая система уравнений вращения трехслойной Земли, поясняется смысл четырёх резонансных частот.

Приложение Б посвящено оконному преобразованию Габора и методике построения огибающей на его основе.

В **приложении В** перечислены даты, на которые выявлены ошибки прогнозов.

В **приложении Г** дано краткое объяснение многоканального сингулярного спектрального анализа МССА.

В **приложении Д** описана корректирующая фильтрация Пантелеева [26,27]. Приводятся формулы окон Пантелеева и даются указания к их использованию для подавления шумов, усиливаемых обратным оператором.

В настоящей диссертации и совместных работах автору принадлежат следующие результаты Главы 1 и 2 являются обзорными, в них даны основные понятия и подробно представлена классическая теория. В 4 главе автор представил собранные им материалы, описал методы решения обратных задач, провел теоретическую разработку идей, лежащих в основе метода корректирующей фильтрации Пантелеева [1, 3]. В главах 3 и 7 и работах [9,10] сформулированы обобщенные уравнения Эйлера-Лиувилля, автору принадлежит их решение в операторном виде, все вычисления и сравнение симметрической и асимметрической частей возбуждений в Чандлеровском диапазоне. В главе 9 и работах [7, 15] автором выполнена демодуляция и фильтрация ААМ в выделенном диапазоне частот, долгогтно-широтный анализ, построение спектров, интерпретация результатов. Все остальные главы содержат исследования, выполненные, в подавляющей своей части, автором самостоятельно [2,11,12,42].

Благодарности Автор благодарит своих консультантов и учителей К. Бизуара, Н.С. Сидоренкова, В.Л. Пантелеева, Н.Л. Фролову, Н.И. Арбузову, Ю.В. Баркина, Н.А. Чуйкову, В.С. Губанова, А.Г. Яголу, С.М. Копейкина, коллег из России и из-за рубежа, студентов. Работа не прекращалась благодаря поддержке грантов Президента РФ, Академии наук и Научного Фонда КНР, Конгресса США, РФФИ, НИУ ВШЭ и др.

Введение

*Всему времечко свое:
Лить дождю, Земле вращаться,
Знать, где первое прозренье,
Где последняя черта.
Булат Окуджава*

Вращение Земли на протяжении веков было для человека мерилom времени. Восход и заход Солнца, его годовое движение легли в основу календаря, но не сразу человек осознал относительность движения, выявил законы механики, осознал фундаментальную истину того, что он и его планета – вовсе не центр Вселенной. Еще в древности Гиппарх (190-120 гг. до н.э.) открыл явление предварения равноденствий – прецессию. В Китае оно было открыто по смещению точки зимнего солнцестояния на несколько веков позже. Некоторые предания указывают на то, что об этом явлении знали еще в древнем Египте и Вавилоне [98, 177, 216]. В наше время смещение оси вращения Земли под действием моментов сил Луны и Солнца, вызывающих прецессию и нутацию, рассчитывается с высочайшей точностью. В XX веке, с изобретением атомных часов и развитием прецизионных методов астрометрии, методов космической геодезии, стало очевидно, что вращение Земли неравномерно, оно не может выступать основой точного счета точного времени. И хотя люди по-прежнему считают время часами, сутками и годами, хранение точного времени перешло из астрономии в область атомной физики. Подстройка атомного времени под вращение Земли выполняется путем добавления дополнительной секунды, решение о которой принимает Международная служба вращения Земли и систем отсчёта (МСВЗ) в Париже [483]. Смещение полюсов исследуется уже более века и наблюдается сегодня с точностью в десятки микросекунд дуги. Чтобы теория соответствовала точности наблюдений, необходимо моделировать и отслеживать процессы в океане, атмосфере и в недрах Земли. Однако для широкого диапазона частот столь высокое соответствие пока еще не достигнуто. Это связано с недостатком сведений о процессах в недрах планеты, особенно на продолжительных интервалах времени, погрешностями определения некоторых параметров внутреннего строения планеты, со сложной

нелинейной динамикой взаимодействующих земных оболочек. И хотя отклик Земли на внешние воздействия во многом известен, есть необходимость его уточнения, особенно в связи с ростом точности наблюдений.

Связь земной и небесной систем координат для высокоточной навигации и позиционирования, проведения космических исследований и др. требует постоянного усовершенствования физических моделей вращения планеты и методов прогнозирования параметров вращения Земли (ПВЗ), к которым относят отличие всемирного времени UT1 от атомного TAI (либо длительность суток LOD), поправки к углам прецессии-нутаии $d\psi, d\varepsilon$ (к координатам небесного полюса dX, dY), координаты полюса x, y в земной системе координат. Углы ориентации Земли входят в матрицы преобразований между системами координат, их выбор во многом продиктован требованием удобства выполнения таких преобразований.

Неравномерности во вращении Земли являются своего рода сводным откликом на процессы в ближнем Космосе, в оболочках Земли и её недрах. Приливы от внешних тел деформируют Землю, меняя её тензор инерции, создают внешний момент сил, источник которого – гравитационный потенциал. Течения в океане, изменения в циркуляции атмосферы, взаимодействия на границе ядра и мантии приводят к обмену моментом импульса и энергией и также влияют на вращение Земли. Подсчитать энергию в диссипативных системах весьма сложно, поэтому в расчетах обычно пользуются законом сохранения импульса. Величины изменений ПВЗ невелики – сантиметры, максимум метры для движения полюса и миллисекунды времени для продолжительности суток. Однако наблюдения этих малых отклонений дают ключ к пониманию физики планеты, её реологии и строения, позволяют определить упругие свойства, добротность, сжатие – параметры, определяющие динамический отклик Земли на астрономические и геофизические возбуждения. Изучение вращения Земли при повышении точности наблюдений позволяет улучшить модели ее внутреннего строения, модели глобальной циркуляции (GCM) океана и атмосферы и выявить еще не учтенные факторы.

В данной работе мы попытаемся дать некоторые представления о взаимном влиянии вращения Земли и геофизических процессов. С использованием накопленных за десятилетия наблюдений за океаном, атмосферой, гравитационным полем планеты, мы иллюстрируем их взаимосвязь с вращением Земли и намечаем дальнейшие перспективные направления исследований. Для этого мы используем математические методы фильтрации и анализа многомерных данных, динамические модели, законы механики для вращающейся многослойной вязко-упругой Земли, методы решения обратных задач и др. Как уже говорилось во введении, наша

задача состоит не в полном охвате всех тем, а в тщательной проработке определенных вопросов. По прочим направлениям мы стараемся привести ссылки на дополнительную литературу.

Тем, кому интересна история исследований вращения Земли, мы рекомендуем обратиться к [51], прочитать интервью с В.А. Наумовым в популярной книге [101]. Для читателей, которые сочтут недостаточными теоретические выкладки по вращению Земли, мы рекомендуем обширный ряд монографий [113, 114, 164, 165, 169] наряду с недавно вышедшей книгой В. Дехант и П. Мэтьюса [153] и готовящейся к печати на английском языке книгой К. Бизуара [150, 151]. Что касается взаимосвязи сейсмичности и вращения Земли, в последнее время в печати появляется немало противоречивых заявлений [469]. В научной литературе мнения на этот счет расходятся. О том, как меняются напряжения в земной коре при ускорении/замедлении вращения Земли, говорится в диссертации [57], работах [206, 350], любопытный исторический обзор дан в [178]. В кандидатской диссертации автора [51] также выполнено моделирование влияния Суматранского землетрясения 2004 г. на вращение Земли [51]. С темой электромагнитных взаимодействий на границе ядро-мантии и движениями внутреннего ядра, вызывающими большой интерес у теоретиков, можно познакомиться в [71, 207, 301, 287].

Одним из основных сюжетов представленной работы выступает исследование чандлеровского движения полюса, для которого методом корректирующей фильтрации В.Л. Пантелеева удалось восстановить возбуждающие функции и обнаружить их квази-20-летние модуляции. При разработке этой темы мы воспользовались многолетними наблюдениями, хранящимися в центре данных ЕОР РС по вращению Земли в Париже. Подробнее о наблюдательных данных будет сказано в первой главе. Теоретические сведения о вращении Земли даны в приложении А. Во второй главе диссертации представлена обобщенная модель уравнений Эйлера-Лиувилля, ее анализ проводится в главе 5. На основе фильтра Пантелеева, представленного в приложении Д, в главах 3, 4 ведется исследование чандлеровского возбуждения.

Исследование угловых моментов атмосферы и океана на сетке в главах 6, 8, и анализ данных GRACE в главе 9 проводится с использованием многоканального сингулярного спектрального анализа (МССА), представленного в приложении Г. На его одномерную версию – метод “гусеницы-ССА” автору в свое время указал С.Л. Пасынок. К теории фильтрации интерес автора привлек В.Л. Пантелеев, он же инициировал написание учебника [1]. На работы А.А. Любушина и его книгу [108], содержащую множество математических методов обработки временных

рядов, обратил внимание М.В. Баринов. Результаты их применения их к данным GRACE, с которыми автора познакомил С.К. Шам, вызвали большой интерес гидрологов Московского университета под руководством Н.Л. Фроловой. Это способствовало проведению исследований распределения масс в бассейнах крупных рек России. Работы В.Д. Юшикина [7] с абсолютными гравиметрами послужили для сопоставлений космической и наземной гравиметрии.

Изучая влияние внешних сил на колебания ядра, Ю.В. Баркин [208, 242] инициировал предпринятый нами в главе 10 анализ коэффициентов гравитационного поля, отражающих смещение геоцентра. Интерес к анализу коэффициентов разложения второй степени возник благодаря работам Н.А. Чуйковой [220] с коллегами по исследованию движений земной коры и внутренних напряжений. Это вылилось в исследования дрейфа полюса под действием глобального перераспределения масс.

Исследование эффективных угловых моментов атмосферы и влияния на них лунных приливов в главе 7 было вдохновлено Н.С. Сидоренковым [169]. Его предположение о важной роли лунных приливов в атмосферной изменчивости нашло, по крайней мере частично, своё подтверждение. Предположение о том, что 18.6-летняя прецессия орбиты Луны приводит к существенным изменениям в геофизических процессах и, возможно, связана с чандлеровским колебанием, неоднократно высказывал Ю.Н. Авсюк [239].

Еще аль-Бируни писал в XI веке: “Следует постоянно следить за широтами, иначе города могут достичь губительных местностей, что погубит их” [84, 216]. Согласно гипотезе Миланковича, ответственность за ледниковые периоды лежит на изменениях параметров орбиты Земли и положения её оси [116]. Задавшись вопросом, возможна ли взаимосвязь между вращением Земли и изменениями климата на интервалах времени в несколько десятилетий, мы проанализировали ряды продолжительности суток и движения полюса, а также эффективные климатические индексы. Некоторые результаты, представленные в главах 8–10, указывают на наличие такого рода взаимосвязей в последние 150 лет. Эти исследования инициированы Н.Сидоренковым, работами И.В. Максимова [110], К. Ламбека [164] и др. на наших глазах получают новый виток развития [234, 276, 275]. На ассамблее Азиатско-Тихоокеанского геофизического союза AOGS-2016 была создана междисциплинарная секция “Изменения климата и движение полюса”. Президент комиссии по вращению Земли Международного астрономического союза (МАС), Ричард Гросс, в своем интервью газете “Informacion Alicante” от 26.09.2017 также привлек внимание к вопросу взаимосвязи изменений климата и вращения Земли.

Глава 1

Параметры вращения Земли

*А вы ловите, вы ловите крокодилов
На мотыля, на мотыля, на мотыля.
Да не покинет вас надежда,
Покуда вертится Земля.
Михаил Танич*

1.1 Методы наблюдений за вращением Земли

Неравномерности вращения Земли были предсказаны еще в XVIII веке И. Кантом [193], считавшим, что Земля должна замедляться под действием приливного трения, отчего длительность суток будет увеличиваться. Позднее П.С. Лаплас [227] указал на то, что вулканические извержения, землетрясения, ветра и приливы, т.е. всевозможные перераспределения масс на планете по законам механики будут причиной неравномерностей во вращении планеты, однако в ту эпоху эти отклонения было невозможно заметить. К тому времени теория Л. Эйлера [223] вращения твердого тела была уже хорошо разработана.

Лишь в XIX веке появление высококачественных астрометрических телескопов в обсерваториях Вашингтона, Лондона, Парижа, Пулкова, разрешение которых уже достигало десятых долей угловой секунды, дало возможность получить продолжительные наблюдения прохождения звезд через меридиан с их точными моментами и координатами. Эти ряды позволили таким ученым, как Чандлер, Бессель, Кюстнер и др. сделать из них статистические оценки и обнаружить изменения широт, связанные с перемещением полюса. Подробную историю соревнования за первенство в открытии движения полюсов и того, как Чандлер оказался первым в этой гонке, можно прочитать в кандидатской диссертации автора [51]. Открытие Чандлера 1891 года [222] послужило основой для предложения о создании Международной службы широты на Берлинской геофизической конференции 1895 г. [103]. Американский астроном

С. Ньюком уже в 1892 г. [230] выдвинул идею о влиянии реологических свойств Земли, таких как упругость мантии и влияние океанов, на период Чандлеровского колебания и предпринял попытку объяснить отличие его значения от рассчитанного по формулам Эйлера. Впоследствии теория была развита и дополнена на основе работ Лява [231], Лиувилля [228], Джеффриса [94], Жуковского [191], Пуанкаре [232] и др.

Что касается длительности суток, её вековые изменения можно было обнаружить по покрытиям звезд Луной, отклонениям в моментах затмений и положениях планет, однако вариации на недельных интервалах удалось непосредственно наблюдать лишь с появлением в 1932 г. кварцевых часов. В 1936 г. годовые колебания в длительности суток, связанные с циркуляцией атмосферы, обнаружил Н.М. Стойко, уроженец Одессы, сотрудник Международного бюро времени в Париже, его директор с 1944 г. Разработанные в 1949 г. атомные часы позволили отследить неравномерности вращения планеты с ещё более высокой точностью [79].

С 1956 года ведется регулярное сравнение шкал всемирного координированного атомного времени UTC (отличающегося на целое число секунд от TAI) и всемирного времени, основанного на вращении планеты, UT1, позволяющее сказать, насколько Земля в своем вращении опережает или отстает от атомной шкалы. Разность UT1-TAI является интегральной характеристикой неравномерности вращения Земли, её производная определяет вариации в длительности суток ΔLOD .

Полет первого спутника открыл новую веху в исследовании Земли и планет. Анализ гармоник гравитационного поля на основе возмущений в орбитах спутников, возможность наблюдения за планетой из Космоса, дистанционное зондирование Земли стали активно развиваться с началом космической эры. Спутники создали в небе Земли искусственную опорную систему, сверяясь с которой геодезисты получили возможность определять с высокой точностью ориентацию планеты. Создание в 60-е – 70-е годы орбитальных групп спутников, служащих этим целям, повысило точность определения ПВЗ на несколько порядков величин. На рис. 1.1 слева представлена траектория движения полюса с 1862 года на основе комбинированного решения EOP C01, справа представлена формальная погрешность для него. Хорошо видно, как возрастает точность определений и детальность получаемой кривой к концу представленного периода.

Колоссальный скачок точности во второй половине XX века связан именно с методами космической геодезии. Перечислим основные из методов определения ПВЗ и дадим их краткое описание:

1. Доплеровская орбитография и радиопозиционирование спутников

(DORIS). Несколько десятков (>60) станций наблюдений определяют скорости и координаты спутников на основе эффекта Доплера, смещающего частоту их радиосигнала. Значительное развитие эта методика получила в СССР благодаря слежению за спутниками. Сегодня такие спутники, как Sentinel, Jason, Cryosat оснащены необходимой бортовой аппаратурой. Для определения координат на Земле в минимальной конфигурации необходимо не менее четырех спутников. Полученные данные используются для формирования Международной земной системы отсчета ITRS, определения координат геоцентра, полюса и LOD.

2. Оптическая астрометрия использовалась в исследованиях по вращению Земли на протяжении XIX и XX веков [370], по большей части, до 1980-х годов. В настоящее время не используется, т.к. точность в 10 мс дуги, которую могли обеспечить меридианные круги и пассажные инструменты, теперь является неудовлетворительной.

3. Лазерная локация Луны ЛЛЛ (LLR). Определение расстояния до Луны с точностью до нескольких миллиметров производится на основе приема лазерных импульсов, посланных к Луне и отраженных от угловых отражателей, размещенных на Луноходах и в местах посадки Апполонов. При этом движение Луны моделируется сегодня лишь с точностью около 2 см. Обработка данных ЛЛЛ дает возможность совершенствовать теорию движения Луны и с высокой точностью определять ПВЗ.

4. Лазерная локация спутников ЛЛС (SLR). Как в ЛЛЛ, на основе статистической обработки времен распространения лазерных импульсов до спутников, оснащенных угловыми отражателями, и обратно, определяются параметры их орбиты. Большое число станций ЛЛС позволяет уточнять орбиты спутников, вычислять на их основе первые коэффициенты разложения гравитационного потенциала Земли, решать задачи определения ПВЗ, положения геоцентра и др.

5. Глобальные навигационные спутниковые системы (GNSS) используют спутники навигационной сети, оснащенные высокоточными часами. По точности хода бортовых часов на первом месте стоит система GPS (десятки пс), на втором – ГЛОНАСС (погрешность порядка 200 пс), затем идут Китайская система Beidou и европейская Galileo (погрешности порядка 500 пс). В радиосигналах со спутников на двух частотах передается необходимая для определений координат информация. Измерения с расположенных по всему Земному шару и принадлежащих различным сетям наблюдений антенн обрабатываются и передаются в международные центры. Координаты пунктов определяются с точностью до нескольких мм, что позволяет решать геодинамические и геодезические задачи, в

том числе установления Международной земной системы отсчета ITRF, определения ПВЗ и др. Высокоточные определения координат полюса с шагом 4 часа сопровождаются менее точными определениями скорости вращения Земли, т.е. LOD. Имеются серии CODE более высокого временного разрешения. GNSS имеют слабую чувствительность к смещениям геоцентра. Прохождение сигналов через неё позволяет изучать распределение в ионосфере ионизированных частиц, электронов, циркуляцию в стратосфере и др. [209, 286]. Обширный обзор достижений GNSS был представлен на EGU 2018 в обзорной лекции Маркуса Ротахера, получившего медаль Вейнинг Мейнеса.

6. Радиointерферометрия со сверхдлинной базой РСДБ (VLBI). Наблюдение удаленных радиоисточников (квазаров) при помощи радиотелескопов, расположенных на разных континентах, позволяет определять ориентацию Земли с точностью лучше 100 мкс дуги. Сессии наблюдений в геодезических целях проводятся 2 раза в неделю и служат для самых высокоточных определений LOD, координат полюса и поправок к нутации. В ходе специализированных многодневных непрерывных серий наблюдений CONT исследуются внутрисуточные вариации ПВЗ и перспективы метода. РСДБ является основой установления Международной небесной системы координат ICRF и полноправно может считаться одной из самых прецизионных методик. Так, на основе РСДБ, как, впрочем и лазерных методов, удается определять постньютоновские параметры теории относительности [162]. Олегу Титову удалось детектировать эффект Саньяка, по которому можно определять вариации скорости вращения Земли на уровне точности лазерных гироскопов [423]. Активно обсуждаются вопросы о движении радиоисточников [69, 185], абберрации [90, 198], систематическом расхождении центров радио- и оптической опорных систем, уже обнаруженном по наблюдениям спутников GAIA и Радиоастрон [384] и др.

Оптическая астрометрия к 1960-м годам достигла точности порядка 30 мс дуги в определении координат полюса. Система DORIS снизила погрешность в 2 раза. ЛЛС в 1975 г., и РСДБ в 1985 г. позволили довести точность определений до 2 мс дуги. Наконец, появившиеся в 1993 г. ГНСС позволили в реальном времени определять положение полюса с погрешностью 50 микросекунд дуги [248].

На основе наблюдений, получаемых разными методами, строится комбинированное решение для ПВЗ, публикующееся в бюллетенях Международной службы вращения Земли и систем отсчета МСВЗ. В настоящее время наиболее точные значения UT1 определяются методами РСДБ, а координаты движения полюса – GPS методами [403]. Последние

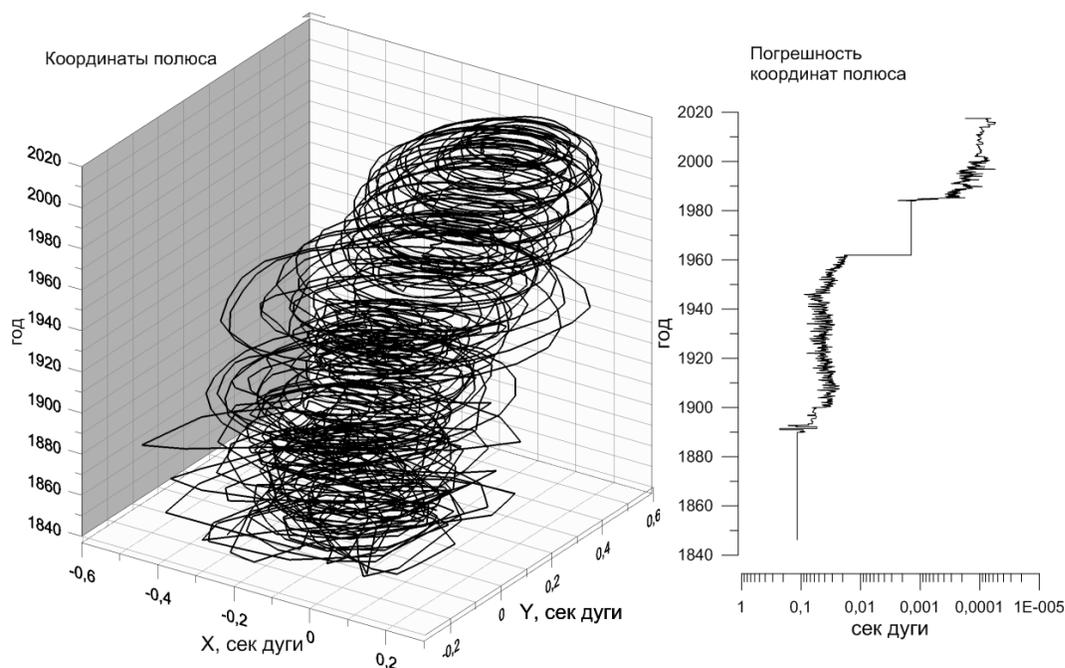


Рис. 1.1: Траектория движения полюса (слева) и погрешности определения координат полюса (справа) по бюллетеню EOP C01.

намного дешевле, выполняются непрерывно и их весовой вклад в комбинированное решение высок. Однако для долговременной стабильности рядов необходима коррекция определений LOD на основе РСДБ.

1.2 Центр параметров вращения Земли МСВЗ

С 1987 года задачи существовавших ранее Международной службы движения полюса (МСДП) и Международного бюро времени (МБВ) взяла на себя Международная служба вращения Земли и систем отсчета (МСВЗ). Ее многочисленные центры находятся в Германии, Франции, США. В их задачи входит формирование земной и небесной систем отсчета, слежение за геофизическими процессами, комбинирование на основе нормальных уравнений наблюдений различных сетей [405], хранение и предоставление данных о параметрах вращения Земли. МСВЗ собирает, анализирует и комбинирует данные современных обсерваторий, делает прогнозы, публикует бюллетени. Центр ПВЗ Международной службы вращения Земли находится в Парижской обсерватории, в подразделении SYRTE. На рис. 1.2 представлена главная страница сайта EOP PC. Центр публикует бюллетени В, С, D и комбинированные ря-

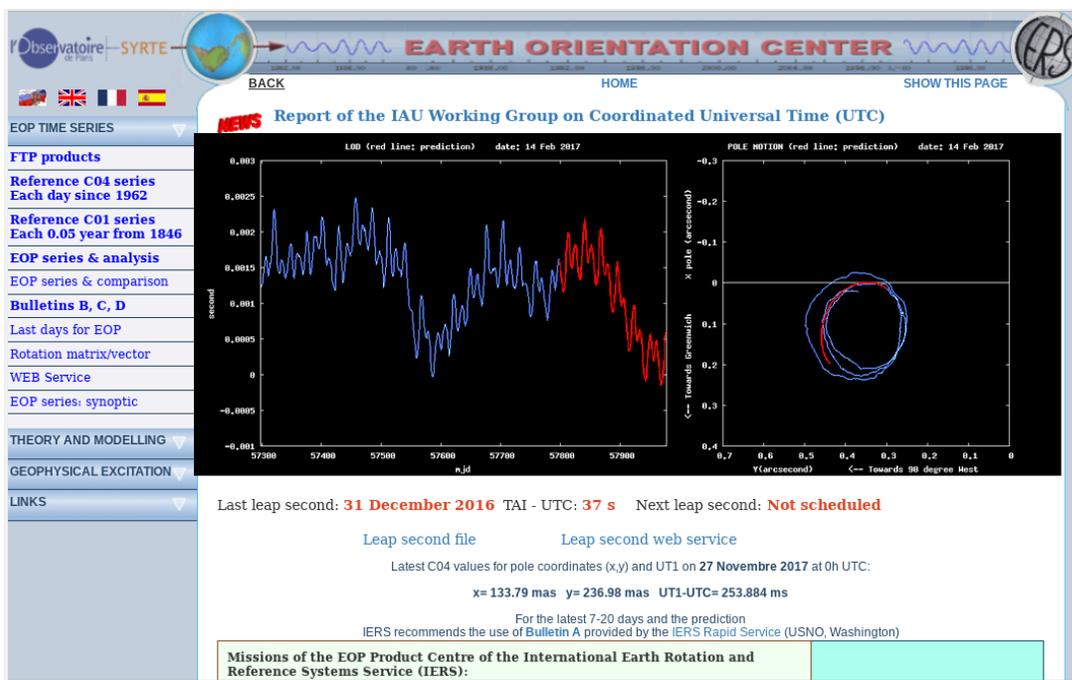


Рис. 1.2: Портал EOP PC (<http://hpiers.obspm.fr/eop-pc/>) [483].

ды ПВЗ: C01, C02, C04. Сайт центра [483] IERS EOP PC предоставляет доступ к базе данных ПВЗ, которые поставляются крупными мировыми обсерваториями и геодезическими службами. Вся статистика находится в свободном доступе. Сайт написан на PHP и, помимо сведений о ПВЗ, дает возможность извлечь данные о них за определенный промежуток времени, построить графики, сравнить ряды разных центров, сопоставить геофизические и геодезические возбуждения, провести анализ данных. Интерфейс сайта доступен на разных языках.

В наших исследованиях мы используем данные бюллетеня EOP C04 с этого сайта со значениями ПВЗ на каждый день, начиная с 1962 г., а также бюллетеня EOP C01 с данными по координатам полюса с 1862 г. с шагом 0.1 года до 1890 г. и 0.05 года – после.

Для интерпретации любых наблюдений крайне важно договориться об используемых обозначениях и системах координат. Конвенции МСВЗ регулярно обновляются и публикуются на сайте Службы [481]. Ось вращения Земли смещается относительно земной коры под действием внешних моментов сил и внутренних возбуждений. Её изменения в земной системе описываются двумя координатами (направляющими косинусами) x_p и y_p в проекции на экваториальную плоскость. Они отсчитываются от небесного промежуточного (географического) полюса CIP: x_p – вдоль Гринвичского меридиана, а y_p – по меридиану, лежащему на 90°



Рис. 1.3: Соотношение между частотами движения промежуточного небесного полюса СІР в земной TRF и небесной CRF системах координат [153].

к востоку. Ось фигуры (максимального момента инерции) Земли также колеблется в инерциальном пространстве, специальное небесное промежуточное начало (СІР) задаёт промежуточную ось, испытывающую нутационные и прецессионные колебания с периодами более 2 суток в небесной системе отсчета.

На рис. 1.3 сопоставлены частоты процессов в земной и небесной системах координат из книги [153]. Так, если звезда неподвижна в небесной системе, в земной она будет двигаться с периодом один звездный день с востока на запад. В современных конвенциях [481] разделение движений СІР и движений полюса сделано по частотному принципу. Под действием астрономических факторов: приливных сил от Солнца, Луны и планет – возникает прецессия и нутация, которые достаточно точно описываются моделью IAU 2000. То, что не описывается моделью, определяется как наблюдательные поправки к ней. При этом к движениям промежуточной оси, связанной с СІР относят только долгопериодические процессы с периодом более 2 суток в небесной системе координат ICRF. Все остальное относят к движениям полюса – остаточным колебаниям оси, рассматриваемым из земной системы отсчета. При этом интервал ретроградных частот от -1.5 до -0.5 циклов в сутки в TRF оказывается исключен

(он относится к диапазону прецессии и нутации). Движение полюса, в основном, оказывается вызванным геофизическими факторами, как то перераспределение масс на планете, изменения циркуляции в атмосфере и океане, эффектами трехосности, влиянием полюсного прилива и др.

1.3 Параметры ориентации Земли

Параметрами ориентации Земли ПОЗ являются:

– Направляющие косинусы оси вращения Земли x_p и y_p (координаты промежуточного небесного полюса CIP) в земной системе координат $Gxyz$.

– Поправка, характеризующая изменения угла вращения Земли (1.3), которую задает величина рассогласования между шкалой времени UT1, определяемой по вращению планеты, и, более-менее, равномерной атомной шкалой UTC (либо TAI).

– Поправки $d\psi$, $d\epsilon$ к углам прецессии и нутации, вычисляемые по конвенционной модели. В 2000-м году введена новая параметризация положения промежуточного небесного полюса CIP (оси фигуры) в небесной системе отсчета, которое задается координатами X , Y . В этом случае поправками выступают наблюдаемые отклонения координат dX , dY CIP от их значений, вычисленных по принятой МАС модели прецессии и нутации IAU 2000. Все пять ПОЗ и поправки определяются из наблюдений и не превосходят по величине 1 секунду дуги.

ПОЗ – это поправки к априорным углам, которые используются для преобразований поворота между земной TRF и небесной CRF системами координат и имеют точность, определяемую современной точностью наблюдений. Априорные углы задаются угловым вращением Земли со средней скоростью Ω и моделью прецессии и нутации. Т.о. теория задает расчетную ориентацию мгновенного вектора вращения Земли (в CRF или TRF), а ПОЗ – наблюдательные поправки к ней. Матрицы преобразований, в которые входят эти углы, позволяют связать системы координат.

Более широким понятием, чем ПОЗ, являются параметры вращения Земли (ПВЗ). К последним можно отнести не только угловые величины, служащие для преобразования между земной и небесной системами координат, но и, например, скорости их изменений. Так, продолжительность суток LOD, являющаяся производной от UT1-TAI (UT1-UTC после исключения добавочных секунд) нередко используется как основная характеристика скорости вращения Земли. Спутниковые методы позволяют определить отклонения длительности суток LOD по отношению к

атомным суткам (86400 секундам TAI). Обработка данных навигационных систем GNSS дает скорости изменения координат полюса и углов нутации. К ПВЗ можно отнести как ПОЗ, так и производные величины, задающие характеристики мгновенного вращения Земли. Поэтому в нашей работе мы будем чаще использовать аббревиатуру ПВЗ.

Заметим, что при том, что оси земной системы Gx и Gy направлены по гринвичскому меридиану и на 90° к востоку, соответственно, так называемые координаты полюса и его траектория определяются как $x = p_x$ $y = -p_y$ (y -координату инвертируют). Именно такая траектория полюса представлена на рис. 1.1 слева.

Скорость вращения Земли $\omega = \Omega(1 + m_3)$ принято параметризовать посредством m_3 – малой поправки к средней угловой скорости вращения Земли $\Omega = 7.2921150(1) \cdot 10^{-5}$ рад/сек. Связь последней со средней длительностью суток $\overline{LOD} = 86400$ сек дается выражением $\Omega = 2\pi \cdot k / \overline{LOD}$, где $k = 1.002\,737\,909\,350\,795$ – коэффициент, равный отношению продолжительности средних солнечных суток к звездным. Тогда отклонение длительности суток ΔLOD от среднего значения определяется как

$$\Delta LOD = LOD - \overline{LOD} = \frac{2\pi \cdot k}{\omega} - \frac{2\pi \cdot k}{\Omega},$$

Что можно приблизить, отбросив члены второго порядка $\sim 10^{-16} \overline{LOD}$

$$\Delta LOD = \frac{2\pi \cdot k}{\Omega(1 + m_3)} - \frac{2\pi \cdot k}{\Omega} \approx -\overline{LOD} m_3, \quad (1.1)$$

Можно также задать угол вращения Земли – интеграл от ω , непосредственно входящий в матрицу поворота

$$\theta(t) - \theta(t_0) = \int_{t_0}^t \Omega(1 + m_3) = \Omega(t - t_0) - \Omega \int_{t_0}^t \frac{\Delta LOD}{\overline{LOD}} dt. \quad (1.2)$$

Что можно переписать с использованием шкалы UT1, принимая $t_0 = 01/01/1958$, $UT1(t_0) = t_0$,

$$\theta(t) - \theta(t_0) = \Omega UT1 - \Omega t_0. \quad (1.3)$$

Интеграл от LOD определяет расхождение шкал всемирного времени UT1, основанного на вращении Земли, и всемирного атомного времени TAI [79] (всемирного координированного атомного времени UTC за вычетом добавочных секунд). На рис. 1.4 слева представлен ряд ΔLOD (далее – просто LOD) с 1962 г. по данным бюллетеня EOP C04, справа показана погрешность наблюдений.

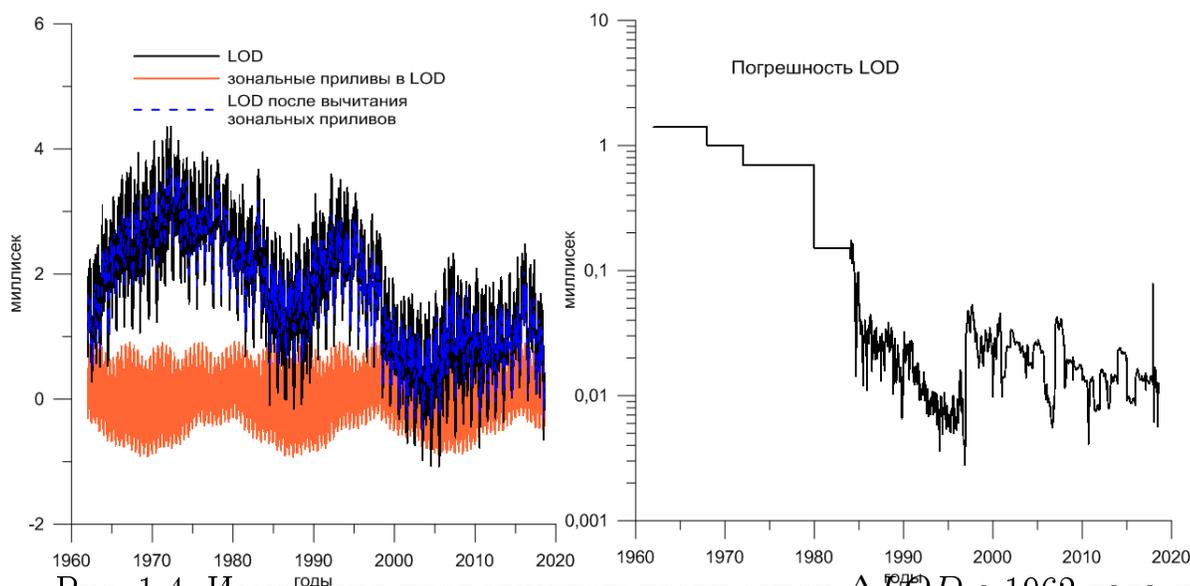


Рис. 1.4: Изменения продолжительности суток ΔLOD с 1962 года и модель МСВЗ приливных вариаций в LOD (слева) и погрешность этой величины (справа).

Разность UT1-UTC отражает не только неравномерность скорости вращения планеты, но и свойства шкалы UTC. В частности, поскольку секунда, установленная как стандарт времени UTC в 1972 г. чуть меньше современной $1/86400$ части средних земных суток, систематически приходится подправлять шкалу UTC, добавляя дополнительную секунду. UTC подправляется для согласия с UT1 так, чтобы рассогласование между шкалами не превышало 0.9 секунды. Это отражается на расхождении Международного атомного времени TAI и UTC, разность между которыми в 2018 году составляет 37 секунд. Напомним, что UT1 – это исправленная за движение полюса шкала, связанная с вращением Земли, а UTC – всемирное время, отличающееся от атомной шкалы TAI целым числом введенных добавочных секунд. Введение дополнительных секунд доставляет некоторые неудобства потребителям точного времени, поэтому в будущем процедуру, вероятно, пересмотрят. В этой главе мы не ставим задачу дать строгие определения всех величин, которые можно найти в конвенции МСВЗ [481].

Наша работа посвящена изучению некоторых компонент движения полюса и изменений длительности суток. Полные спектры для комплексного ряда $p = x_p - iy_p$ и ряда ΔLOD с 1962 г. по данным бюллетеня C04 представлены на рис. 1.5. В спектре движения полюса основными компонентами являются тренд, годовое и чандлеровское колебания на пря-

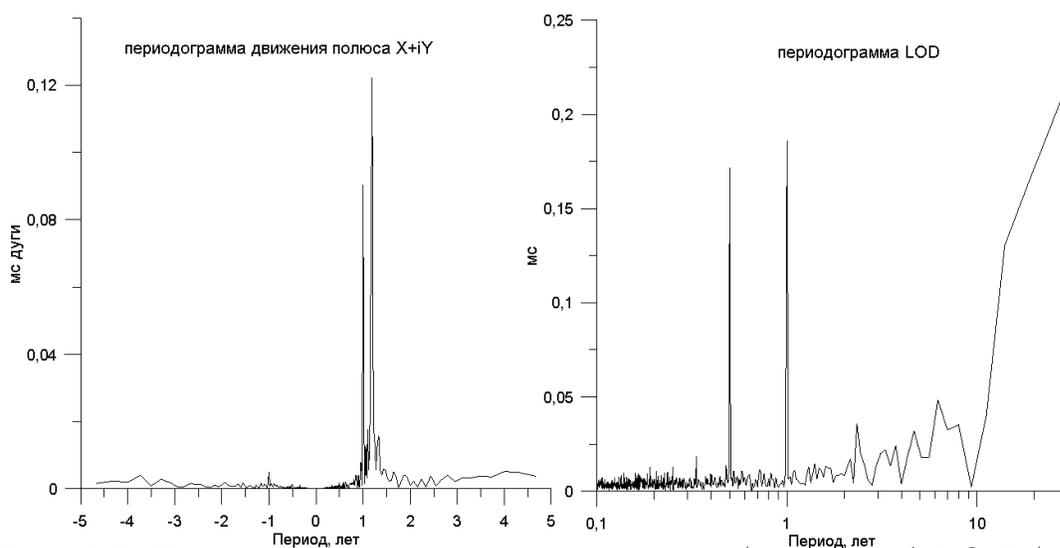


Рис. 1.5: Периодограммы движения полюса (слева) и ΔLOD (справа).

мых частотах, которым сопутствуют менее выраженные ретроградные компоненты. В спектре LOD присутствуют годовое, полугодовое, квазидвухлетнее (~ 28 месяцев), 20-летнее колебания и множество приливных гармоник. Модель зональных приливов IERS [481], показанная на рис. 1.4, оранжевым цветом, используется для вычисления неприливных колебаний LOD (синим). Вейвлет-скалограмма LOD после устранения приливных эффектов показана на рис. 1.6. На ней отлично видно, как в 1980-е годы (спустя 20 лет после 1962 г.) космические средства геодезии начали точнее регистрировать вариации LOD с недельными и суточными периодами.

Напомним в общих чертах, чем вызваны колебания полюса и скорости вращения Земли в разных частотных диапазонах.

Внутрисуточные колебания в положении полюса связаны с приливами и происходящими под действием суточного хода температуры изменениями в атмосфере и океане. Колебания от суток до нескольких лет связаны с атмосферными, океаническими, гидрологическими, криосферными процессами. Годовое колебание связано с движением Земли вокруг Солнца и вызванным этим перераспределением масс в оболочках Земли, в частности по полушариям. О чандлеровском колебании будет подробно говориться далее. Считается, что энергетики процессов в океане и атмосфере вполне достаточно для поддержания этого резонансного демпфированного колебания. Многолетний дрейф полюса и декадные колебания Марковица [366, 367] связывают с послеледниковым поднятием и перераспределением льдов и вод суши под действием климатических

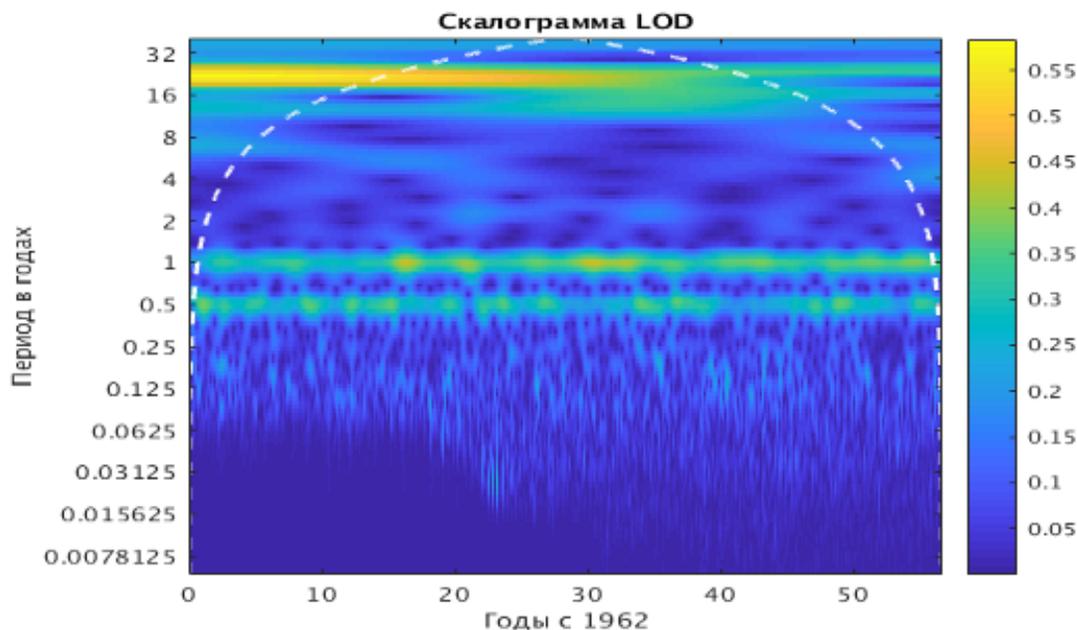


Рис. 1.6: Вейвлет-скалограмма ΔLOD после вычитания модели зональных приливов.

процессов. На периодах в десятилетия сказываются также процессы в недрах Земли, которые заявляют о себе геомагнитными джерками, слабым изменением ориентации и интенсивности магнитного поля Земли и др. Мы заметили любопытное совпадение эпох изменений в тренде движения полюса и минимумов амплитуды чандлеровского колебания [186].

Влияние на колебания скорости вращения Земли, помимо зональных приливов, оказывают изменения в циркуляции атмосферы и океана. Причём атмосферными процессами удастся объяснить большую часть колебаний с периодами до нескольких лет. Затруднения вызывает интерпретация декадных изменений и многолетних циклов, которые, как будет показано ниже (рис. 10.8), не только имеют некоторое сходство с поведением магнитного поля, но и антикоррелированы с температурой на Земле. Следовало бы сказать, что 6-летние, 20-летние и прочие долгопериодические колебания в LOD, за неимением достоверных объяснений, принято списывать на процессы в недрах Земли, информация о которых напрямую недоступна. Большое развитие в последнее время получила точка зрения, согласно которой 6-летнее колебание LOD, меняющаяся амплитуда которого не превышает 0.2 мс, отражает резонансную моду колебаний ядра Земли [406].

Приведенные на рисунке 1.7 графики иллюстрируют остаточные отклонения dX , dY небесного полюса от модели прецессии-нутаии

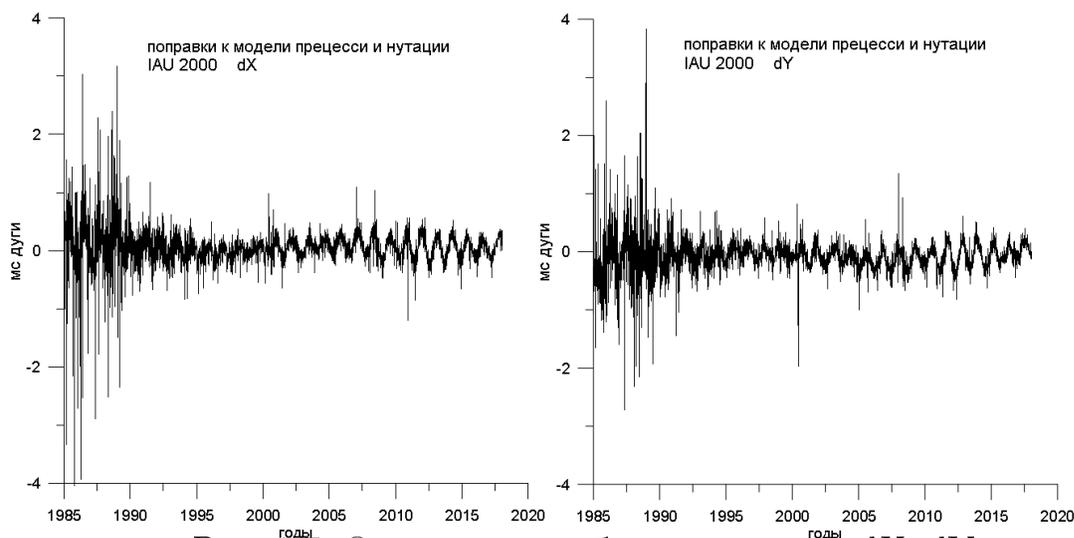


Рис. 1.7: Отклонения небесного полюса dX , dY .

IAU2000, полученные на основе обработки РСДБ-наблюдений с 1985 года. Основная компонента этого сигнала – это свободная нутация ядра FCN, с периодом около 430 суток в небесной системе координат.

Несмотря на то, что FCN наблюдаема, а соответствующий резонанс входит в модель вращения многослойной вязко-упругой Земли, сигнал FCN относят к невязкам, т.е. отклонениям наблюдений от теории прецессии и нутации. По словам В. Дехант, это связано с тем, что FCN вызвана не моментами внешних сил, а является свободным колебанием. Источники, поддерживающие FCN, ее параметры и модели исследовались в работах З. Малкина, В. Губанова, К. Ламберта, Б. Чао, Ю. Джоу, А. Бжезинского и др. [252, 260, 270, 320, 358, 359, 345, 457]. Теория прецессии и нутации не является ключевой темой нашей работы, поэтому мы вынуждены отослать интересующегося читателя к работам П. Мэтьюса, Х. Киношиты, В. Дехант, Г.А. Красинского, С.Л. Пасынка и др. [72, 71, 153, 226, 341, 363].

Глава 2

Обобщенное уравнение Эйлера-Лиувилля

*On entre dans la ronde, on y fait quelques pas
Et on s'en va, et puis on s'en va
Le temps d'une seconde et c'est la fin du monde
Et on s'en va, on s'en va.*
Joe Dassin

2.1 Экскурс в проблему

Дифференциальные уравнения, которым подчиняется вращение Земли, должны иметь небольшую асимметрию относительно координат полюса. Это связано как с небольшой осевой асимметрией фигуры Земли в экваториальной плоскости, так и с вносящим существенный вклад и зависящим от долготы полюсным приливом. В данной главе мы предлагаем самосогласованный подход, позволяющий учесть асимметрические вклады, формулируем единое уравнение в комплексной экваториальной плоскости и находим его решение. Современные высокоточные наблюдения, в принципе, позволяют обнаружить в координатах полюса отличия от классического симметрического случая, теория которого дана в начале предыдущей главы 11.4. В рамках представленного ниже формализма удаётся показать, что в геофизическом возбуждении прямое Чандлеровское колебание должно сопровождаться ретроградной компонентой величиной до 2 мс дуги, что придает ему дополнительную эллиптичность. Асимметрический вклад для геодезической возбуждающей функции составляет для Чандлеровского колебания величину порядка 1 мс дуги.

Как уже говорилось, в середине XVIII века известный Швейцарский ученый, много работавший в России, Леонард Эйлер, обобщил законы Ньютона на объемное вращающееся тело и вывел закон для его момента импульса [224], записав дифференциальные уравнения движения в свя-

занной с телом системе отсчета, известные как динамические уравнения Эйлера (12.6). Получив свободное от внешних сил решение однородного уравнения, он показал, что тело будет вращаться с постоянной угловой скоростью Ω . Однако, если его главные оси инерции различны $C > A$, то при отклонении оси вращения от оси инерции первая станет обращаться вокруг последней с частотой свободной прецессии $\sigma_e = \Omega(C - A)/A$ [223]. Осевой и экваториальный моменты инерции Земли отличаются на $e = (C - A)/A = 1/304.5$, так что предсказанное Эйлером колебание должно было бы иметь период ~ 305 солнечных суток.

Столетие спустя французский математик Иозеф Лиувилль обобщил уравнения Эйлера на случай не совсем твердого (деформируемого) тела [228]. Долгие поиски движения полюса Земли увенчались в 1891 успехом Чандлера, который вручную выполнил статистическую обработку большого количества оптических наблюдений различных обсерваторий [51] и выявил колебания оси с периодами год и 430 суток амплитудой около 200 мс дуги. Годовое колебание, с амплитудой примерно в два раза меньшей, оказалось лежащим на оси частот где-то между предсказанными для твердой Земли 304-суточным периодом и наблюдаемым периодом свободной прецессии. Вскоре после этого Ньюком [230] объяснил различие частот наличием обратной связи, обусловленной деформациями Земли, ее мантии и жидкой оболочки вследствие смещения полюса. Такое вполне разумное объяснение Чандлеровского периода до сих пор вызывает у некоторых ученых [239] ощущение, что параметры уравнений были слегка “подогнаны” под наблюдения.

В конце 1950х годов в движении полюса (ДП) были найдены более долгопериодические компоненты меньшей амплитуды такие, как вековой тренд (4 мс дуги) и колебание Марковица (10 мс дуги) [366]. Методы космической геодезии, описанные в первой главе, дали в руки ученых еще более точные наблюдения, благодаря которым были обнаружены межгодовые колебания (10 мс дуги). Появившиеся в 80-е годы методы РСДБ и ЛЛС, позволили наблюдать быстрые флуктуации амплитудой около 1 мс дуги [250], а также суточные и полусуточные колебания.

Практически все составляющие ДП с периодами от двух суток до нескольких лет, за исключением малых колебаний амплитудой до 30 мкс дуги, вызванных действием лунно-солнечного момента сил на балдж трехосной Земли [262], были объяснены перераспределениями масс в Земле и ее оболочках – океане и атмосфере. Анализ этих геофизических эффектов стал возможен в рамках линеаризованных уравнений Эйлера-Лиувилля (12.7), одна из первых записей которых принадлежит

Г. Джеффрису [225]. Наиболее общепринятый вид (12.26) этих уравнений

$$\underbrace{m + \frac{i}{\tilde{\sigma}_c} \dot{m}}_{\text{геодезическое возбуждение}} = \underbrace{\frac{\Psi}{1-U}}_{\text{геофизическое возбуждение}}, \quad (2.1)$$

где $m = m_1 + im_2$ – комплексные экваториальные координаты мгновенной оси вращения (два первых направляющих косинуса) в земной системе координат, освобожденные от ее различных нелинейных движений [481]; Ψ – модельное возбуждение в экваториальной плоскости; U – коэффициент, зависящий от реологических свойств Земли ($U = \tilde{k}_2/k_s \approx 0.37 - i0.003$); и $\tilde{\sigma}_c$ – комплексная Чандлеровская угловая частота, которая задается комплексным выражением

$$\tilde{\sigma}_c = \sigma_c \left(1 + \frac{i}{2Q} \right). \quad (2.2)$$

Добротность Q лежит в диапазоне 40 – 200, она ответственна за диссипацию энергии колебаний. Под левой частью (2.1) – геодезическим возбуждением, подразумевается величина, вычисляемая по наблюдаемой траектории полюса $m(t)$. Величина в правой части названа геофизическим возбуждением, его вызывают различные геофизические процессы и оно оценивается по имеющимся наблюдениям за океаном, атмосферой, водами суши и т.п. В таком приближении Чандлеровское колебание не свободно, но поддерживается входным возбуждением, встающим в правую часть уравнений. И, хотя термин свободная прецессия общепринят, следует понимать, что речь идет скорее о резонансном вынужденном колебании.

Уравнения (2.1) *симметричны* относительно координат полюса m_1 и m_2 , т.е. геофизические возбуждения в равной степени влияют на обе координаты. В рамках такого подхода игнорируются возможные проявления зависимости от долготы, которые мы назовем анизотропными эффектами. Они обязаны своим происхождением трехосности Земли и вращательным деформациям ее оболочек. Эффектами асимметрии до недавнего времени пренебрегали, так как они были меньше погрешности определения геофизических возбуждений. Мы покажем, что на современном этапе это уже не так. Классическое уравнение Лиувилля не вполне пригодны для интерпретации наблюдений, полученных на современном уровне точности, и могут вести к некоторым погрешностям в оценивании возбуждения ДП.

Влияние трехосности на высокочастотные нутации ранее исследовалась в рамках Гамильтонова подхода в работах Эскапы и Фолггей-

ры [301, 303], подход, основанный на угловом моменте, применялся в [278, 365], однако дополнительная асимметрия, вносимая океаническим полюсным приливом в океане, как отмечали еще Мунк и Мак Дональд [165], на протяжении многих лет упускалась из виду при интерпретации движения полюса.

Как известно, уникальное, вполне корректное рассмотрение обоих источников асимметрии восходит к работам Окамото и Сасао [382]. С опорой на модель трехосной вязко-упругой Земли и равновесного полюсного прилива, ими проведен анализ вызванной этими факторами эллиптичности Чандлеровского движения. Такая связанная со свойствами планеты эллиптичность движения полюса названа ими собственной (*intrinsic*), в отличие от той, что вызвана асимметрией самого входного возбуждения. В свете наблюдений той эпохи, авторы [382] пришли к выводу, что наблюдаемая эллиптичность не соответствует вычисленной для использованной ими модели Земли. Эллиптическая поляризация геофизического возбуждения, вносящая основной вклад, с трудом поддавалась вычислению по наблюдениям того времени. Недавно Чжу и Гао [460] привели аргументы в пользу того, что равновесный прилив в океане также вносит вклад в поляризацию Чандлеровского колебания, но их анализ был выполнен без учета роли геофизического возбуждения и трехосности. Наша цель здесь состоит не только в пересмотре подхода [382] в свете современных наблюдений. Мы независимо рассмотрим проблему и выведем теоретические формулы, которые, на наш взгляд, проще формул работы [382]. Наша модель Земли совпадает в первом приближении с моделью [382] и не учитывает влияния жидкого ядра.

Ниже мы выведем обобщенные уравнения Лиувилля для трехосной Земли, введем необходимые обозначения, проанализируем асимметрию, связанную с трехосностью, найдем решение уравнений, тем самым подготавливая почву для наблюдательного детектирования анизотропных эффектов в возбуждающей функции. Анализ возможных следствий и вычисление возбуждений в рамках новой модели будут сделаны в конце главы. Анализ возбуждений в Чандлеровском диапазоне будет представлен в главе 5.

2.2 Трехосная асимметрия

Земля – это сложная механическая система, состоящая из мантии, ядра, литосферы, океана и атмосферы. При наблюдениях за вращением Земли международные службы лишь отслеживают вращение сети станций, расположенных на её твердой поверхности, освобождая наблюдения

от локальных деформаций (эффектов приливов и нагрузок). Такого рода сети лежат в основе земной системы координат, начало которой не может полностью совпадать с центром масс (см. главу 10), вследствие того, что распределение масс не привязано к Земной поверхности. Тем не менее, ниже мы предположим, что начало координат и центр масс совпадают, поскольку эффекты, вызванные малыми смещениями геоцентра (порядка см) весьма малы. Угловой момент в нашем теоретическом анализе будет удобно выразить не в Глобальной международной земной системе координат ITRS $Gxyz$ [481], а в системе, связанной с главными осями инерции мантии GTRS $Gx'y'z'$, получаемой из ITRS поворотом на постоянный угол. Перепишем уравнения Эйлера (12.5) в этой системе как

$$\frac{d[H]}{dt} + [\omega] \wedge [H] = [L], \quad (2.3)$$

где $[H]$, $[\omega]$, $[L]$ – координатные представления в GTRS векторов углового момента, вращения Земли и внешнего момента сил, соответственно. С использованием штрихованных компонент положения оси вращения m'_1 и m'_2 и поправки к осевой компоненте угловой скорости m'_3 в обобщенной системе GTRS, вектор угловой скорости (12.11) запишется как $[\omega] = \Omega(m'_1, m'_2, 1 + m'_3)$. Тогда уравнения (12.5) примут вид

$$\begin{aligned} \dot{H}' + i\Omega[(1 + m'_3)H' - m'H'_3] &= L' \\ \dot{H}'_3 + \Omega[m'_1H'_2 - m'_2H'_1] &= L'_3, \end{aligned} \quad (2.4)$$

где $H' = H'_1 + iH'_2$ и $L' = L'_1 + iL'_2$. А момент импульса выписывается как

$$[H] = \bar{I}(t)[\omega] + [h], \quad (2.5)$$

где $\bar{I}(t)$ меняющийся во времени тензор инерции Земли, $[h]$ – относительный угловой момент, связанный с остаточной скоростью в GTRS. Мы выбрали GTRS так, чтобы она была близка к системе координат, связанной с главными осями инерции $A < B < C$ (см. таблицу 1), так что мгновенная матрица (тензор) инерции примет квази-диагональную симметрическую форму, подобную (12.12)

$$\bar{I}(t) = \begin{bmatrix} A + c'_{11} & c'_{12} & c'_{13} \\ c'_{12} & B + c'_{22} & c'_{23} \\ c'_{13} & c'_{23} & C + c'_{33} \end{bmatrix}, \quad (2.6)$$

где величины $c'_{ij} \leq 10^{-7}A$. Обозначив относительный комплексный экваториальный угловой момент переменной $h' = h'_1 + ih'_2$, а внедиагональные

моменты инерции $c = c'_{13} + ic'_{23}$, подставляя их в (2.5), получим:

$$H' = (Am'_1 + iBm'_2 + c')\Omega + h' + \mathcal{O}(c'_{ij}m'_k)\Omega \quad (2.7a)$$

$$H'_3 = [C(1 + m'_3) + c'_{33}]\Omega + h'_3 + \mathcal{O}(c'_{ij}m'_k)\Omega. \quad (2.7b)$$

Введем \bar{A} - средний экваториальный момент инерции

$$\bar{A} = \frac{A + B}{2}, \quad (2.8)$$

среднюю эллиптичность, проистекающую из двухосности

$$e = \frac{C - \bar{A}}{\bar{A}}, \quad (2.9)$$

и характеризующий трехосность коэффициент экваториального сжатия

$$e' = \frac{B - \bar{A}}{\bar{A}} = \frac{\bar{A} - A}{\bar{A}} = \frac{B - A}{A + B}. \quad (2.10)$$

Следуя подходу, разработанному Мэтьюсом и Бретаньоном ([365], уравнение 52), комплексный экваториальный угловой момент запишем в виде

$$H' = (\bar{A}m' - e'\bar{A}m'^* + c')\Omega + h' + \mathcal{O}(c'_{ij}m'_k)\Omega, \quad (2.11)$$

где m'^* – комплексное сопряжение m' . Подставляя это уравнение вместе с осевой компонентой из (2.7b) в динамические уравнения Эйлера (2.4), получим уравнения Лиувилля. На субвековых шкалах величины m_i , c_{ij} , h_i могут считаться малыми возмущениями, так что их произведениями можно пренебречь [151]. Оставляя лишь члены первого порядка, получим линеаризованные уравнения Лиувилля, экваториальная компонента которых имеет вид

$$\begin{aligned} -i\Omega^2(C - \bar{A})m' + \Omega\bar{A}\dot{m}' - ie'\Omega^2\bar{A}m'^* - e'\Omega\bar{A}\dot{m}'^* + \\ + i\Omega^2\left(c' + \frac{h'}{\Omega}\right) + \dot{c}'\Omega + \dot{h}' = L'. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Делением на $-i\Omega^2(C - \bar{A})$ записанное выше уравнение приводится к виду

$$m' + \frac{i}{\sigma_e}\dot{m}' + \frac{e'}{e}m'^* - i\frac{e'}{\sigma_e}\dot{m}'^* = \chi' - \frac{i}{\Omega}\dot{\chi}' + i\frac{L'}{\Omega^2(C - \bar{A})} \quad (2.13)$$

с Эйлеровой частотой

$$\sigma_e = \frac{C - \bar{A}}{\bar{A}}\Omega = e\Omega \quad (2.14)$$

и функцией экваториального углового момента χ' (12.18)

$$\chi' = \frac{c'}{C - \bar{A}} + \frac{h'}{(C - \bar{A})\Omega}. \quad (2.15)$$

Поскольку наблюдаемые координаты полюса и возбуждение принято относить к системе ITRS $Gxyz$, имеет смысл перейти обратно в эту систему. Выберем оси GTRS так, чтобы первая ось Gx' лежала вдоль долготы $\lambda_A = -14.92851(8) \pm 0.0010^\circ$ (см. таблицу 2.1), а средние по времени первые главные оси инерции и экваториальные плоскости совпадали. Заметим, что средние по времени главные оси инерции обеих систем ITRS и GTRS определяют, вообще говоря, различные экваториальные плоскости [278]. Однако ось GTRS так близка к главной оси инерции ITRS, что при постоянном среднем смещении порядка $\sim 5 \cdot 10^{-5}$ рад, включая смещение, связанное с величиной c'_{ij} , меньшее $5 \cdot 10^{-5} \cdot (C - A) \approx 10^{-7} A$, отличие сравнимо по величине с отброшенными членами линеаризованного уравнения (2.12) и также может быть проигнорировано.

Возвращаясь в ITRS, делаем в (2.13) замену комплексных координат $m = m'e^{i\lambda_A}$ (в соответствии с углом вращения $-\lambda_A$ переводящим Gx' в Gx). Мы также получаем $c = c'e^{i\lambda_A}$ и $h = h'e^{i\lambda_A}$ и такое же преобразование возбуждающей функции. Так что в итоге, приходим к уравнению

$$m + \frac{i}{\sigma_e} \dot{m} + \frac{e'e^{2i\lambda_A}}{e} m^* - i \frac{e'e^{2i\lambda_A}}{\sigma_e} \dot{m}^* = \chi - \frac{i}{\Omega} \dot{\chi} + i \frac{L}{\Omega^2(C - \bar{A})}. \quad (2.16)$$

Если пренебречь трехосностью e' , мы вновь вернемся к хорошо известной форме уравнений Лиувилля (12.26) для двухосной Земли ([165], раздел 6.1). Если исключить относительный угловой момент в χ , уравнение (2.16) станет эквивалентным уравнению (54а) из работы Мэтьюса и Бретаньона [365], при подстановке в него $e'e^{2i\lambda_A} \rightarrow Z$, $\chi \rightarrow \tilde{c}_3/(e\bar{A})$ и отбрасывании влияния жидкого ядра ($A_f = 0$, $\tilde{m}_f = 0$).

Заметим, что из наблюдений определяется не величина m , а координата небесного промежуточного полюса p , связанная с ней в ITRS выражением $m = p - i\dot{p}/\Omega$ [261], см. (12.17). Сравнение m с наблюдениями должно учитывать эту особенность. Ниже мы воспользуемся приближением (12.19).

2.3 Асимметрия полюсного прилива

2.3.1 Эффект вращательной деформации

Теперь рассмотрим обратную связь, возникающую вследствие вращательной деформации и полюсного прилива, меняющего уровенную поверхность твердой земли и океана. Вызывая изменения в тензоре инерции, полюсный прилив является также источником дополнительного слагаемого в функции углового момента χ^r (см. раздел 11.4). Для твердой (не абсолютно) Земли это слагаемое принимает вид [165]

$$\chi_{solid}^r = \frac{\tilde{k}_2}{k_s} m, \quad (2.17)$$

где $\tilde{k}_2 = k_2 + ik_2 \approx 0.3(1 - i0.01)$ – комплексное число Лява (12.24), а $k_s \approx 0.94$ – вековое число Лява.

Точно так же функция углового момента, связанная с равновесным полюсным приливом в океане, может быть представлена в виде [151, 164]

$$\chi_{ocean}^r = \frac{\tilde{k}_o}{k_s} [A_1 m_1 + A_2 m_2 + i(B_1 m_1 + B_2 m_2)], \quad (2.18)$$

где $B_1 = A_2$ и использовано введенное Бизуаром [151] эквивалентное океаническое число Лява $\tilde{k}_o = k_o + ik_o$, действительная часть которого дается выражением

$$k_o = \frac{3}{5}(1 + k_2 - h_2) \frac{\rho_o}{\rho_{\oplus}} (1 + k'_2) \approx 0.05. \quad (2.19)$$

Здесь $k_2 \approx 0.30$, $h_2 \approx 0.62$, $k'_2 \approx -0.3$, плотность воды в океане $\rho_o \approx 1035$ кг/м³, средняя плотность Земли $\rho_{\oplus} = 5500$ кг/м³. Выражение (2.19) получается вследствие наложения маски в виде океанической функции на равновесный полюсный прилив в океане путем перемножения членов сферического разложения этой маски и прилива. Модель Десаи ([288], уравнение 24) равновесного океанического прилива в таких обозначениях дает коэффициенты

$$A_1 = 0.942 \quad A_2 = -0.021 \quad B_2 = 0.746. \quad (2.20)$$

Связанное с полюсным приливом полное возбуждение, разделенное на симметрические и асимметрические компоненты, может быть записано в комплексном виде

$$\chi^r = U m + U' m^*, \quad (2.21a)$$

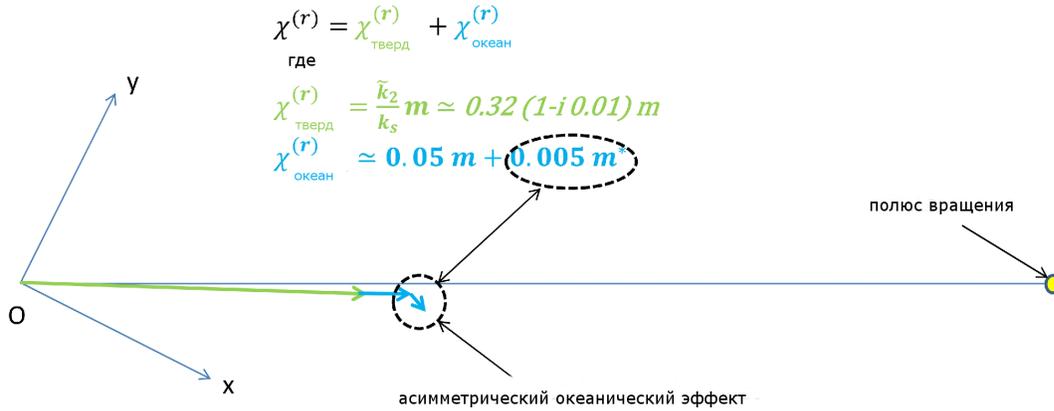


Рис. 2.1: Экваториальная функция возбуждения, вызванная полюсным приливом твердой Земли и океана. Рисунок также отражает сдвиг мгновенного полюса инерции.

где

$$\begin{aligned}
 U &= \frac{\tilde{k}_2}{k_s} + \frac{\tilde{k}_o}{k_s} \frac{A_1 + B_2}{2}, \\
 U' &= \frac{k_o}{k_s} \frac{A_1 - B_2 + 2iA_2}{2}.
 \end{aligned} \tag{2.21b}$$

Численные значения коэффициентов даны в таблице 2.1. Заметим, что U определяет чандлеровскую частоту в соответствии с выражением $\tilde{\sigma}_c = \sigma_c(1 + i/2Q) \approx \sigma_c(1 - U)$, что и использовано в уравнении (2.27); мнимая часть U может быть выражена как функция добротности Q . Комплексное значение χ^r дает смещение мгновенного полюса инерции (соответствующего осевой мгновенной главной оси инерции) и представлено на рис. 2.1 в тангенциальной плоскости.

2.3.2 Обобщенные экваториальные уравнения Лиувилля в линеаризованном виде

Перемещая вращательное возбуждение (2.21) из правой части (2.16) в левую, редуцируем вращательные эффекты (полюсного прилива) и придём к записи чистого возбуждения $\Psi^{(pure)} = \chi^{pure} - \frac{i}{\Omega} \dot{\chi}^{pure}$. Экваториальное линеаризованное уравнение Лиувилля принимает при этом обобщенную комплексную форму

$$(1 - U)m + \frac{i}{\sigma_e} (1 + eU) \dot{m} - Vm^* + \frac{i}{\sigma_e} eV \dot{m}^* = \Psi^{(pure)} \tag{2.22a}$$

с полным асимметрическим коэффициентом

$$V = U' - \frac{e'}{e} e^{2i\lambda_A}. \tag{2.22b}$$

Видно, что вводимая океаническим полюсным приливом (U') асимметрия частично уравнивается трехосностью (см. численные значения в таблице. 2.1). Общее выражение (2.22а) определяет *Обобщенные экваториальные линеаризованные уравнения Лиувилля*, и может быть приведено еще ближе уравнению (19) работы Окамото и Сасао [382], в которой применен более сложный формализм. В нашем случае коэффициенты имеют следующие порядки величин:

$$\begin{aligned} U &= U_1 + i U_2 \quad \text{где } U_1 \approx 0.36, U_2 = O(e) \\ |V| &\approx e \quad (e\text{-сжатие}) \end{aligned} \quad (2.23)$$

Пренебрегая асимметрическими коэффициентами, возвращаемся к классическому уравнению Эйлера-Лиувилля для двухосной Земли с симметрическим полюсным приливом

$$m(1 - U) + \frac{i}{\sigma_e} (1 + eU) \dot{m} = \Psi^{(pure)}. \quad (2.24)$$

После введения полного комплексного числа Лява \tilde{k} , отвечающего как за неэластичность мантии и океана, так и за диссипацию [314]

$$\tilde{k} = \tilde{k}_2 + \tilde{k}_o \frac{A_1 + B_2}{2}, \quad (2.25)$$

реологический коэффициент U , задаваемый (2.21b), принимает вид

$$U = \frac{\tilde{k}}{k_s}. \quad (2.26)$$

Откуда выводится комплексная частота свободной моды

$$\tilde{\sigma}_c = \sigma_e \frac{1 - U}{1 + eU} \approx \frac{\Omega}{482} \left(1 + \frac{i}{2Q} \right), \quad (2.27)$$

где Q - добротность на чандлеровской частоте, согласованная с мнимой частью \tilde{k} . Если предположить, что движение полюса твердой Земли, состоящей из мантии и литосферы, не подвержено влиянию твердого ядра, (2.24) преобразуется к виду (см. [299])

$$m \left(1 - \frac{\tilde{k}^{(m)}}{k_s} \right) + \frac{i}{\sigma_e} \left(\frac{A_m}{A} + e \frac{\tilde{k}^{(m)}}{k_s} \right) \dot{m} = \Psi^{(pure)}, \quad (2.28)$$

где $\tilde{k}^{(m)} \approx 0.35$ - комплексное число Лява для мантии и океанов, $A_m = 7.0984 \cdot 10^{37}$ кг м² - экваториальный момент инерции мантии [363]

Таблица 2.1: Численные значения использованных величин.

| Константа | | Значение | Разм. | Источник |
|--|-------------|-----------------------|---------------------|-----------------|
| Экваториальный момент инерции | A | $8.010083(9) 10^{37}$ | кг м ² | [278] |
| Экваториальный момент инерции | B | $8.010260(9) 10^{37}$ | кг м ² | [278] |
| Осевой момент инерции | C | $8.036481(9) 10^{37}$ | кг м ² | [278] |
| Динамическое сжатие | e | $3.28451 10^{-3}$ | | из (2.9) |
| Коэффициент трехосности | e' | $1.10485 10^{-5}$ | | из (2.10) |
| Экваториальный главный момент инерции мантии | A_m | $7.0984 10^{37}$ | кг м ² | [278] |
| Долгота главной оси инерции А | λ_A | $-14.92851(8)$ | ° | [278] |
| Угловая скорость вращения Земли | Ω | $7.292115 10^{-5}$ | рад с ⁻¹ | IERS табл. 2.1 |
| Число Лява (тессеральное) | k_2 | 0.2983 | | [481] табл. 6.1 |
| Нагрузочное число Лява | k'_2 | -0.3081 | | [481] табл. 6.4 |
| Вековое число Лява | k_s | 0.942 | | [165] |
| Второе число Лява (перемещения) | h_2 | 0.6207 | | [481] гл. 7.1.4 |
| Реологический коэффициент | U | $0.36556 - i 0.353/Q$ | | наша работа |
| Коэффициент асимметрии полюсного прилива | U' | $0.00547 - i 0.00117$ | | наша работа |
| Полные коэффициент асимметрии | V | $0.00256 + i 0.00051$ | | наша работа |

(найденные в литературе значения A_m меняются в пределах 1%), тогда угловая частота чандлеровского колебания возрастает до величины

$$\tilde{\sigma}_c = \frac{A}{A_m} \sigma_e \left(1 - \frac{\tilde{k}^{(m)}}{k_s} \right) \approx \frac{\Omega}{436} \left(1 + \frac{i}{2Q} \right), \quad (2.29)$$

вполне согласующейся с его наблюдаемым периодом 433 солнечных суток.

2.4 Решение обобщенных линеаризованных уравнений Лиувилля

2.4.1 Решение в частотной области и собственные частоты

Для комплексного движения полюса $m(t)$ обозначим Фурье-преобразование как $m(\sigma)$ (крышку опускаем), тогда образы сопряженной величины $m^*(t)$ и ее производной $\dot{m}^*(t)$ будут иметь вид $m^*(-\sigma)$ и $i\sigma m^*(-\sigma)$. Уравнение (2.22а) принимает в частотной области вид

$$\left[1 - U - \frac{\sigma}{\sigma_e} (1 + eU) \right] m(\sigma) - V \left[1 + e \frac{\sigma}{\sigma_e} \right] m^*(-\sigma) = \Psi(\sigma), \quad (2.30)$$

где $\Psi(\sigma)$ обозначает Фурье-преобразование $\Psi(t)$ (индекс “чистого” геофизического возбуждения опускаем). Заменяя частоту σ на $-\sigma$ и выполняя комплексное сопряжение уравнения (2.30), получим линейную систему с неизвестными $m(\sigma)$ и $m^*(-\sigma)$

$$\begin{aligned} \left[1 - U - \frac{\sigma}{\sigma_e}(1 + eU)\right] m(\sigma) - V \left[1 + e\frac{\sigma}{\sigma_e}\right] m^*(-\sigma) &= \Psi(\sigma) \\ \left[1 - U^* + \frac{\sigma}{\sigma_e}(1 + eU^*)\right] m^*(-\sigma) - V^* \left[1 - e\frac{\sigma}{\sigma_e}\right] m(\sigma) &= \Psi^*(-\sigma). \end{aligned} \quad (2.31)$$

Решение запишем в виде

$$m(\sigma) = -\frac{\left[1 - U^* + \frac{\sigma}{\sigma_e}(1 + eU^*)\right] \Psi(\sigma) + V(1 + e\frac{\sigma}{\sigma_e})\Psi^*(-\sigma)}{P(\sigma)}, \quad (2.32)$$

где введен полином второй степени

$$P(\sigma) = \begin{cases} [(1 + eU)(1 + eU^*) - e^2VV^*] \left(\frac{\sigma}{\sigma_e}\right)^2 + \\ + [(1 + e)(U - U^*)] \frac{\sigma}{\sigma_e} - (1 - U)(1 - U^*) + VV^* . \end{cases} \quad (2.33)$$

Дискриминант $P(x = \sigma/\sigma_e)$ равен

$$\Delta = \begin{cases} [(1 + e)(U - U^*)]^2 + \\ -4 [(1 + eU)(1 + eU^*) - e^2VV^*] [VV^* - (1 - U)(1 - U^*)] . \end{cases} \quad (2.34)$$

Из (2.23) $U - U^* = 2U_2 = O(e)$ следует

$$\Delta = 4(1 - U)(1 - U^*)(1 + eU + eU^*) + O(e^2), \quad (2.35)$$

так что корни $P(x)$ равны

$$\frac{U^* - U + O(e^2) \pm \sqrt{4(1 - U)(1 - U^*)(1 + eU + eU^*) + O(e^2)}}{2[1 + eU + eU^* + O(e^2)]}, \quad (2.36)$$

и для корней $P(\sigma)$ получаем выражения

$$\sigma_e \left(\pm \sqrt{\frac{(1 - U)(1 - U^*)}{1 + eU + eU^*}} + \frac{U^* - U}{2} + O(e^2) \right). \quad (2.37)$$

Один из них, соответствующий положительному значению под корнем, дает собственную частоту

$$\tilde{\sigma}_c = \sigma_e \left(\sqrt{\frac{(1-U)(1-U^*)}{1+e(U+U^*)}} + \frac{U^* - U}{2} + O(e^2) \right). \quad (2.38)$$

Она соответствует чандлеровской угловой частоте (выражение под корнем) и его демпфированию (мнимая часть за пределами корня). Второй корень

$$\tilde{\sigma}_c^- = \sigma_e \left(-\sqrt{\frac{(1-U)(1-U^*)}{1+e(U+U^*)}} + \frac{U^* - U}{2} + O(e^2) \right) \quad (2.39)$$

оказывается равен отрицательному комплексному сопряжению первого

$$\tilde{\sigma}_c^- = -\sigma_c^*. \quad (2.40)$$

Выражая действительную и мнимую части $U = U_1 + iU_2$ в (2.39), можно показать, что

$$\tilde{\sigma}_c = \sigma_e [1 - U - eU_1(1 - U_1) + O(e^2)]. \quad (2.41)$$

Заметим, что эта форма согласуется с собственной частотой симметрической части (2.30), которая равна

$$\sigma_e \frac{1 - U}{1 + eU}. \quad (2.42)$$

Наконец, записав

$$P(\sigma) = \frac{1 + e(U + U^*) + O(e^2)}{\sigma_e^2} (\sigma - \tilde{\sigma}_c)(\sigma - \tilde{\sigma}_c^-), \quad (2.43)$$

получим решение

$$m(\sigma) = -\sigma_e \frac{[\sigma_e(1 - U^*) + \sigma(1 + eU^*)] \Psi(\sigma) + V(\sigma_e + e\sigma) \Psi^*(-\sigma)}{(1 + eU + eU^*)(\sigma - \tilde{\sigma}_c)(\sigma - \tilde{\sigma}_c^-)}, \quad (2.44)$$

которое может быть разложено на множители. Пренебрегая членами второго порядка по эллиптичности, получим

$$m(\sigma) = -\frac{\sigma_e(1 - eU_1)}{\sigma - \tilde{\sigma}_c} \Psi(\sigma) - \frac{\sigma_e V(\sigma_e + e\sigma)}{2\sigma_c(\sigma - \tilde{\sigma}_c)} \Psi^*(-\sigma) + \frac{\sigma_e V(\sigma_e - e\sigma)}{2\sigma_c(\sigma - \tilde{\sigma}_c^-)} \Psi^*(-\sigma). \quad (2.45)$$

Легко видеть, что содержащая $\Psi(\sigma)$ часть есть решение симметрического уравнения Лиувилля (2.24). Асимметрический вклад при $\Psi(-\sigma)^*$ содержит двойной резонанс на σ_c и $-\sigma_c$. Его отношение к симметрической части решения имеет порядок величины $V/2$.

2.4.2 Решение во временной области

Вычисляя обратное преобразование Фурье от (2.45), получим решение во временной области

$$m = m^+(t) + m^-(t), \quad \text{где}$$

$$m^+(t) \approx \frac{-i\sigma_e}{1+eU_1} e^{i\tilde{\sigma}_c t} \int_{-\infty}^t e^{-i\tilde{\sigma}_c \tau} \left[\Psi(\tau) + \frac{V(\sigma_e + e\sigma_c)}{2\sigma_c} \Psi^*(\tau) \right] d\tau \quad (2.46)$$

$$m^-(t) \approx \frac{i\sigma_e}{2\sigma_c} V(\sigma_e - e\sigma_c) e^{i\tilde{\sigma}_c^- t} \int_{-\infty}^t e^{-i\tilde{\sigma}_c^- \tau} \Psi^*(\tau) d\tau .$$

Общее решение для симметрической части (2.22a) имеет вид

$$\frac{-i\sigma_e}{1+eU} e^{i\tilde{\sigma}_c t} \int_{-\infty}^t e^{-i\tilde{\sigma}_c \tau} \Psi(\tau) d\tau, \quad (2.47)$$

оно включено в член $m^+(t)$. Другие вклады отражают асимметрические эффекты. Решения для них могут быть получены напрямую, без каких-либо дополнительных предположений, за исключением интегрируемости $\Psi(t)$, посредством решения системы, состоящей из дифференциального уравнения первого порядка (2.22a) и комплексно сопряженного к нему уравнения. Используя матричные обозначения $\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}(t)$, где $\mathbf{X} = (m, m^*)$, а составляющая $\mathbf{B}(t) = \mathbf{F}\Psi$ связана с возбуждением (см. приложение А), можно получить свободные моды и общее решение, эквивалентное (2.46).

2.4.3 Влияние на вынужденную нутацию на частоте σ_0

Положим $\Psi(t) = \Psi_0 e^{i\sigma_0 t}$ – круговое возбуждение на частоте σ_0 . Фурье преобразование для него принимает вид

$$\Psi(\sigma) = 2\pi\delta(\sigma - \sigma_0)\Psi_0, \quad (2.48)$$

где $\delta(\sigma - \sigma_0)$ – функция Дирака. Подставляя это уравнение в (2.44), получаем

$$m_{\sigma_0}(\sigma) = m_0^+(\sigma) + m_0^-(\sigma) \quad (2.49a)$$

с компонентами

$$m_0^+(\sigma) = -2\pi\Psi_0 \frac{\sigma_e(1-eU_1)}{\sigma-\tilde{\sigma}_c} \delta(\sigma - \sigma_0), \quad (2.49b)$$

$$m_0^-(\sigma) = 2\pi\Psi_0^* \frac{\sigma_e V}{2\sigma_c} \left(-\frac{\sigma_e+e\sigma_c}{\sigma-\tilde{\sigma}_c} + \frac{\sigma_e-e\sigma_c}{\sigma-\tilde{\sigma}_c^-} \right) \delta(-\sigma - \sigma_0).$$

Выполняя обратное преобразование Фурье, получаем движение полюса во временной области

$$m_{\sigma_0}(t) = m_0^+ e^{i\sigma_0 t} + m_0^- e^{-i\sigma_0 t}, \quad (2.50a)$$

с составляющими

$$m_0^+ = -\Psi_0 \frac{\sigma_e(1-eU_1)}{\sigma_0-\tilde{\sigma}_c}, \quad (2.50b)$$

$$m_0^- = \Psi_0^* \frac{\sigma_e V}{2\sigma_c} \left(-\frac{\sigma_e+e\sigma_c}{\sigma_0-\tilde{\sigma}_c} + \frac{\sigma_e-e\sigma_c}{\sigma_0-\tilde{\sigma}_c^-} \right).$$

Это решение сходно с полученным в [365], где показано, что трехосность связывает амплитуду любой прямой (проградной) составляющей колебания с соответствующей обратной (ретроградной).

2.5 Наблюдательные следствия

В свете полученного выше решения, рассмотрим, до какой степени асимметрия может влиять на движение полюса и его интерпретацию.

2.5.1 Симметрический и асимметрический отклик на круговое возбуждение на заданной частоте

В соответствии с (2.50) круговое возбуждение на частоте σ_0 вызывает круговую компоненту движения полюса на обратной частоте, что ведет к эллиптичности траектории полюса. В первую очередь вклад вносит общий член $m_0^+(t)$ с единственным резонансом на чандлеровской частоте $\tilde{\sigma}_c$, ему соответствует движение полюса на частотах возбуждения. Дополнительный вклад на обратной частоте $-\sigma_0$ обусловлен членом $m_0^-(t)$ с двойным резонансом на чандлеровской и на обратной к ней частоте, он имеет величину, существенно уменьшенную числителем V в (2.50b).

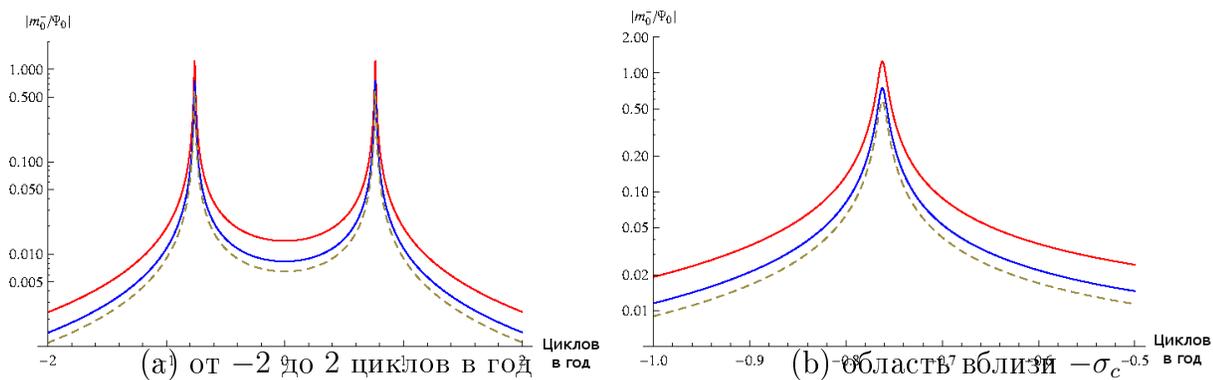


Рис. 2.2: Отношение $|m_0^-/\Psi_0|$ как функция частоты возбуждения для трех асимметрических случаев: а) только асимметрического полюсного прилива (красным), б) только трехосности (синим), в) комбинированного эффекта (пунктиром). Заметен двойной резонанс на чандлеровской и на противоположной ей частотах.

На рис. 2.2 мы построили амплитуду и фазу отношения m_0^-/Ψ_0 в трех асимметрических случаях: а) для асимметрического полюсного прилива без трехосности (отбрасывая e' в V), б) для симметрического полюсного прилива (обнуляя U' в V) в случае трехосности, в) для комбинированного эффекта (учитывающего e' и U'). При том, что асимметрический вклад океанического полюсного прилива велик (более 1.5 на $-\sigma_c$ или σ_c), он скомпенсирован рассогласованным по фазе эффектом трехосности, так что комбинированный вклад достигает лишь значения 0.6 на $-\sigma_c$ или σ_c . К примеру, если свести свободную моду в возбуждении к единственной гармонике амплитудой 1 мс дуги [13], отклик асимметрической или ретроградной компоненты на чандлеровской частоте составит примерно 1 мс дуги (см. главу 5). Следует заметить, что для больших значений добротности, отношение $|m_0^-/\Psi_0|$ может достигать больших значений. Например, при значении $Q = 180$, предложенном в ходе анализа рядов координат полюса, включающих оптические наблюдения за ~ 100 лет в работе Р. Гросса [318], это отношение на частоте σ_c достигает двух.

Возбуждение на годовой частоте в прямом и обратном диапазонах частот, примерно равное 10 мс дуги [410], вызывает асимметрический вклад порядка $0.01 \cdot 10 = 0.1$ мс дуги. Для многолетнего возбуждения также можно сделать некоторые выводы. С другой стороны, для периодов менее 100 дней, быстрые флуктуации возбуждения с амплитудами до 10 мс дуги [250] дают пренебрежимо малый асимметрический вклад,

необнаружимый в рамках имеющейся точности наблюдений.

2.5.2 Собственная эллиптичность

Модуль отношения асимметрического вклада m_0^- к классическому m_0^+ дается соотношением

$$|m_0^-/m_0^+| = \left| \frac{V(\sigma_e - \sigma_0 e)}{\sigma_0 + \tilde{\sigma}_c} \right|. \quad (2.51)$$

Для трех вышеназванных случаев это отношение представлено на рис. 2.3а как функция частоты. Оно определяет собственную (intrinsic) эллиптичность движения полюса на частоте σ_0 , определяемую относительной разностью большой и малой полуосей эллипса

$$E = \frac{|m_0^+| + |m_0^-| - (||m_0^+| - |m_0^-||)}{|m_0^+| + |m_0^-|}. \quad (2.52)$$

На рис. 2.3б дано отношение амплитуд $|m_0^-/m_0^+|$ при добротности на чандлеровской частоте $Q = 100$. Отношение принимает максимальное значение 1.5 на $-\sigma_c$, но уменьшается до 0.003 на $+\sigma_c$ (для полного асимметрического эффекта). В среднем отношение меньше 0.05. Соответствующая собственная эллиптическая поляризация больше в ретроградном диапазоне, с максимумом на $-\sigma_c$ (почти 1), но для основных прямых гармоник движения полюса (365- и 433 -суточной) оно, как видно из рис. 2.3б, составляет меньше 1%.

Полное движение полюса на частоте σ_0 также включает составляющую, источником которой является групповое возбуждение на противоположной частоте $\sigma'_0 = -\sigma_0$ с комплексной амплитудой Ψ'_0 . Согласно (2.50) она приводит к эллиптичности:

$$m'_{\sigma_0}(t) = m_0^{+'} e^{-i\sigma_0 t} + m_0^{-'} e^{i\sigma_0 t}, \quad (2.53)$$

$$m_0^{+'} = \Psi_0' \frac{\sigma_e}{\sigma_0 + \tilde{\sigma}_c}, \quad m_0^{-'} = -\Psi_0^{*'} \frac{\sigma_e V(\sigma_e + \sigma_0 e)}{(\sigma_0 - \tilde{\sigma}_c)(\sigma_0 - \tilde{\sigma}_c^-)},$$

так что полное эллиптическое движение полюса на частоте σ_0 определяется величиной

$$\begin{aligned} m_{\sigma_0}^{tot}(t) &= m_{\sigma_0}(t) + m'_{\sigma_0}(t) \\ &= - \left(\Psi_0 \frac{\sigma_e}{\sigma_0 - \tilde{\sigma}_c} + \Psi_0^{*'} \frac{\sigma_e V(\sigma_e + \sigma_0 e)}{(\sigma_0 - \tilde{\sigma}_c)(\sigma_0 - \tilde{\sigma}_c^-)} \right) e^{i\sigma_0 t} + \\ &\quad + \left(\Psi_0' \frac{\sigma_e}{\sigma_0 + \tilde{\sigma}_c} - \Psi_0^* \frac{\sigma_e V(\sigma_e - \sigma_0 e)}{(\sigma_0 + \tilde{\sigma}_c)(\sigma_0 + \tilde{\sigma}_c^-)} \right) e^{-i\sigma_0 t}, \end{aligned} \quad (2.54)$$

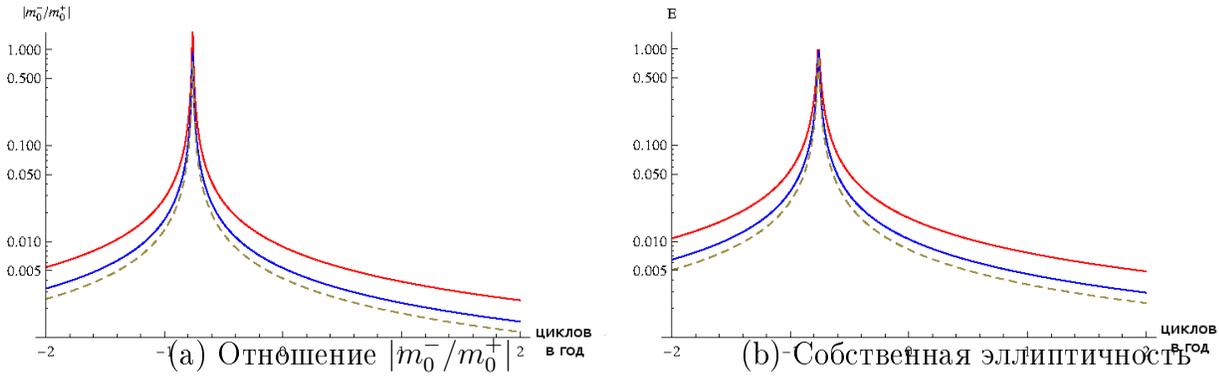


Рис. 2.3: Амплитуда отношения m_0^-/m_0^+ (а) и собственная эллиптичность движения полюса E как функции частоты (б) для трех случаев: а) только асимметрического полюсного прилива (красная линия), б) только трехосности (синяя линия), в) комбинированного эффекта (пунктирная линия).

откуда видно, что асимметрический эффект, связанный с коэффициентом V , не может быть отделен от гармоник движения полюса без априорной информации или гипотез о геофизическом возбуждении (о соотношении комплексных амплитуд Ψ_0 и Ψ'_0). Словами Окамото и Сасао [382], собственная эллиптическая поляризация трудно отличима от поляризации геофизического возбуждения. Вне чандлеровских частот эффектом демпфирования можно пренебречь, и вызванная геофизическим возбуждением эллиптическая поляризация дается выражением

$$\begin{aligned}
 m_{\sigma_0}^{tot}(t) \approx & - \left(\Psi_0 \frac{\sigma_e}{\sigma_0 - \sigma_c} + \Psi_0^* \frac{\sigma_e V(\sigma_e + \sigma_0 e)}{(\sigma_0 - \sigma_c)(\sigma_0 + \sigma_c)} \right) e^{i\sigma_0 t} + \\
 & + \left(\Psi_0' \frac{\sigma_e}{\sigma_0 + \sigma_c} - \Psi_0^* \frac{\sigma_e V(\sigma_e - \sigma_0 e)}{(\sigma_0 + \sigma_c)(\sigma_0 - \sigma_c)} \right) e^{-i\sigma_0 t} .
 \end{aligned} \tag{2.55}$$

На сезонных шкалах движение полюса в основном вызвано гидроатмосферным возбуждением и может быть смоделировано с точностью порядка 1 мс дуги [151]. Как видно из представленных соотношений, связанные с коэффициентом V асимметрические возмущения составят порядка 1/10 миллисекунды, так что их рассмотрение не улучшит имеющийся на сегодня бюджет наблюдаемого годового движения полюса.

2.5.3 Численные оценки величин асимметрического вклада во временной области.

Любопытные оценки можно получить во временной области, вычислив асимметрические члены (2.46), зависящие от V . Мы выполнили интегрирование атмосферного и океанического углового момента на промежутке 1980-2011 гг., используя данные Центра глобальных геофизических флюидов IERS [482]. С добротностью порядка $Q = 170$, эффект, представленный на рис. 2.4, составил по амплитуде порядка 1 мс дуги, и в основном оказался связан с чандлеровской компонентой и чуть меньшей по амплитуде годовой (см. спектр на рис. 2.4). Оценки порядка величин подтверждают сделанные выше выводы.

2.5.4 Последствия для геодезического возбуждения

В отличие от движения полюса, наблюдаемое геодезическое возбуждение сильно анизотропно. Чтобы обеспечить согласие с принятыми определениями, будем называть геодезическим возбуждением (2.1) “обобщенное” геодезическое возбуждение в правой части (2.22а), деленное на $1 - U$. Оно может быть разложено на симметрическую и асимметрическую части

$$\begin{aligned}\Psi_G^{sym}(t) &= m + \frac{i}{\sigma_e(1-U)}(1 + eU)\dot{m} \approx m + \frac{i}{\dot{\sigma}_e}\dot{m}, \\ \Psi_G^{asym}(t) &= \frac{-Vm^* + \frac{i}{\sigma_e}eV\dot{m}^*}{1-U}.\end{aligned}\tag{2.56}$$

В частотной области имеем

$$\Psi_G^{asym}(\sigma) = -V \frac{1 + \frac{\sigma}{\sigma_e}e}{1 - U} m^*(-\sigma).\tag{2.57}$$

Поскольку прямая чандлеровская и годовая составляющие доминируют в спектре, из выражения выше следует, что функция асимметрического возбуждения в основном состоит из ретроградных членов с периодами 365 и 433 суток. Можно видеть, что по порядку величины они составляют 1 мс дуги (при типичной амплитуде чандлеровского возбуждении 200 мс дуги). Более точные оценки для рядов наблюдений за координатами полюса [485], полученные с использованием цифрового фильтра, показаны на рис. 2.5 на интервале 1990-2012 гг. Анализ данных с 1842 года выполнен в главе 5. Чтобы проиллюстрировать наблюдательные следствия, мы сопоставим выделенные возмущения с обычным геодезическим возбуждением на тех же периодах. Получим его посредством

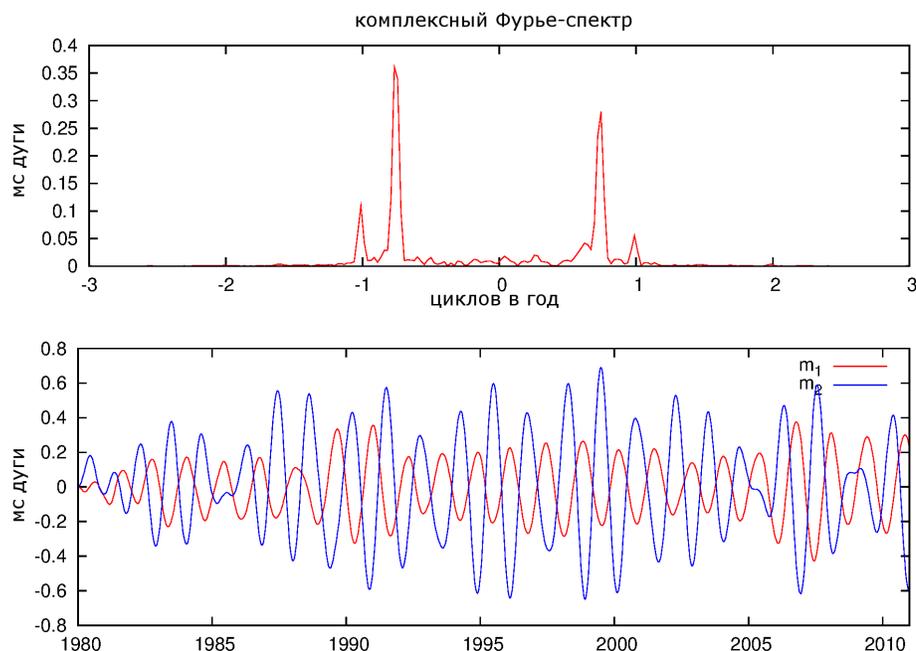


Рис. 2.4: Асимметрическое возмущение движение полюса, оцененное по функциям атмосферного (модель ЕСМWF) и океанического (модель ОМСТ) углового момента.

цифрового фильтра Вилсона [439] с параметром, соответствующим чандлеровской частоте (2.56). Асимметрические компоненты в координатах полюса x и y , как показано на рис. 2.5, имеют вариации с амплитудой до 1 мс дуги, что немало даже по сравнению с симметрическим геодезическим возбуждением в сезонном диапазоне частот (10-20 мс дуги). Такие пертурбации могут повлиять на интерпретацию движения полюса в ретроградном сезонном диапазоне.

2.6 Выводы и замечания

Анизотропный полюсный прилив и, в меньшей степени, трехосность Земли нарушают симметрию экваториальных линеаризованных уравнений Лиувилля. В пренебрежении влиянием жидкого ядра, их согласованное рассмотрение ведет к обобщенным уравнениям Лиувилля, элегантно разделяющим симметрические и асимметрические компоненты, формализм которых проще, чем в работе [382]. Мы получили общее решение этих уравнений, введя вторичный резонанс для кругового движения на ретроградной чандлеровской частоте. Мы также попытались охарактеризовать наблюдательные проявления асимметрии. Заданное круговое

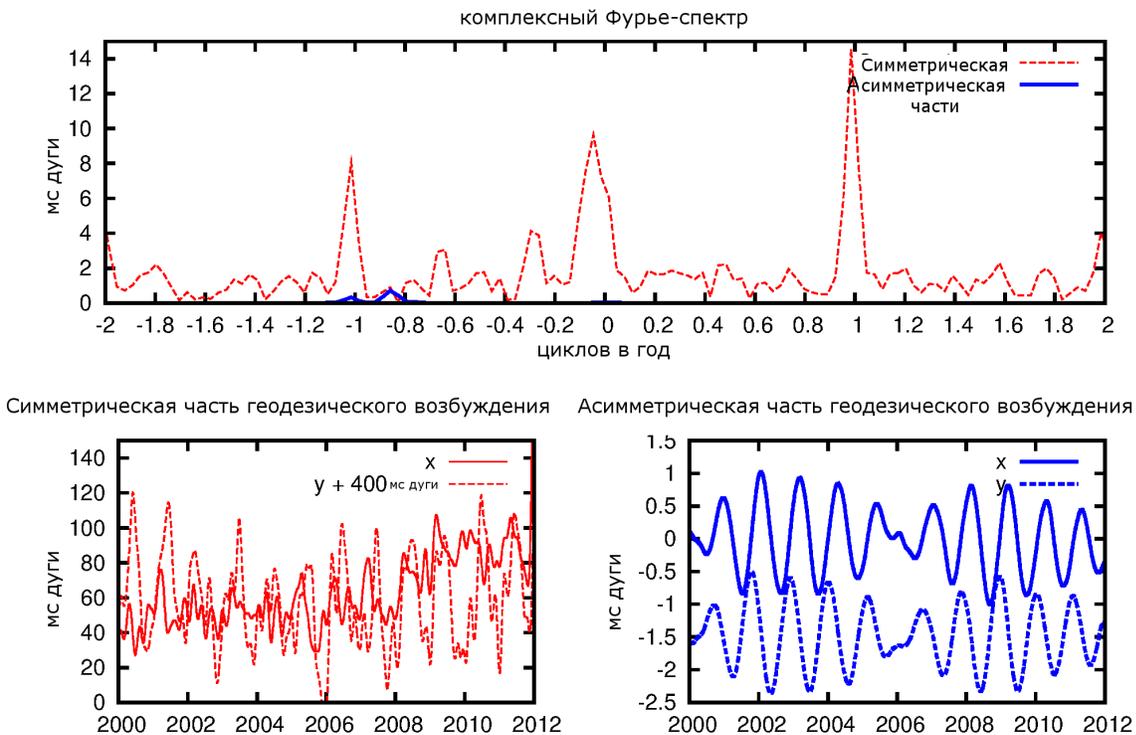


Рис. 2.5: Асимметрическая и обычная симметрическая части геодезического возбуждения с 2000 по 2012 гг., оцененные по рядам движения полюса IERS C04 (внизу). Соответствующий комплексный Фурье-спектр (вверху) на интервале 1980-2012 гг., который показывает, что асимметрическая компонента, в основном, состоит из ретроградной составляющей на годовом (365 дней) и чандлеровском (433 дней) периодах и амплитудой порядка одной мс дуги, комбинация этих частот ответственна за 6.4-летние биения во времени.

возбуждение вызывает движение полюса с эллиптичностью, достигающей 1 в окрестности отрицательной чандлеровской частоты. Однако эллиптическая поляризация основной (прямой) круговой компоненты остается малой (1%), с трудом отделимой от эллиптичности, присущей самому возбуждению. Мы не первые показали (см. например [365]), что трехосность связывает амплитуду любого кругового движения с движением на противоположной частоте, но наше исследование обосновывает то, что основной вклад при этом даёт океанический полюсный прилив, а трехосность уравнивает примерно половину этого эффекта.

Асимметрия вносит изменения в геодезическое возбуждение величины порядка 1 мс дуги, что составляет до 10% изменчивости обычного симметрического возбуждения в прямом сезонном диапазоне. Учитывая точность современных наблюдений, достигающую 0.1 мс дуги, соответствующие отклонения в геодезическом возбуждении значимы и должны учитываться. Если асимметрические эффекты подтвердятся, то для анализа возбуждения в сезонном диапазоне частот потребуется перейти от обычных уравнений Лиувилля к обобщенным.

Наше исследование имеет некоторые ограничения. Так, точность моделирования океанического полюсного прилива (предполагаемого здесь равновесным), играющего ключевую роль, пока недостаточна. Мы наложили маску (океаническую функцию) на океанический прилив, считая его на больших частотах вполне равновесным. Реальные наблюдения полюсного прилива в океане, например, по данным альтиметрии (см. главу 9), могли бы привести к существенным уточнениям модели. Мы воспользовались всего лишь однослойной моделью Земли, и наш результат не вполне удовлетворяет наблюдаемому значению чандлеровского периода. Для более реалистичного анализа наблюдений требуется учесть влияние жидкого внешнего и твердого внутреннего ядер. В рамках трехслойной модели чандлеровский период станет еще ближе к наблюдаемому. Поскольку это приблизит резонанс к годовому периоду, асимметрические возмущения годового колебания возрастут. Представленные здесь результаты следует считать скорее предварительными на пути совершенствования модели, которая должна улучшить численное согласие между геодезическим и геофизическим возбуждениями.

Глава 3

Методика решения обратной задачи восстановления входного чандлеровского возбуждения

*Другие смелые путешественники в будущем
еще восполнят детали нашей планеты,
но в основном её форма определена Магелланом.
С. Цвейг, “Подвиг Магеллана”*

3.1 Решение обратной задачи восстановления чандлеровского возбуждения

Чандлеровское колебание, амплитуда которого достигает 0.2 угловой секунды, представляет собой одну из важнейших компонент в движении полюса (ДП). Как резонансное колебание неупругой Земли [164, 169] оно должно убывать за характерное время около ~ 50 лет в отсутствие возбуждения [318]. Тот факт, что чандлеровское колебание сохраняется, объясняется поступающим от атмосферы и океана возбуждением [257, 258, 259, 319, 408]. Дополнительный вклад вносят гидрологические процессы [352, 376]. В доказательство приводят корреляции между чандлеровским геодезическим (восстановленным по ДП) и геофизическим (вычисленным по наблюдениям за геофизическими процессами) возбуждениями, реже – между самим чандлеровским движением полюса (ЧДП) и изменчивостью проинтегрированного углового момента атмосферы и океана [249]. В данной главе мы попробуем воспроизвести такого рода доказательства, основанные на сравнении геодезического и геофизического возбуждений, а также выделим некоторые ранее не известные, особенности. Поскольку годовой период близок к чандлеровскому, достаточно сложно выделить возбуждение, ответственное именно за ЧДП. Для

сравнения с ним, геофизическое возбуждение также требуется отфильтровать в этом диапазоне.

Вообще говоря, восстановление узкополосного чандлеровского возбуждения по наблюдениям за ДП – обратная задача, решение которой особенно затруднено резонансной природой чандлеровского колебания и должно опираться на методики решения обратных задач [106, 170, 1].

Вновь запишем комплексное уравнение Эйлера-Лиувилля (2.1, 12.29) для движения полюса

$$\frac{i}{\sigma_c} \frac{dp(t)}{dt} + p(t) = \chi^{tot}(t), \quad (3.1)$$

где комплексная чандлеровская частота $\sigma_c = 2\pi f_c(1 + i/2Q)$ зависит от действительной чандлеровской частоты f_c и добротности Q . В данной диссертации, если не оговорено иное, мы воспользовались для них значениями $f_c = 0.843$ цикла в год, $Q = 100$. В левой части (3.1) стоят комплексные величины $p = p_1 + ip_2 \approx x_p - iy_p$, задающие движение полюса, где x_p, y_p – его координаты в Земной системе. В правой части стоит комплексное возбуждение (эффективная функция углового момента) $\chi^{tot} = \chi_1^{tot} + i\chi_2^{tot}$, зависящее от компонент тензора инерции Земли, их возмущений, относительных моментов количества движения и средней скорости вращения Земли $\Omega = 7.292 \cdot 10^{-5}$ рад/с (см. Приложение А).

При входном воздействии χ^{tot} решение уравнения (3.1) имеет вид

$$p(t) = e^{i\sigma_c t} p_0(t_0) - i\sigma_c \int_{t_0}^t \chi^{tot}(\tau) e^{i\sigma_c(t-\tau)} d\tau,$$

где $p_0(t_0)$ – константа, определяющаяся начальными условиями. Влияние начальных условий для устойчивой системы со временем ($t_0 \rightarrow -\infty$) сходит на нет, и траектория полюса определяется частным решением неоднородной системы, имеющим вид интеграла-свертки. Т.о., движение полюсов Земли есть ни что иное, как сглаженное входное воздействие $\chi^{tot}(t)$. Соответствующий фильтр может быть охарактеризован импульсной характеристикой

$$h(t) = -i\sigma_c e^{i\sigma_c t}, \quad (3.2)$$

или передаточной функцией

$$W(p) = \frac{\sigma_c}{ip + \sigma_c}, \quad (3.3)$$

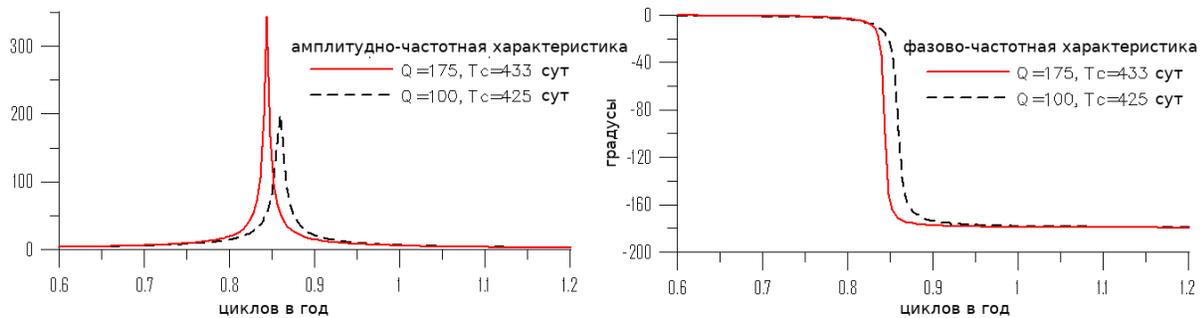


Рис. 3.1: АЧХ (а) и ФЧХ (б) системы (3.1) для двух значений чандлеровского периода T_c и добротности Q .

в которой стоит комплексная переменная p (не путать с ДП). Если подставить $p = i\omega$, мы получим амплитудно-фазовую частотную характеристику, модуль которой, АЧХ, представлен на рисунке 3.1 слева, а фаза – ФЧХ системы (3.1) – справа для двух разных значений добротности Q и чандлеровского периода $T_c = 365/f_c$. Хорошо заметно усиление передачи вблизи f_c и скачок фазы – свойства резонанса.

Итак, задача восстановления возбуждающих функций по движению полюса Земли является некорректно поставленной. Это видно уже из того, что она содержит операцию дифференцирования наблюдений (3.1). Особенно сложна она вблизи резонанса. Для её решения необходима корректирующая процедура. Для выделения чандлеровского возбуждения необходимо освободиться от влияния компонент на соседних частотах, в т.ч. от годового колебания и шумов.

Еще в первой диссертации [51] автор разделил тренд движения полюса, чандлеровскую и годовую компоненту методом сингулярного спектрального анализа (ССА). Однако позднее обнаружил, что прямые и ретроградные компоненты оказались при этом смешаны. Тогда к данным по ДП с 1846 г. из бюллетеня ЕОР С01 МСВЗ был применен комплексный ССА. Этот метод позволил не только разделить компоненты, но и избавиться от ретроградного вклада в ЧДП, который отделяется в отдельную главную компоненту. Полученные с его помощью основные компоненты ДП представлены на рис. 3.2 справа. Выделенная таким образом чандлеровская компонента показана красным и может быть использована для получения соответствующего геодезического возбуждения.

Полученное ЧДП оказалось близким к полученным другими авторами [312], однако результаты желательно независимо подтвердить и другими способами. Для получения чандлеровского возбуждения мы применили следующие три методики [13, 15]:

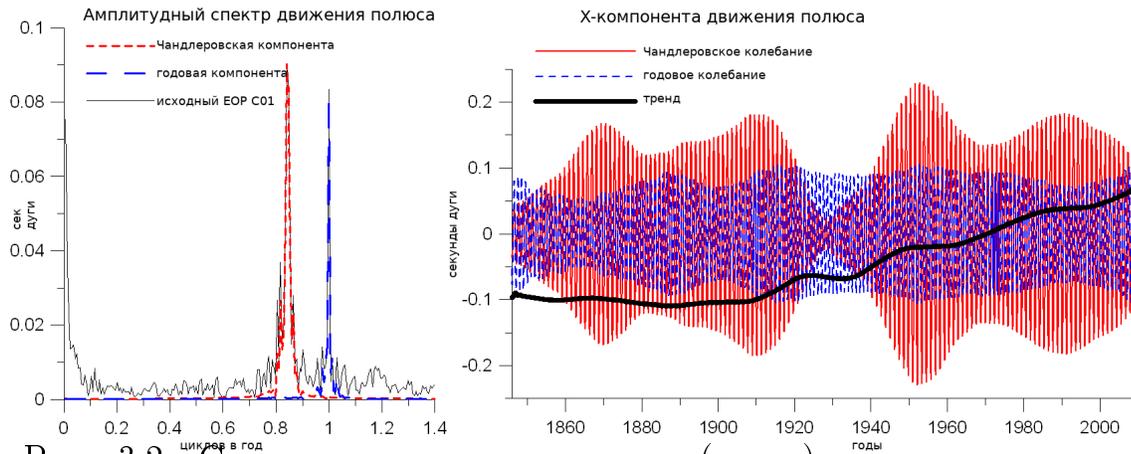


Рис. 3.2: Спектры движения полюса (слева) и его компоненты (х-координата), полученные комплексным ССА (справа).

а) Выделенная комплексным ССА чандлеровская компонента была обработана фильтром Вилсона, аппроксимирующим инверсный оператор

$$\chi(t) = \frac{ie^{-i\pi f_c \Delta t}}{\sigma_c \Delta t} \left[p_{t+\frac{\Delta t}{2}} - e^{i\sigma_c \Delta t} p_{t-\frac{\Delta t}{2}} \right], \quad (3.4)$$

где $\Delta t/2$ – шаг между наблюдениями (0.05 года).

б) В частотной области к данным по ДП применена корректирующая фильтрация Пантелеева (см. приложение Д), основанная на фильтре (12.77), центрированном на чандлеровской частоте с параметром ширины фильтра $f_0 = \omega_0/(2\pi) = 0.04 \text{ лет}^{-1}$, выбранным так, чтобы нижние и верхние частоты, включая годовую, подавлялись. Формулы такого полосового фильтра Пантелеева, послужившего основой для корректирующего, включающего процедуру обращения, представлены ниже (3.9, 3.10).

в) После вычитания годовой компоненты, подобранной МНК, выполнена регуляризация в частотной области с использованием выражения (12.76)

$$W_{reg}(\omega) = \frac{W^*(\omega)}{W^*(\omega)W(\omega) + \alpha}, \quad (3.5)$$

где передаточная функция W от ω определяется выражением (3.3) при $p = i\omega$ после поворота комплексной плоскости. Параметр регуляризации $\alpha = 500$ подобран так, чтобы результат был близок к полученному методами а) и б).

На рис. 3.3а представлены АЧХ трех названных методов. Результаты восстановления чандлеровского возбуждения представлены на рис. 3.3б

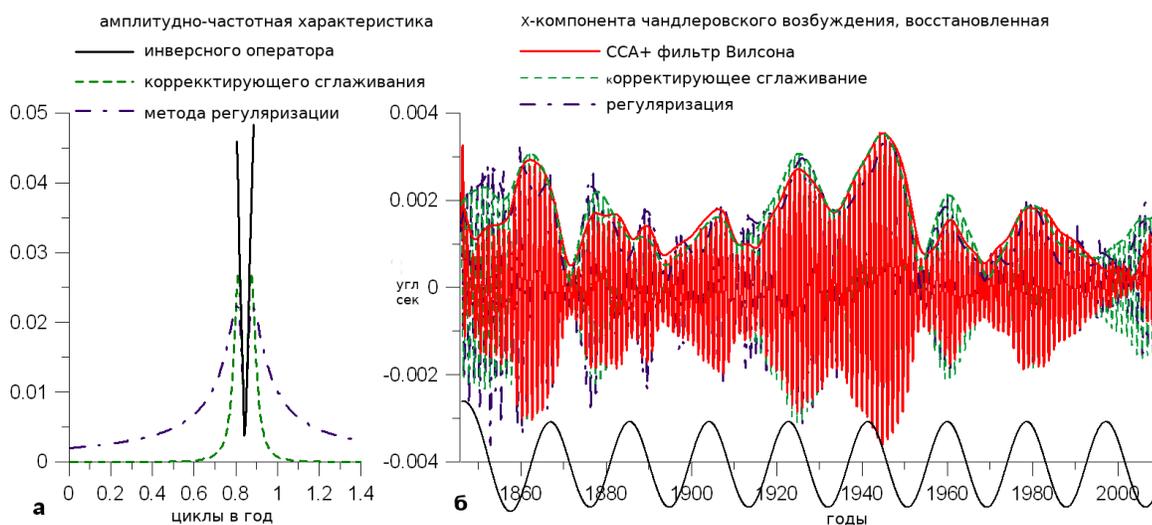


Рис. 3.3: АЧХ инверсных операторов (а) и результат восстановления чандлеровского возбуждения (б). Вдоль абсцисс показана волна 18.6-летнего прилива.

для x -координаты полюса. Здесь и далее мы представляем такого рода графики лишь для x -компоненты, поскольку огибающие совпадают и y -компонента отличается только сдвигом несущей частоты Чандлера на $\pi/2$ (109 суток). Все три метода дали схожие результаты. В полученном возбуждении наблюдаются амплитудные модуляции с периодом около 20 лет. Нами была замечена некоторая их синхронность с 18.6-летним циклом регрессии узлов орбиты Луны. Для сравнения под кривой возбуждения на рис. 3.3б вдоль оси абсцисс приведена 18.6-летняя волна из модели МСВЗ для зонального прилива в LOD с рис. 1.4. Она отражает ход прецессии Луны и задает на графике временной масштаб.

3.2 О погрешности выделения чандлеровской компоненты

Различные методы, такие как обрезание сингулярных чисел, регуляризация Тихонова и корректирующая фильтрация Пантелеева [383], применённые к ДП [1, 13], позволяют выделить возбуждение для чандлеровской резонансной моды, т.е. найти псевдорешение поставленной обратной задачи [3]. Все три метода базируются на выделении ЧДП посредством фильтрации и обращении дифференциального оператора.

Приведем доводы, убеждающие нас в том, что выделенное фильтром ЧДП достоверно, даже при наличии шумов. На рис. 3.4 справа пред-

ставлено сравнение ЧДП, выделенного комплексным ССА и полосовым фильтром Пантелеева (3.9, 3.10). Красным прямоугольником отмечен интервал достоверного выделения сигнала, в котором краевые эффекты несущественны. Огибающая ЧДП получена преобразованием Габора (см. приложение Б). На спектр ДП, представленный на рис. 3.4, наложена АЧХ (модуль передаточной функции) (3.3) полосового фильтра Пантелеева. Видно, что оба этих метода выделяют ЧДП в узкой полосе прямых частот и дают примерно одинаковые результаты с той разницей, что краевые эффекты для ССА менее выражены. Мы провели ряд экспериментов, изменяя параметры методов, и, как будет видно ниже, на рис. 3.5, ширина фильтра в большей степени, чем параметры f_c и Q , определяет вид результирующей кривой. Проектируя фильтр мы руководствовались требованием того, что фильтр должен пропускать все спектральные компоненты вблизи чандлеровского пика, но подавлять годовую и прочие частоты. Такой подход или априорные сведения о носителе спектра ЧДП, даёт нам результат, представленный на рис. 3.3, 3.4.

Поскольку фильтрация, т.е. сужение области, откуда выбирается решение, ценой смещения даёт выигрыш в дисперсии, точность выделения ЧДП в рамках выбранной модели (фильтра) весьма высока. Для ее оценки на интервале 150 лет был сгенерировали сигнал, состоящий из годового колебания амплитудой 100 мс, смещенного относительно него на $\pi/3$ колебания с чандлеровским периодом 433 сут. с постоянной амплитудой 150 мс (модельное ЧДП) и случайного белого шума амплитудой a_n . При восстановлении такого модельного ЧДП фильтром Пантелеева, амплитудных модуляций, за исключением краевого эффекта, не наблюдается. Вычисленные после исключения краевых эффектов (по 10 лет от начала и конца интервала) стандартные отклонения разности между исходным и восстановленным ЧДП представлены в таблице 3.1, они весьма малы по сравнению с амплитудой модельного ЧДП. Даже при амплитудах шумов, сравнимых с шумами оптических измерений XIX вв., $a_n > 100$ мс, погрешность выделения ЧДП не превосходит 5%.

Была также предпринята попытка выделить ЧДП методом среднеквадратической коллокации (СКК) (см. раздел 11.2.3) [93, 320], однако для его применения необходима априорная оценка автоковариационной функции выделяемого сигнала. Если получить ее по сигналу ЧДП, выделенному другим методом, скажем ССА, то СКК дает превосходные результаты.

Об оценке погрешностей метода корректирующей фильтрации будет сказано в разделе 4.3.

Таблица 3.1: Зависимость погрешности σ восстановления ЧДП для разных амплитуд шумов a_n в рамках описанной выше модели.

| | | | | | |
|---------------|-----|-----|-----|-----|-----|
| a_n , мс | 10 | 30 | 60 | 90 | 120 |
| σ , мс | 2.4 | 2.6 | 4.5 | 6.4 | 8.0 |

Ниже мы представим результаты выделения источников чандлеровского возбуждения в атмосфере путем фильтрации региональных вкладов компонент ААМ в чандлеровском диапазоне частот. Наш подход на основе фильтра Пантелеева [13] можно сопоставить с подходами Л. Ляо [352] и И. Настулы [377, 378, 379], основанных на вычислении ковариаций между региональными вкладами в ААМ и эффективными (интегральными) функциями ААМ, которые отражают лишь меру линейного сходства последних с изменчивостью ААМ в той или иной географической точке. В отличие от названных авторов, мы сфокусируемся на отфильтрованных полях ААМ в чандлеровском диапазоне частот, построим карты для определения положения атмосферных источников возбуждения и графики Ховмеллера, характеризующие эволюцию долготного и широтного изменения ААМ во времени.

3.3 Используемые данные по эффективному угловому моменту

В динамической системе (3.1) комплексная траектория полюса $p = p_1 + ip_2$ формирует выход, а входное возбуждение $\chi^{tot} = \chi_1^{tot} + i\chi_2^{tot}$ поступает на вход. Значительная часть возбуждения вызвана атмосферой. Опустив индекс tot , представим геофизическое возбуждение возбуждающей функцией $\chi = \chi_1 + i\chi_2$, вычисляемой по метеорологическим наблюдениям [259, 456]. Компонента χ_1 соответствует проекции на ось x земной системы координат (TRF), а χ_2 – на ось y . Интегральную величину χ называют эффективной функцией атмосферного углового момента ЕААМ. Она имеет две составляющих – давления (массы) χ^P и ветра (движения) χ^W (12.28). Первая вызвана изменениями момента инерции, вторая – относительного углового момента атмосферы. Комплексный временной ряд $\chi^{P,W}$, предоставляемый Бюро по геофизическим флюидам МСВЗ [482], часто используется для сравнения с геодезическим возбуждением.

Функция эффективного углового момента χ получается интегриро-

ванием региональных вкладов $X^{P,W}(\lambda, \phi)$ по всем широтам и долготам

$$\chi^{P,W} = \int \int X^{P,W}(\lambda, \phi) d\lambda d\phi. \quad (3.6)$$

В ЕААМ вносит вклад изменчивость ветров в разных регионах земного шара. Поля величин $X(\lambda, \phi)$ представляют региональные вклады, мы будем называть их просто ААМ.

Использовались данные реанализа NCEP/NCAR с 1948 года с шагом по времени 6 часов для разных уровней барических высот на широтно-долготной сетке, исходные данные доступны по ссылке [494]. Их перевод в карты ААМ был выполнен в Астрогеодинамическом центре Шанхайской обсерватории. Для каждой географической точки на широтно-долготной карте региональная компонента давления вычислялась по формуле (см. (12.27) и раздел 8.5)

$$X^P(\lambda, \phi) = X_1^P + iX_2^P = \frac{1.11R^4}{(C - A)g} p_s(\lambda, \phi) \sin \phi \cos^2 \phi e^{i\lambda}, \quad (3.7)$$

а компонента ветра по формуле

$$\begin{aligned} X^W(\lambda, \phi) &= X_1^W + iX_2^W = \\ &= \frac{1.57R^3}{\Omega(C - A)g} \int (u(\lambda, \phi, p) \sin \phi + iv(\lambda, \phi, p)) \cos \phi e^{i\lambda} dp, \end{aligned} \quad (3.8)$$

где R и Ω – средний радиус и угловая скорость; A , C – главные моменты инерции Земли; g – гравитационное ускорение; λ и ϕ – долгота и широта в заданной точке; p_s – давление у поверхности; u и v – зональные и меридиональные компоненты скорости. Компоненты давления вычислены в предположении гипотезы обратного барометра (IB) [459].

Поля ААМ с шагом по времени 6 часов на сетке $2.5^\circ \times 2.5^\circ$ позволяют получить по 4 карты ежедневно, каждая из них содержит $73 \times 144 = 10512$ долготно-широтных значений. В каждой точке временной ряд отфильтровывался в чандлеровском диапазоне полосовым фильтром Пантелеева, полученным автором из (12.77). Импульсная характеристика полосового фильтра Пантелеева даётся формулой

$$h(t) = \frac{\omega_0}{2\sqrt{2}} e^{-\left(\frac{\omega_0|t|}{\sqrt{2}} - i2\pi f_c t\right)} \left(\cos \frac{\omega_0 t}{\sqrt{2}} + \sin \frac{\omega_0 |t|}{\sqrt{2}} \right), \quad (3.9)$$

с параметрами $\omega_0 = 2\pi f_0$, определяющим его ширину и f_c , определяющим центральную частоту. Передаточная функция фильтра (АЧХ) да-

ется в частотной области выражением

$$L_h(f) = \frac{f_0^4}{(f - f_c)^4 + f_0^4}. \quad (3.10)$$

Фильтр центрируется на чандлеровской частоте выбором параметра $f_c = 0.8435 \text{ лет}^{-1}$. Его полезное свойство, унаследованное от (12.77), состоит в том, что он не изменяет фазы сигнала (имеет нулевую ФЧХ). Конечно, для выделения прямого колебания его следует применять к комплексному сигналу, а при применении к действительному сигналу необходимо фильтровать как в прямом, так и в ретроградном диапазоне. Для достаточно малого f_0 и ненулевого f_c фильтр (3.10) является узкополосным. При выборе ширины окна пропускания $f_0 = 0.04 \text{ лет}^{-1}$, соответствующее временное окно имеет протяженность (3.9) ~ 40 лет (см. рис 12.10). Отфильтрованные данные ААМ искажаются краевым эффектом. Для его исключения мы убрали из рассмотрения 20-летние интервалы в начале и в конце. При использованной протяженности наблюдений с 1948 по 2012 г., остается лишь интервал 1968-1992 гг. Мы не использовали специальных методов корректировки краевых эффектов, некоторые из которых предложены в работе [432].

На рис. 3.5 представлены результаты выделения ЧДП из рядов ДП бюллетеня IERS EOP C01 для двух значений параметров $f_0 = 1/25 \text{ лет}^{-1}$ и $f_0 = 1/70 \text{ лет}^{-1}$. Слева представлены АЧХ фильтров (3.10) на фоне спектра ДП. В центре показано выделенное чандлеровское колебание. Справа – геодезическое возбуждение, полученное по методологии корректирующей фильтрации Пантелеева [13]. Фильтр выделяет только чандлеровскую частоту и подавляет соседние частоты, как низкие, так и высокие, устраняя годовое колебание. Результаты не меняются, если годовой цикл предварительно вычесть. Однако они зависят от ширины фильтра. Фильтр с параметром полуширины $f_0 = 0.04 \text{ лет}^{-1}$ (рис. 3.5, сверху), который взят нами за основу, пропускает спектральный пик ЧДП вместе с набором боковых лепестков. Возбуждение при таком выборе фильтра имеет квази-20-летние амплитудные модуляции, более подробно изученные в главе 4. Сигнал, полученный с очень узким фильтром $f_0 = 0.014 \text{ лет}^{-1}$ выделяет лишь квази-80-летнюю модуляцию с минимумом в 1840-е, 1930-е, и 2010-е (рис. 3.5, внизу). Это колебание скрыто (содержится) в сигнале, который получается с более широким фильтром при $f_0 = 0.04 \text{ лет}^{-1}$. Как ~ 20 , так и ~ 80 -летние модуляции чандлеровского возбуждения, имеют сходство с изменениями температуры на Земле [40, 412], показанными на рис. 3.5 красными кривыми справа.

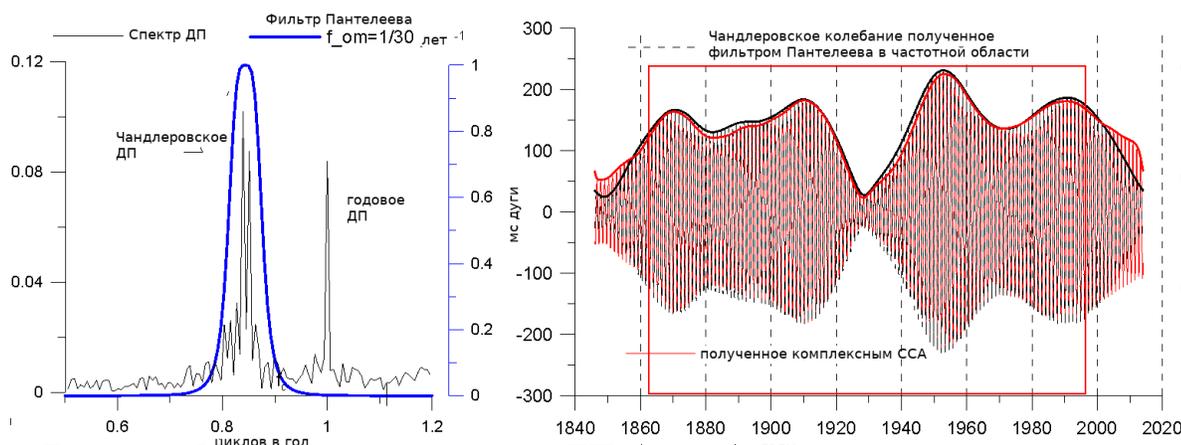


Рис. 3.4: Комплексный спектр ДП (слева) вблизи чандлеровской частоты и АЧХ фильтра Пантелеева. Чандлеровское колебание, полученное комплексным ССА и фильтром Пантелеева, вместе с огибающей (справа).

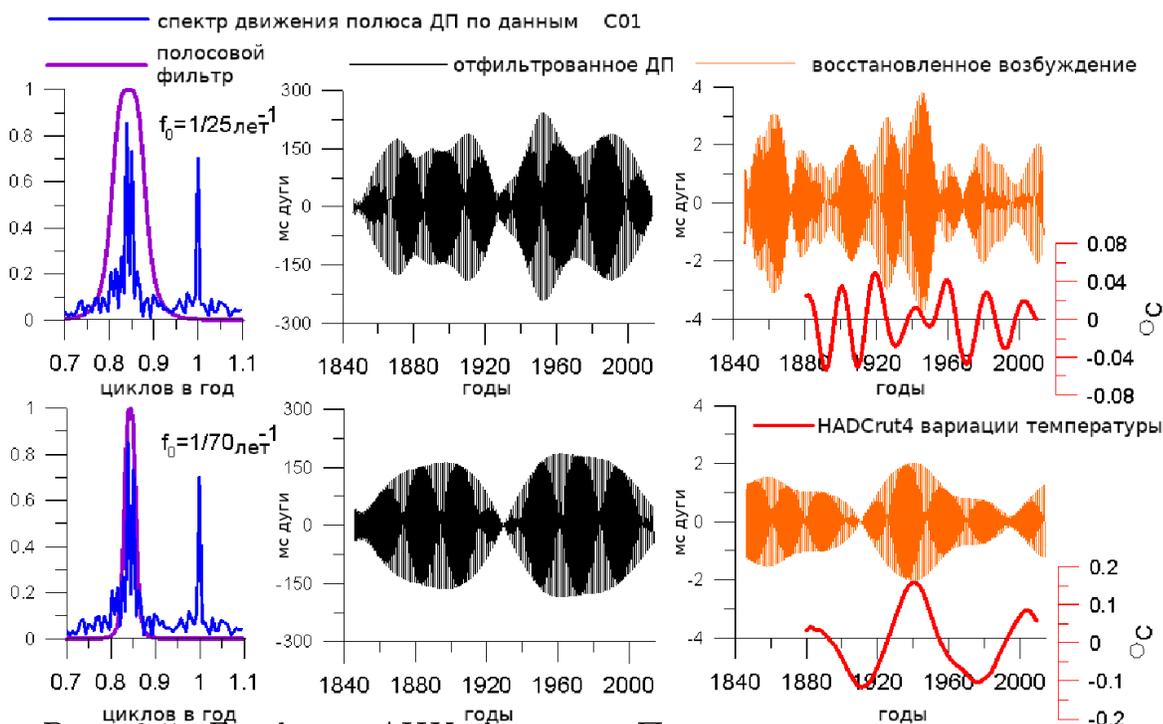


Рис. 3.5: Графики АЧХ фильтра Пантелеева, наложенные на спектр движения полюса (слева), чандлеровское колебание (в центре), и геодезическое возбуждение (справа) для двух значений параметра фильтра f_0 (вверху и внизу). Представлены только x -компоненты; y -компоненты сходны, но имеют задержку по фазе несущей на $\pi/2$ (109 суток). Колебания, выделенные из глобальной температуры на Земле (HadCRUT4), представлены красным цветом вдоль оси абсцисс (справа).

Вернемся к вопросу обработки исходных полей ААМ. Для сокращения объемов вычислений мы провели их редукцию: удалили среднее за период с 1948 по 2012 год (передача полосового фильтра здесь нулевая), сгладили временные ряды ААМ и увеличили шаг по времени. Низкочастотное сглаживание выполнялось фильтром Пантелеева (3.9) с центральной частотой $f_c = 0$, т.е. исходной версией ФНЧ (12.77). Параметр среза $f_0 = 10 \text{ лет}^{-1}$ был выбран так, чтобы переход к 10-дневному временному шагу не исказил сигнала ЧДП. Редукция уменьшила объем данных в 40 раз.

3.4 Сравнение геодезического и геофизического возбуждений в чандлеровском диапазоне

Полученные комплексные поля ААМ $X(\lambda, \phi)$ содержат действительные и мнимые части. Как сказано выше, действительная часть возбуждения соответствует x -координате в земной системе отсчета, направленной вдоль плоскости Гринвичского меридиана, и формируется под действием зональных ветров¹ и изменений давления на большом круге Гринвича, проходящем как над Атлантическим, так и над центральным Тихим океанами. Мнимая часть, соответствующая оси y , направленной по 90° восточной долготы, зависит от изменений атмосферного давления и ветра над Азией, Индийским океаном, Северной Америкой и Юго-западным сектором Тихого океана. Мы не будем рассматривать x и y компоненты по отдельности, но исследуем изменчивость амплитуды $|X|$ регионального чандлеровского возбуждения. Сведения о фазе, т.е. направлении смещения полюса при таком рассмотрении теряются. Поскольку фильтр (3.9) выделяет только прямые резонансные чандлеровские частоты, ретроградные компоненты здесь подавлены и не влияют на результат (см. также гл. 4).

Карты усредненного модуля ААМ $\langle |X| \rangle$ в чандлеровском диапазоне для ветра и давления на интервале 1968-1991 гг. представлены на рис. 3.6. Графики, полученные интегрированием по меридианам и параллелям, также показаны слева, сверху и снизу. Вклад давления сосредоточен над континентами (над океанами он скомпенсирован изменением уровня по гипотезе обратного барометра IB), в то время как вклад ветра больше над океанами. Поскольку в северном полушарии (СП) доминирует суша, влияние компоненты давления в нем больше. В южном полуша-

¹Следует помнить, что вследствие гироскопического эффекта, воздействие вдоль Гринвича x смещает ось в ортогональном направлении, вдоль y .

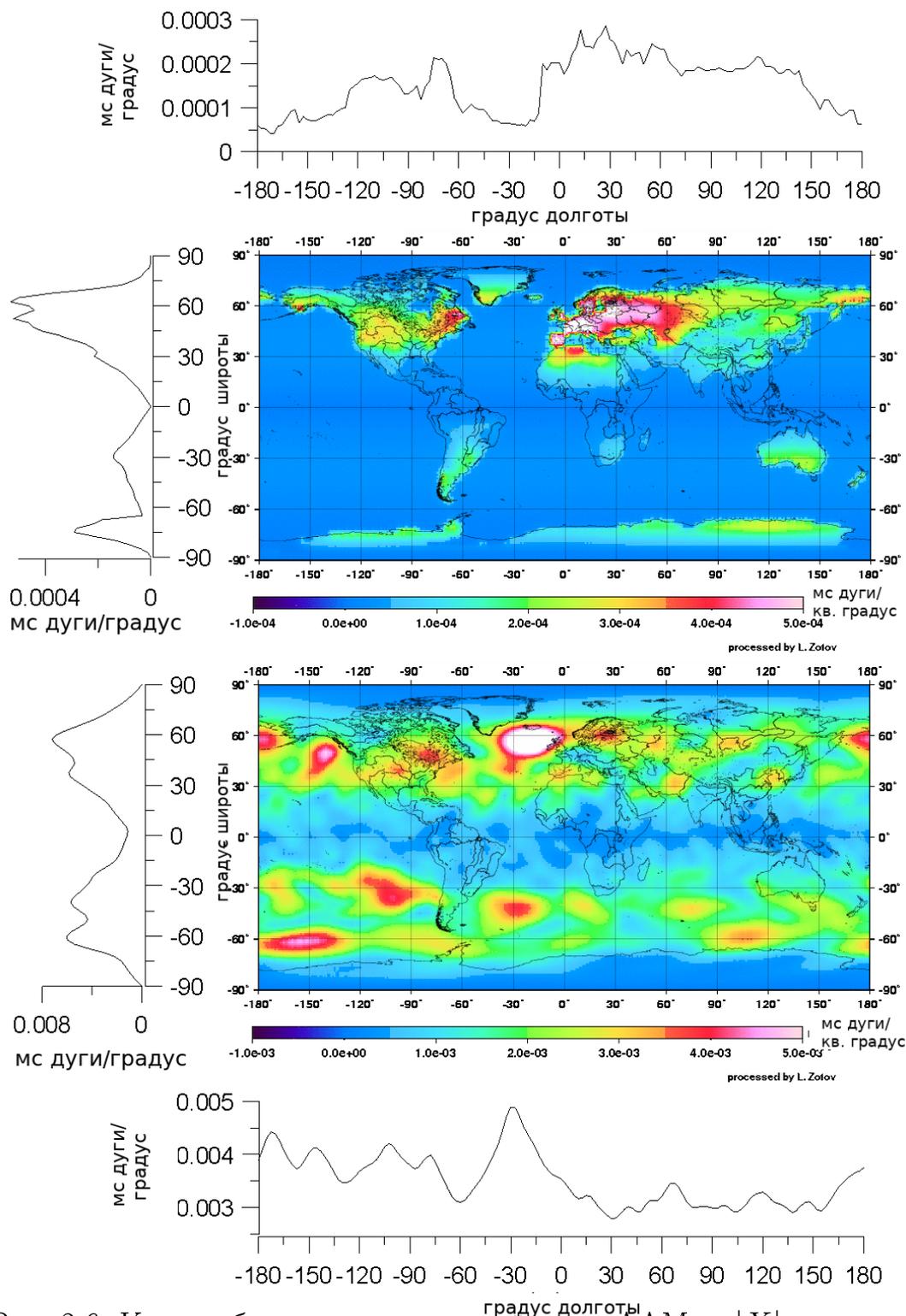


Рис. 3.6: Карта абсолютных значений поля $\text{AAM} \langle |X| \rangle$ для давления (вверху) и ветра (внизу) в чандлеровском диапазоне, усредненных на интервале 1948-2012 гг. Графики сверху, слева и снизу получены группированием по широтам и долготам.

рии (ЮП) основной вклад давления поступает с территории Антарктиды. Вклад как давления, так и ветра велик в средних широтах $[30^\circ, 60^\circ]$ и $[-30^\circ, -60^\circ]$. Это может быть следствием бóльшей атмосферной изменчивости, наблюдаемой на этих широтах уже на начальных картах нефильтрованного ААМ. Для компоненты давления это следует из максимума множителя $\sin \phi \cos^2 \phi$ в формуле (3.7). Для ветра – вследствие сильных западных ветров и течений, сосредоточенных на этих широтах [167]. Обратим внимание на тот факт, что компонента давления имеет особенно большой вклад над Европой. Заметный вклад также поступает из Северной Америки, меньший – Латинской Америки и Австралии, что соответствует корреляционным картам, полученным в работе [379]. Поскольку мы не вычитали вклад ветра и не строили карт корреляций с интегрированным ЕААМ, как в [379], наши результаты отличает отсутствие заметного сигнала над Азией. Для компоненты ветра существенный максимум наблюдается над Северной Атлантикой к юго-востоку от Гренландии. Именно там расположен Исландский минимум давления – известный центр действия атмосферы [89]. Аномальный ААМ в этом регионе, вероятно, связан с сильными ветрами, штормами, вариациями давления, также сказывающимися на Северо-Атлантическом (НАО), Многолетнем Атлантическом (АМО) колебаниях и течении Гольфстрим [412].

На рис. 3.7 представлены три карты отклонений модуля ААМ относительно среднего $\Delta|X| = |X| - \langle |X| \rangle$ в чандлеровском диапазоне частот для компонент ветра и давления за 1968, 1977, и 1990 гг. Полный набор анимированных карт представлен на сайте [464]. И, хотя временной промежуток недостаточен для окончательного утверждения, прослеживается некоторое подобие квази-20-летней цикличности. Так регионы максимумов сменились на минимумы и снова на максимумы за исследуемый период.

Мы проинтегрировали модуль отклонения ААМ $\Delta|X|$ по всему земному шару отдельно для каждого момента времени и представили графики Ховмеллера на рис. 3.8. Эти карты отражают модуляции чандлеровского возбуждения в широтных и долготных поясах.

Долготно-временная развертка (верхний ряд) для давления (слева) показывает горизонтальные полосы с минимумом в начале и конце интервала и максимумом в 1970-е годы. Максимум (красным) ветровой компоненты (справа) вытянут по диагонали. Это может означать миграцию влияния по земному шару к востоку примерно за ~ 20 лет. Помимо сложной долготной конфигурации, наблюдается асимметрия между СП и ЮП.

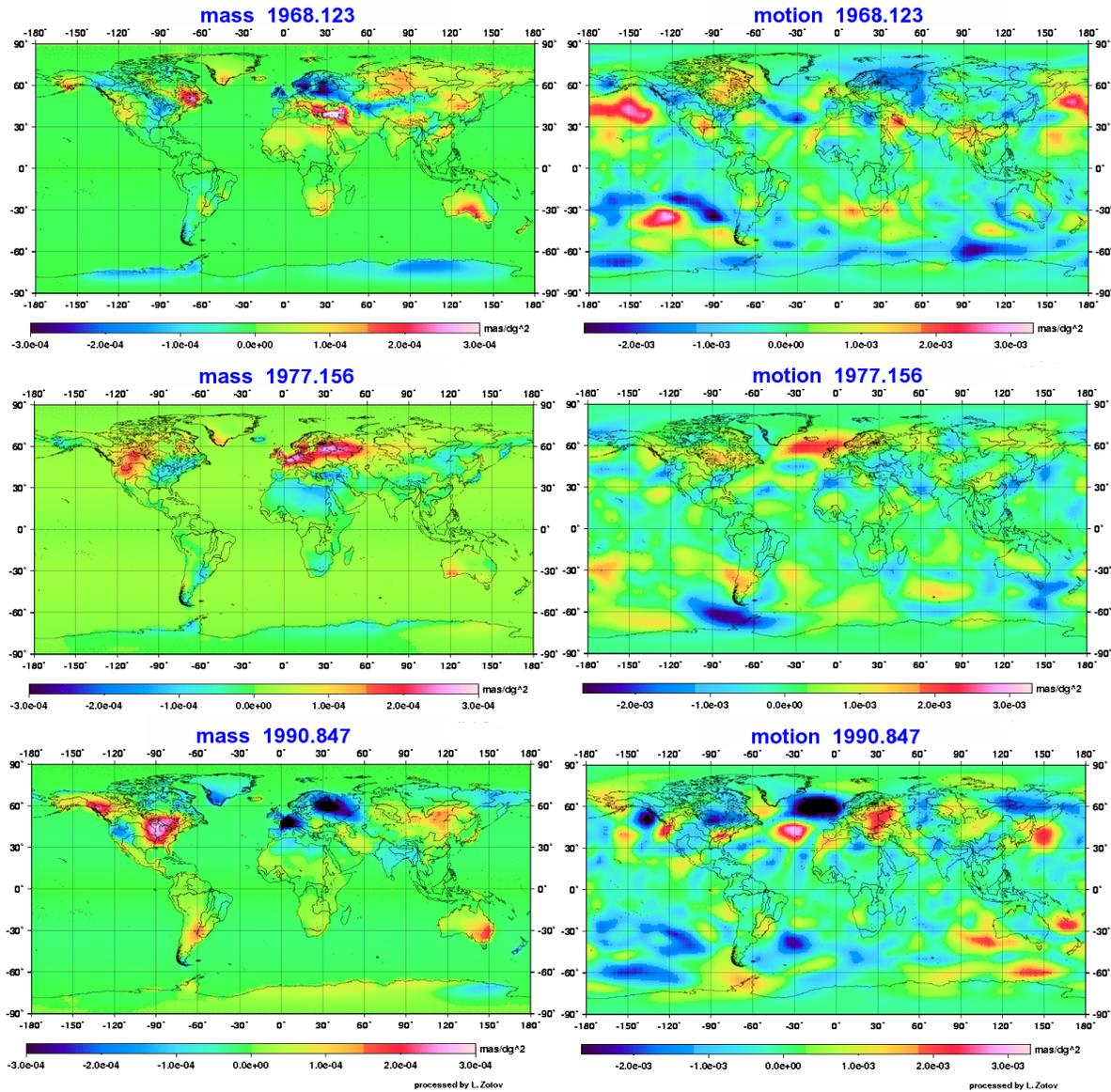


Рис. 3.7: Модуль изменчивости $\Delta|X|$ относительно среднего ААМ давления (слева) и ветра (справа) в чандлеровском диапазоне частот.

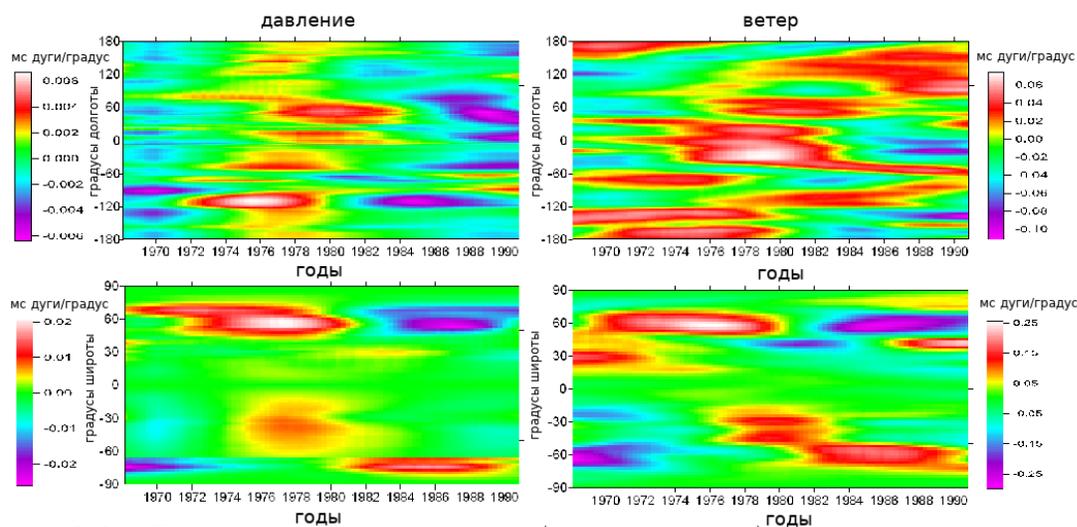


Рис. 3.8: Долготно-усредненные (верхний ряд) и широтно-усредненные (нижний ряд) графики Ховмеллера для модуля отклонения $\Delta|X|$ в чандлеровском диапазоне: компонента давления (слева) и ветра (справа). Вклад давления в основном поступает с континентов.

Из широтно-временных карт (нижний ряд), как для ветра, так и для давления, видно, что максимумы мигрируют из северной полусферы в южную. Максимум 1976 года на широте $+60^\circ$ становится минимумом в 1988 году, обратная картина имеет место на широте -60° . Анимированные карты для этих районов также показывают взаимосвязанное поведение по полушариям. К примеру, максимум ветра над Исландией сопровождается минимумом над проливом Дрейка, знак вклада в этих районах меняется синхронно. Возможно, в этом поведении скрыта квази-20-летняя изменчивость региональных ААМ давления и ветра в чандлеровском диапазоне, однако окончательно судить об этом на основе имеющихся данных преждевременно.

Что касается фазы чандлеровского возбуждения, она также может быть отображена на карте, но, ввиду сложной структуры, мы её здесь не приводим. Фаза на анимированной карте вращается вокруг Земли с периодом чандлера.

Отфильтрованные поля ААМ были просуммированы, и результирующий эффективный угловой момент ЕААМ представлен на рис. 3.9 в сравнении с геодезическим возбуждением в чандлеровском диапазоне, полученным из наблюдений [13]. Хотя уже из карт на рис. 3.6, 3.7 видно, что изменчивость для ААМ ветра на порядок превышает изменчивость для давления, амплитуды проинтегрированных вкладов схожи по вели-

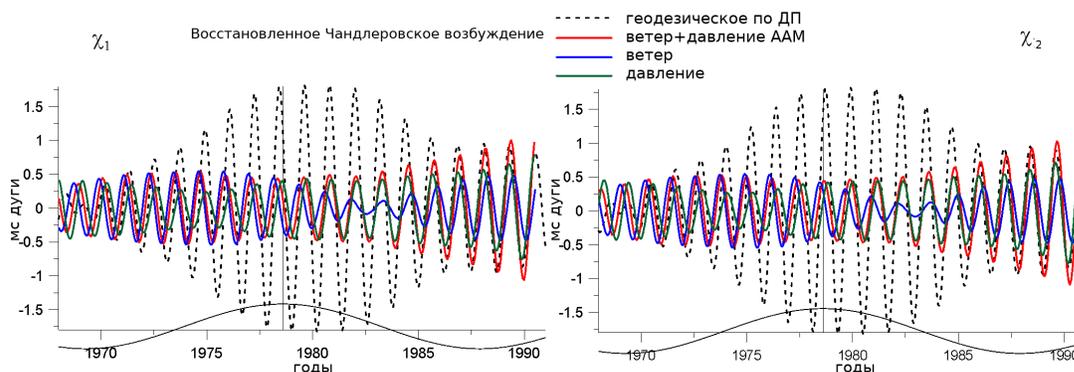


Рис. 3.9: Интегрированный эффективный ААМ χ для ветров (синим), давления (зеленым) и их суммы (красным) в чандлеровском диапазоне частот в сравнении с геодезическим возбуждением (пунктиром). Вдоль оси x приведена также волна 18.6-летнего лунного прилива.

чине. Это связано с взаимной компенсацией вкладов ветра северного и южного полушарий [375]. Средние амплитуды возбуждения составляют: 0.39 мс дуги для ветра, 0.48 мс дуги для давления, 0.61 мс дуги для их суммы, 1.14 мс дуги для восстановленного геодезического возбуждения. Фазы всех трех сигналов довольно близки.

Полное атмосферное возбуждение объясняет около $\sim 50\%$ чандлеровского возбуждения. ЕААМ не показывают амплитудных модуляций с максимумом около 1979 г., наблюдающихся в восстановленном фильтром Пантелеева геодезическом возбуждении. Не исключено, что эти модуляции связаны с океаном или вызваны 18.6-летним циклом прецессии орбиты Луны [149].

3.5 Итоги

Применив фильтр Пантелеева, мы выделили геодезическое чандлеровское возбуждение, которое будет более подробно рассмотрено в следующей главе, сопоставили его с атмосферным геофизическим возбуждением, выделили вклады в чандлеровском диапазоне от региональных составляющих ветра и давления и представили их в виде карт ААМ. Вклад давления поступает в основном с континентов, особенно из северного полушария, с территории Европы. Вклад ветра в чандлеровское движение полюса в основном сосредоточен над океаном, в частности над Северной Атлантикой [186, 311]. На графиках Ховмеллера заметна антикорреляция между СП и ЮП, эволюционирующая с квази ~ 20 -летним пери-

одом. Проинтегрировав поля ААМ, мы не обнаружили такой волны в амплитуде атмосферного чандлеровского возбуждения. Полный эффективный ААМ сопоставлен с геодезическим возбуждением, вычисленным по движению полюса корректирующей фильтрацией Пантелеева. Вклад атмосферы обеспечивает около 50% возбуждения ЧДП. Остается нерешенным вопрос о причинах ~ 20 -летней модуляции, имеющейся в геодезическом возбуждении, но не обнаруженной в атмосферном геофизическом возбуждении.

Глава 4

Моделирование огибающей чандлеровского колебания и его возбуждения

*Летит Земля в пространстве утлой лодочкой,
Но молим мы ловцы и рыбаки,
Сглотни наживку, попадись на удочку,
О, чудо-юдо, чудо-рыба-кит.
Наум Олев*

4.1 О целях главы

В предыдущей главе мы выделили Чандлеровское движение полюса (ЧДП) и восстановили возбуждение для него. Для выделения ЧДП можно воспользоваться комплексным ССА или фильтром Пантелеева, сравнение которых было представлено на рис. 3.4, справа. Результаты, полученные с использованием фильтра Пантелеева, представлены крупным планом на рисунке 4.1. Форма ЧДП вверху, по образному выражению К.В. Холшевникова, напоминает “воблу” (по ассоциации с wobble). Внизу представлено возбуждение, поведение которого на первый взгляд кажется весьма странным: в эпоху минимума ЧДП оно максимально, огибающая возбуждения совершенно не похожа на огибающую ЧДП, квазипериод огибающей возбуждения близок к 20 годам.

В данной главе мы попытаемся спрогнозировать ЧДП на основе простой модели и докажем, что 20-летние изменения амплитуды возбуждения действительно существуют и вызваны наличием квази-40-летнего колебания амплитуды ЧДП. С помощью модели мы продемонстрируем, что параметр фильтра подобран оптимально, и погрешность восстановленного возбуждения меньше его амплитуды. Мы также обсудим эффект, названный нами эффектом “эскарго”, приводящий к появлению квазире-

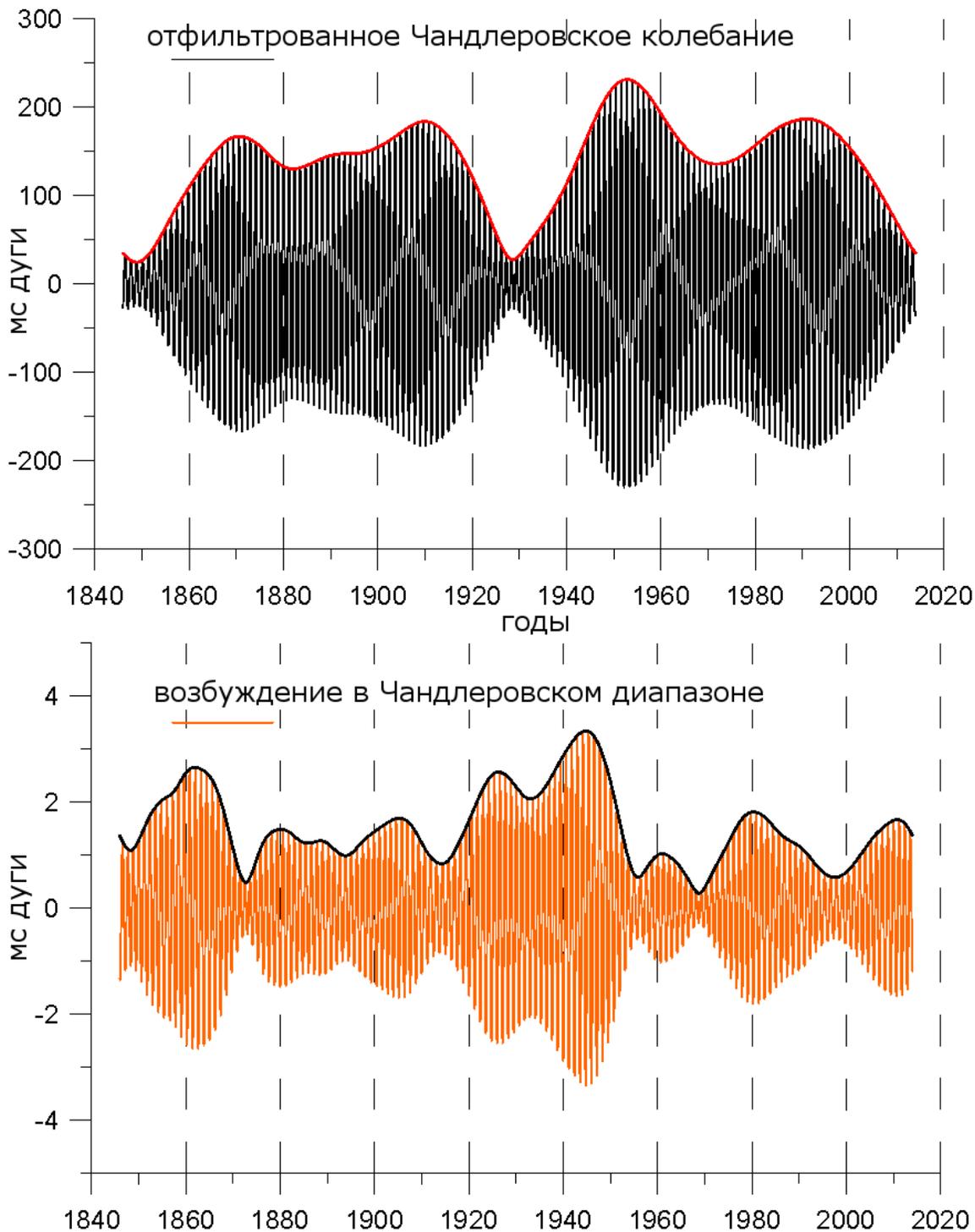


Рис. 4.1: Долговременное Чандлеровское колебание (х-координата) с 1846 г., выделенное фильтром Пантелеева (вверху) с параметрами $f_c = 0.843$, $f_0 = 0.04 \text{ лет}^{-1}$ и восстановленное для него возбуждение (внизу).

Таблица 4.1: Составляющие модели огибающей чандлеровского колебания (cos) на интервале 1846-2017 г.

| | Период | амплитуда | фаза (1880) |
|----------------------|----------------|-------------------------|-------------|
| 80-летняя компонента | 84.3 ± 0.2 | 40.9 ± 1 мс дуги | 39.4^0 |
| 40-летняя компонента | 42.0 ± 0.1 | 54.9 ± 0.5 мс дуги | -100.1^0 |
| среднее | | 135.3 ± 0.9 мс дуги | |

троградной компоненты при оценивании амплитуд прямого и обратного сигнала в скользящем окне.

Анализ чандлеровского колебания – одна из краеугольных тем диссертации, и нашей задачей будет развить результаты, полученные в предыдущей главе 3 по огибающей возбуждения, показать, что они достоверны и могут быть подтверждены аналитически.

4.2 Модель огибающей ЧДП

Вновь обратимся к рис. 4.1. Малая амплитуда ЧДП в 1840е, 1930е, и в конце в 2010-х годов отражает квази-80-летнее биение. Другой заметной модой изменчивости амплитуды ЧДП можно считать 40-летний период с минимумами в 1890, 1930, 1970 гг., который накладывается на 80-летний [374]. Чтобы не быть голословными, мы последовательно подобрали две основные гармоники в огибающей ЧДП $A(t)$ нелинейным МНК (НМНК) по данным ЕОР С01 с 1846 по 2017 г. Для ЧДП, выделенного фильтрацией Пантелеева, оценки амплитуд, фаз и периодов этих гармоник представлены в таблице 4.1. Формальные погрешности оценок в таблице несколько ниже реальных. Оценивание методом НМНК с регуляризованными весами¹ даёт для первой гармоники период 88.25 лет и амплитуду 45 мс дуги, а для второй гармоники – период 42.5 лет при амплитуде 48 мс дуги. Ниже мы будем пользоваться оценками из таблицы 4.1.

¹Чтобы при оценивании параметров длиннопериодных гармоник высокоточным наблюдениям последних десятилетий (рис. 1.1) не приписывался слишком высокий вес, что неизбежно приведет к оцениванию амплитуд и фаз практически только по последним данным, все СКО меньше 0.01 мс дуги заменены значением равным 0.01.

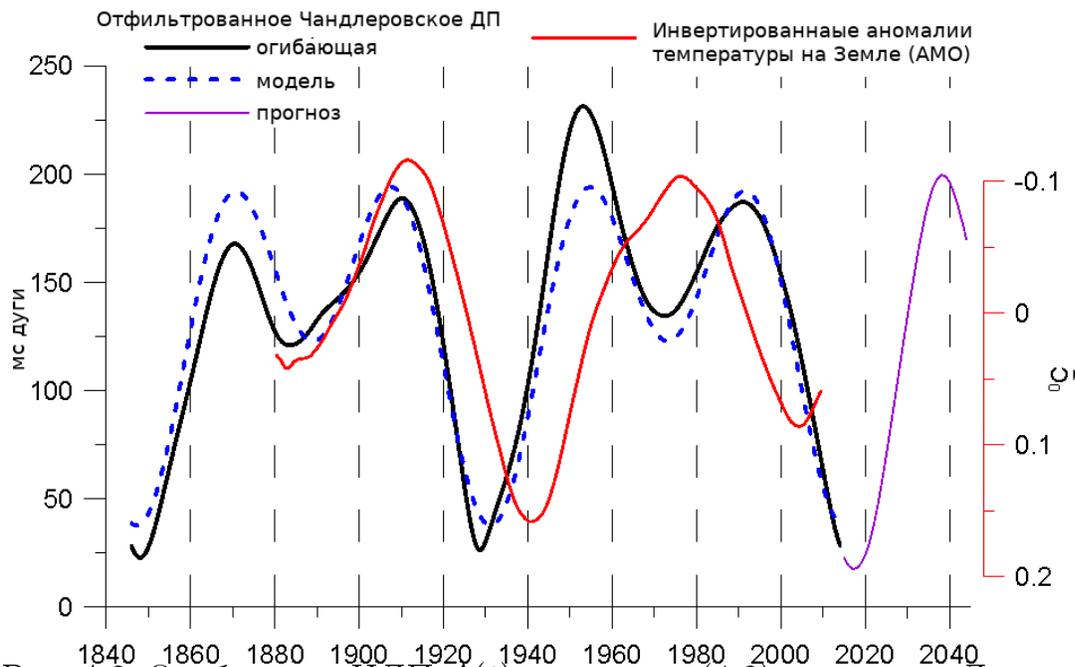


Рис. 4.2: Огибающая ЧДП $A(t)$ по модели (4.3) и прогноз. Для сравнения показана перевернутая 60-летняя компонента изменений температуры на Земле.

Наблюдаемая огибающая ЧДП показана на рис. 4.2 вместе с простой моделью, основанной на оценках таблицы 4.1. Экстраполируя модель, мы сделали прогноз до 2045 года, показанный на рис. 4.2 фиолетовой кривой. Согласно модели и основанному на ней прогнозу, чандлеровское колебание имеет минимальную амплитуду в районе 2010-х годов, которая в дальнейшем начнет возрастать [13]. Впрочем, с началом и концом интервала следует быть осторожным – здесь могут сказываться краевые эффекты. Модуляции в амплитуде ЧДП, очевидно, связаны с наличием боковых гармоник в спектре вблизи чандлеровской частоты [136]. Спектр ДП, вычисленный по данным EOP C01, представлен на рис. 3.4 слева. Видно, что чандлеровский пик действительно расщеплен. Среди возможных объяснений модуляции – биение двух частот Чандлера [323]. Однако в уравнении (12.29) имеется лишь один чандлеровский резонанс f_c . Обсуждение альтернативных моделей ЧДП представлено в диссертации Я.С. Яцкива [76]. Согласно весьма распространенной точке зрения, причина модуляций заключается в случайных вариациях гидроатмосферного возбуждения, вызывающих наблюдаемые изменения амплитуды [249, 259, 318].

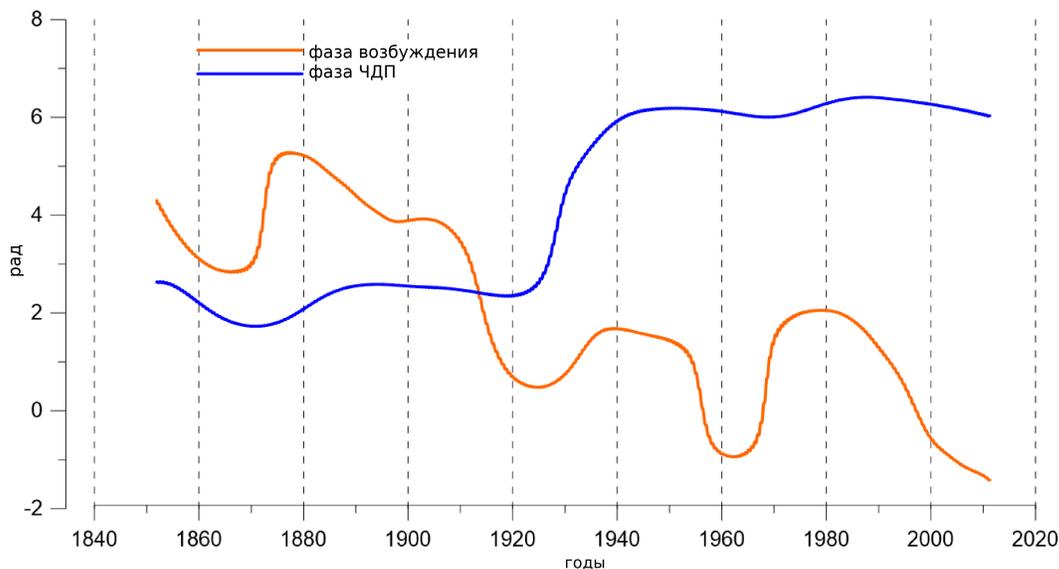


Рис. 4.3: Изменения фазы чандлеровского колебания и его возбуждения.

Анализ угловых моментов океана и атмосферы за последние 60 лет подтверждает изменчивость течений и придонного давления в океане, а также ветров и давлений в атмосфере вблизи частоты f_c , достаточную для поддержания ЧДП [257, 318]. Что касается детерминированных колебаний, в спектрах угловых моментов атмосферы ААМ и океана ОАМ (см. главы 6,8) хорошо заметны годовая, полугодовая, четырехмесячная и приливные, в основном, суточные и полусуточные гармоники. Выделить заметной особенности на чандлеровской частоте, за исключением широкополосного шума, не удастся. Поэтому считается, что модуляция ЧДП возникает вследствие интегрирования случайных шумов [266, 268].

Поскольку резонансное колебание не требует большого по величине возбуждения, высказывалось мнение, что находящаяся по соседству годовая мода может иметь достаточную остаточную мощность на чандлеровском периоде 433 суток, чтобы поддерживать ЧДП [339]. Однако исследования Я. Яцкива [448] (личная коммуникация, диссертация [76]), выполненные под руководством Е.П. Федорова [217], основанные на разумном предположении, что если бы по одну сторону от годового пика имелась достаточная энергия, следовало бы ожидать ее и по другую, показали, что такой энергии не наблюдается. Таким образом, амплитудные модуляции ЧДП интерпретируются в настоящее время как случайные эффекты.

С другой стороны, в работах Н. Сидоренкова [169] отмечено нелинейное взаимодействие между ЧДП и планетарными осцилляциями, такими

как Эль-Ниньо Южное Колебание (ЭНЮК) и квази-двухлетнее колебание (QBO), которые содержат супергармоники чандлеровского периода.

В геофизике нередко возникают волны, подобные волнам на фондовом рынке, где роль случайных воздействий велика, а квазипериодичности с большими периодами могут возникать в результате их интегрирования. Теория таких процессов основана на стохастических дифференциальных уравнениях [156, 140], наподобие

$$dX = adt + vdW, \quad \text{или} \quad dX/X = adt + vdW,$$

где a – снос, или детерминированный тренд, v волатильность (стандартное отклонение), dW – приращения Винеровского процесса, описывающего стохастическую компоненту (случайное блуждание). Такие уравнения уже нашли применение для прогнозирования роста уровня моря [329], ЭНЮК [394] и др. Теория допускает появление корреляционных свойств у некоррелированных случайных сигналов, прошедших через формирующий фильтр.

Однако мы не можем быть на 100% уверены в том, что нам точно известны параметры f_c и Q уравнений (3.1), что они совершенно неизменны и что в возбуждении не появляются время от времени некоторые компоненты, лежащие близко к частоте Чандлера. К примеру, в классической теории колебаний амплитуда вблизи резонанса может зависеть от рассогласования между частотами резонанса и входного воздействия. На то, что модуляции в чандлеровском колебании имеют под собой определенную причину, указывает их регулярность и, самое главное, синхронность с некоторыми глобальными геофизическими процессами, о чем пойдет речь в дальнейшем. Мы полагаем, что эти модуляции неслучайны.

4.3 Корректирующий фильтр Пантелеева как регуляризирующий алгоритм

В первую очередь интересен вопрос – насколько мы можем доверять методике корректирующей фильтрации Пантелеева при применении ее к реальным наблюдениям за движением полюса. Для того, чтобы изучить этот вопрос, необходимо обратиться к теории решения обратных задач [106, 170, 143]. Параметры регуляризирующего алгоритма, применяющегося для решения обратной задачи, по теореме А.Б. Бакушинского, обязаны зависеть от погрешности наблюдений и ошибок в операторе прямой задачи A , а сам алгоритм должен строиться так, чтобы, при стремлении обеих ошибок к нулю, решение сходилось к точному квазирешению. Для

того, чтобы продемонстрировать, что корректирующий фильтр Пантелеева обладает такими свойствами, напомним, что фильтр (3.9) зависит от двух параметров – центральной частоты f_c , и полуширины f_0 , а прямой оператор уравнения Эйлера-Лиувилля (3.1) A – от f_c и Q . Совершенно очевидно, что если f_c – чандлеровская частота, на которой фильтр центрирован, вместе с добротностью Q известны точно, то оператор не содержит погрешности и совместное применение фильтра (3.9) и обратного оператора (12.76) не даст смещения оценки, она будет сходиться к квази-решению. С другой стороны, однопараметрическое семейство решений, которое дает такой регуляризирующий алгоритм, зависит от полуширины фильтра f_0 , которая должна быть выбрана оптимально и зависеть как от погрешности входных данных δ , так и от погрешности h оператора.

Для того, чтобы показать, что использованная нами полуширина $f_0 = 0.04 \text{ лет}^{-1}$ близка к оптимальному значению, были проделаны следующие модельные эксперименты. Мы сгенерировали модель чандлеровского возбуждения χ (см. формулу 4.6), такую, чтобы соответствующее ей ЧДП p оказалось близко по параметрам к модели (4.4), приведенным в таблице 4.1. По модели χ было получено p для трех наборов значений параметров m_1 ($T_c = 436$ лет, $Q = 130$), m_2 ($T_c = 433$ лет, $Q = 100$), m_3 ($T_c = 430$ лет, $Q = 70$). Тем самым была введена разумная погрешность в операторе (параметрах $f_c = 1/T_c$ и Q) [306]. Модель m_2 была принята за основную (точную), оценка среднего квадрата её невязки с моделями $m_{1,3}$ составила $h||\chi|| = 70$ мс дуги. Затем к сигналу p был добавлен гауссовский шум со стандартным отклонением $\delta = 50$ мс дуги на всем протяжении временного ряда (1846-2017). Такой шум, хотя и меньше погрешности ранних астрометрических наблюдений (до 1900 г.), значительно превосходит погрешность наблюдений последних десятилетий (см. рис 1.1), а также среднюю погрешность на всем интервале, составляющую 35 мс дуги.

При попытках решить обратную задачу “в лоб”, без применения фильтра Пантелеева, получалось ошибочное возбуждение с СКО $\sigma_\chi = 550$ мс дуги. Решение задачи методом корректирующей фильтрации было получено с применением фильтра (3.9) в котором использовались фиксированные параметры f_c и Q как в модели m_2 , а параметр фильтра f_0 варьировался в диапазоне от $1/40$ до $1/5 \text{ лет}^{-1}$. Очевидно, что степень согласия полученного решения с исходным модельным возбуждением χ , зависит от полуширины фильтра: слишком узкий фильтр не пропустит часть чандлеровского сигнала, а слишком широкий пропустит избыточные шумы.

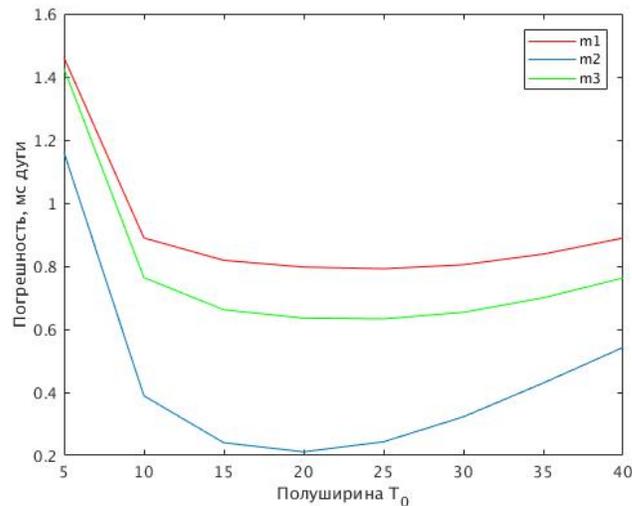


Рис. 4.4: Значение СКО невязки $\|(\hat{\chi} - W_{corr}\hat{p})\|$ как функции полуширины фильтра $T_0 = 1/f_0$ для случая шумов только в наблюдениях (m_2), так и для шумов в наблюдениях и погрешности в операторе (m_1, m_3).

На рис. 4.4 представлены стандартные отклонения для невязки между исходным модельным и восстановленным возбуждениями $\|(\hat{\chi} - W_{corr}\hat{p})\|$ как для случая шумов только в наблюдениях m_2 , синим, так и при введении шумов наблюдений и погрешности в оператор (модели $m_{1,3}$, красным и зеленым). В отсутствие погрешности оператора при шумах лишь в наблюдениях, минимум кривой слева дает оптимальное значение параметра фильтра $f_0 = 1/20$ лет $^{-1}$. Стандартная ошибка восстановления чандлеровского возбуждения при этом составляет 0.2 мс дуги.

При наличии как шумов наблюдений, так и погрешности в параметрах оператора f_c, Q , оптимальная полуширина фильтра $T_c = 25$ лет соответствует выбранному в нашем исследовании значению $f_0 = 0.04$ лет $^{-1}$. Ожидаемая погрешность восстановления Чандлеровского возбуждения составляет при этом 0.7-0.9 мс дуги, что в как минимум в 2-3 раза меньше пиковых амплитуд возбуждения, восстановленного по реальным данным (рис. 4.3, 4.6).

Можно констатировать то, что корректирующий фильтр Пантелева является регуляризирующим алгоритмом, построенными по принципу “обобщенного отбора” (понятие, использовавшееся А.Н. Тихоновым), даёт однопараметрическое семейство решений, сходящееся к точному при уменьшении погрешностей наблюдений и оператора, а параметр f_0 выбран оптимально в согласии с обобщенной невязкой $\mu = \|(A\chi - p)\| + h\|\chi\| + \delta$ [143].

4.4 Вывод уравнения для огибающей чандлеровского колебания и его возбуждения

Вновь обратимся к рис. 3.4, на котором слева представлен спектр ДП на чандлеровской частоте и АЧХ фильтра Пантелеева, центрированного на частоте f_c . Чандлеровское колебание – это не одна спектральная линия, соответствующая единственной гармонике. Спектр ЧДП расщепляется на две линии со множеством побочных лепестков. Это значит, что чандлеровское колебание – не чисто гармоническое, но имеет модуляции (биения). Фурье-анализ представляет сигнал набором гармоник бесконечного временного протяжения с заданными амплитудами, фазами и частотами. В то же время, абсолютно эквивалентным, но иным способом, можно представить ЧДП одной гармоникой с мгновенной комплексной частотой $\omega_c = 2\pi f_c$ и меняющейся комплексной амплитудой $C(t)$

$$p(t) = C(t) \exp\{i\omega_c t\} = A(t) \exp\{i\phi(t)t\} \exp\{i\omega_c t\}. \quad (4.1)$$

В последнем равенстве сделан переход к действительным мгновенным амплитуде $A(t) = |C(t)|$ и фазе $\phi(t) = \text{Arg}\{C(t)\}$, как функциям времени.

Перейдем теперь к возбуждению. Действительная амплитуда (огибающая) $E(t)$ и фаза $\theta(t)$ чандлеровского возбуждения дается выражением

$$\chi(t) = E(t) \exp\{i\theta(t)t\} \exp\{i\omega_c t\}. \quad (4.2)$$

Подставляя в основное уравнение Эйлера-Лиувилля для движения полюса (12.29) выражения (4.1), (4.2), получаем уравнение

$$E(t) \exp\{i\theta(t)t\} = \frac{i}{\sigma_c} \left(\frac{dA(t)}{dt} + i \frac{d\phi(t)}{dt} A(t) \right) + \left(1 - \frac{\omega_c}{\sigma_c} \right) A(t), \quad (4.3)$$

задающее связь $E(t)$ и $\theta(t)$ с $A(t)$ и $\phi(t)$. К примеру, если $A(t) = \sin(2\pi t/T_{mod})$, где T_{mod} – период модуляции ЧДП, положим, 40 лет, основная компонента в амплитуде возбуждения $E(t)$ будет включать $|\dot{A}(t)| = |\cos(2\pi t/T_{mod})|$, т.е. будет иметь 20-летний период (при ненулевом среднем).

График наблюдаемой амплитуды ЧДП $A(t)$ показан на рис. 4.2 вместе с её модельным прогнозом. Фаза ЧДП $\phi(t)$ показана на рис. 4.3 синей кривой. Она претерпевает скачок на π в 1930-е гг. Моделирование фазы и ее предсказание значительно сложнее, чем амплитуды. Некоторые прогнозы дают скачек фазы во время текущего (2010-е) уменьшения амплитуды ЧДП. Что касается фазы восстановленного возбуждения $\theta(t)$,

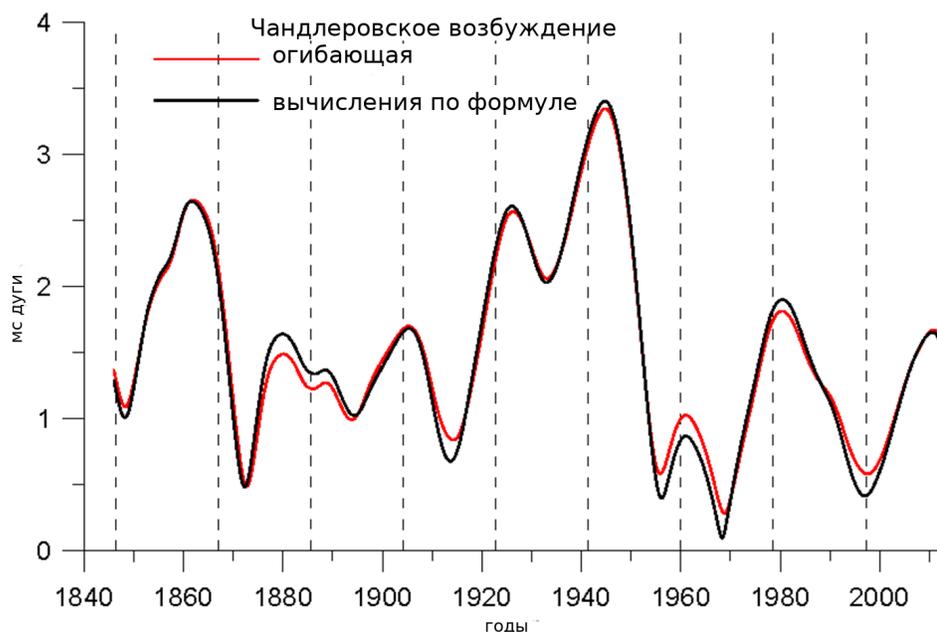


Рис. 4.5: Сравнение огибающей геодезического возбуждения, выделенно-го из наблюдений, и вычисленного по формуле (4.3).

представленной на рис. 4.3 оранжевой кривой, она меняется с 20-летним периодом.

Огибающая чандлеровского возбуждения, полученная методом корректирующей фильтрации Пантелеева из наблюдений на рис. 4.5 сопоставлена с огибающей $E(t)$, восстановленной в соответствии с уравнением (4.3). Основной вклад вносит именно амплитуда ЧДП $C(t)$, однако и учет фазы $\phi(t)$ при восстановлении оказывается немаловажен. Благодаря учету обеих составляющих, согласие оказалось весьма неплохим.

4.5 О 20-летней модуляции возбуждения

Простая модель с параметрами из таблицы 4.1 на основе среднего и двух гармоник неплохо аппроксимирует огибающую чандлеровского колебания. Наложение гармоник с 42 и 83-летними периодами не только объясняет уменьшение амплитуды до минимума в 1930-е и 2010-е годы [374], но и позволяет спрогнозировать дальнейший рост амплитуды при вероятном скачке фазы, наподобие имевшего место в 1930-е годы [370].

Покажем, что если ЧДП действительно имеет 42-летнюю модуляцию, наложенную на среднюю амплитуду, то появление квази-20-летней модуляции в возбуждении закономерно. Сгенерируем простую модель, содержащую лишь 42-летнюю $f_m = 1/42$ модуляцию ЧДП с несущей частотой

$f_c = 0.843$ цикла в год и скачок фазы в 1930-е гг.

$$p(t) = [a_0 + a_1 \cos(2\pi f_m t)] \exp(i2\pi f_c t + \phi_\pi). \quad (4.4)$$

Воспользуемся округленными амплитудами $a_0 = 135$ мс дуги и $a_1 = 55$ мс из таблицы 4.1, и примем за начальный отсчет времени $t_0 = 1869.3$ г. Параметр ϕ_π отвечает за скачок фазы в 1930-е годы. Значение $\phi_\pi = 0$ до 1930 г. меняется на $\phi_\pi = \pi$ – после. Такой выбор параметров сделан для достижения лучшего соответствия между пиками ЧДП и модели. В дальнейшем мы будем считать, что вкладом скачка фазы в производную можно пренебречь.

Восстановленное методом корректирующей фильтрации Пантелеева возбуждение для модели (4.4) представлено на рис. 4.6 внизу вместе с возбуждением, полученным на основе реальных данных. Видно хорошее согласие. Краевыми эффектами, возникающими при фильтрации в частотной области, мы пренебрегаем.

Подстановка модели (4.4) в уравнение Эйлера-Лиувилля (12.29) в соответствии с выведенным выше уравнением (4.3) для огибающей даёт:

$$\sigma_c \chi(t) = -\omega_c p(t) + \sigma_c p(t) + i \frac{d|p(t)|}{dt} \exp(i\omega_c t + \phi_\pi). \quad (4.5)$$

Члены с $-\omega_c p$ и $+\sigma_c p$ практически уничтожают друг друга, в то время как малый член при $1/2Q$ сохраняется

$$\chi = \frac{i}{\sigma_c} \left(\frac{\omega_c}{2Q} [a_0 + a_1 \cos(\omega_m t)] - \omega_m a_1 \sin(\omega_m t) \right) \exp(i\omega_c t + \phi_\pi). \quad (4.6)$$

Сумма в скобках справа определяет амплитудную модуляцию $|\chi|$. Так как $\omega_c = 2\pi f_c > \omega_m = 2\pi f_m$, первый член был бы больше второго, связанного с огибающей ЧДП, если бы не знаменатель $2Q$. Отношение $\omega_c/2Q$ к частоте модуляции ω_m играет важную роль, определяя амплитуду и фазу итоговой огибающей, возникающей из комбинации членов при $\sin(\cdot)$ и $\cos(\cdot)$. Результирующее возбуждение показано в увеличенном виде на рис. 4.8 слева. Оно наложено на модель чандлеровского колебания (4.4). Асимметрия огибающей относительно нуля отвечает за различие амплитуд в максимуме. Если бы a_0 было равно нулю, усиливающая и подавляющая части возбуждения имели бы равную амплитуду и длились бы по 20 лет каждая. Другие сочетания a_0 , a_1 , f_m и Q (к примеру, для 82-летней модуляции) ведут к другим соотношениям амплитуд. В случае ~ 42 -летней модуляции мы наблюдаем ~ 20 -летние волновые пакеты в возбуждении, соответствующие эпохам раскачки и подавления ЧДП.

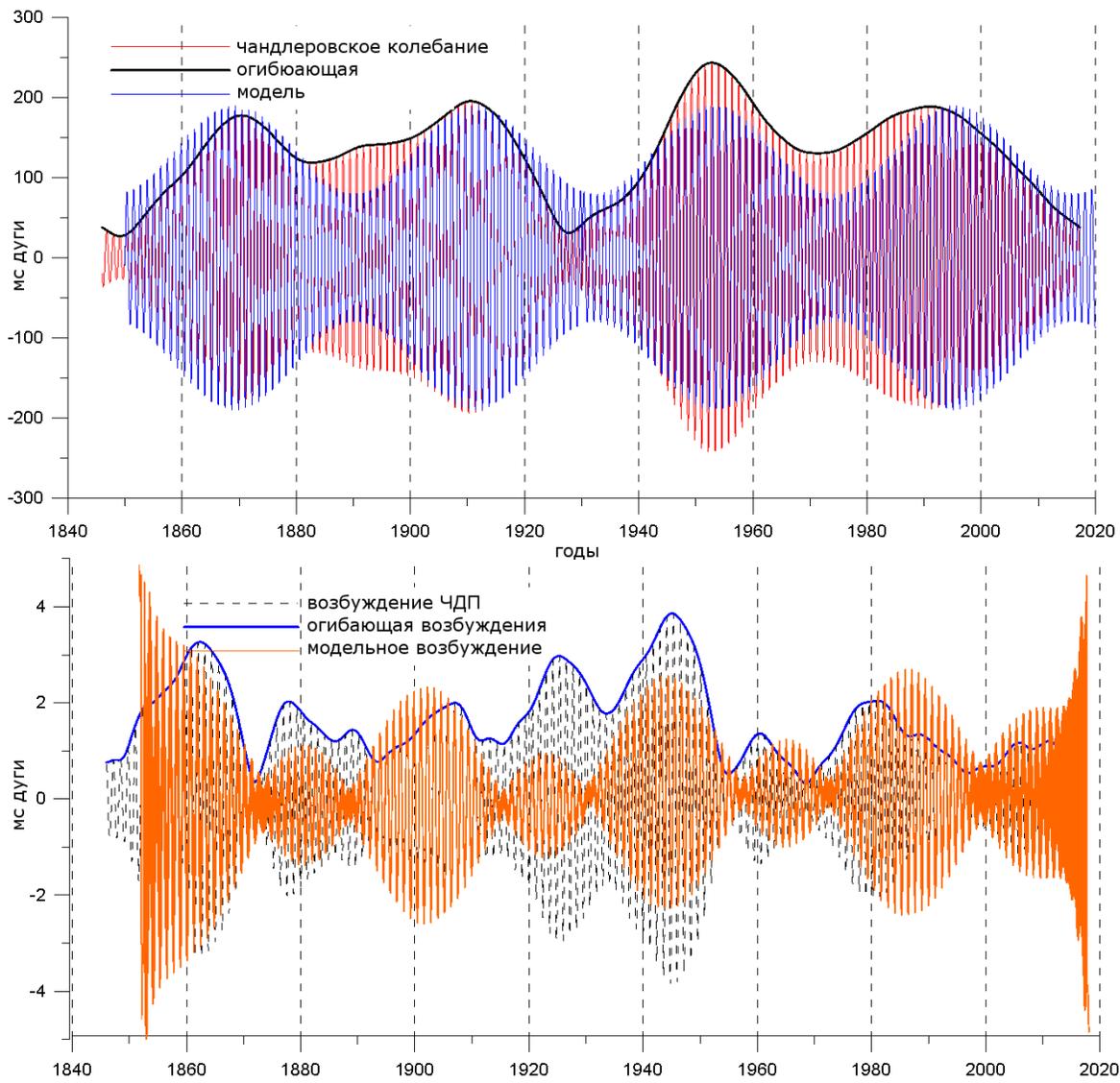


Рис. 4.6: Чандлеровское колебание и его модель (4.4) (вверху), и соответствующие им возбуждения (внизу).

Проще говоря, появление ~ 20 -летней модуляции в возбуждении необходимо для обеспечения наблюдаемого ~ 40 -летнего изменения амплитуды ЧДП. В первые 20 лет возбуждение раскачивает чандлеровское движение полюса, вначале медленно, потом сильнее ($|\dot{p}| = \max$), потом опять слабо ($|\dot{p}| = \min$). В следующие 20 лет происходит подавление, вначале слабо выраженное, затем сильное ($|\dot{p}| = \max$), затем сходящее на нет ($|\dot{p}| = \min$). Меняется только знак производной. После чего история повторяется.

По пикам возбуждения и модели можно заключить, что в эпоху усиления ЧДП возбуждение опережает по фазе ЧДП, затем фаза меняется на π , а вместе с ней и знак огибающей, и возбуждение запаздывает по сравнению с ЧДП. Такое поведение наводит нас на мысль, что и смену фазы при переходе через нуль в долговременном 83-летнем цикле можно трактовать как смену знака огибающей с удвоенным периодом $83 \cdot 2 = 166$ лет. В рамках такой интерпретации в конце 2010-х следует ожидать подобной смены знака, а значит скачка фазы ЧДП. В отличие от работ [312, 380] мы не считаем, что на некоторых интервалах ЧДП свободно затухает, но полагаем, что есть периоды его раскачки и подавления.

В связи с этим любопытны также графики первой и второй производной огибающей чандлеровского движения полюса, вычисленные по наблюдательной и модельной кривым с рисунка 4.3. Они представлены на рис. 4.7. Из рисунка для первой производной вверху видно, что при взятии модуля нижняя часть 40-летнего колебания отражается вверх, что и приводит к онсовоной 20-летней модуляции возбуждения. Отличие от огибающей на рис. 4.5 связано с отсутствием вклада фазы. Вторая производная, характеризующая уже не момент импульса, а момент сил, представлена внизу рис. 4.3. Небольшое отличие производной по наблюдательным данным от производной по модели связано с вкладом усиливающихся при численном дифференцировании высокочастотных колебаний, а также резким ускорением в 1930-е годы.

4.6 Эффект “эскарго”

Альтернативное объяснение скачка фазы ЧДП на π могло бы быть найдено, если бы был обнаружен дрейф частоты возбуждения. Хорошо известна способность резонанса вызывать скачок фазы при пересечении входным воздействием его собственной частоты [111]. С переходом дрейфующей частоты возбуждения f_{ext} через частоту f_c поменялся бы знак разности $(f_{ext}^2 - f_c^2)$, определяющей амплитуду колебаний вблизи резонанса, и произошел бы такого рода скачок. Однако в случае ЧДП скачок

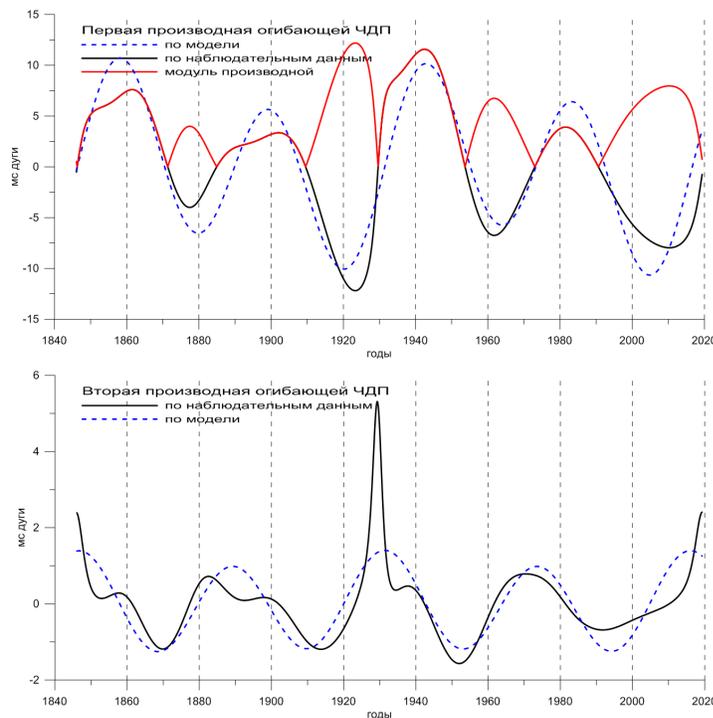


Рис. 4.7: Первая и вторая производные наблюдаемой и модельной огибающей чандлеровского движения полюса.

фаза наблюдается в моменты минимума отклика (амплитуды ЧДП), а не наоборот, как должно было бы быть при приближении частоты вынуждающей силы f_{ext} к резонансу f_c , когда отклик на возбуждение должен все больше усиливаться. Значит объяснение скачка фазы пересечением резонансной частоты будет возможным, только если эти эпохи совпадают с резким уменьшением амплитуды возбуждения. Поскольку появление $(f_{ext}^2 - f_c^2)$ в знаменателе выражения для амплитуды связано с интегрированием, возникновение подавляющего множителя в числителе будет возможно при дополнительном дифференцировании входного воздействия. Только тогда такая интерпретация не будет противоречить результатам, показанным на рис. 4.1, где восстановленное нами возбуждение имеет большую амплитуду в эпохи минимума ЧДП.

Возможно, воздействие на побочных частотах $f_c \pm 1/T_{mod}$ обеспечивает модуляцию ЧДП с периодом T_{mod} . И тут полезно обратить внимание на фазу восстановленного чандлеровского возбуждения на рис. 4.3. Она меняется каждые ~ 20 -лет, то опережая, то отставая от самого ЧДП. Это видно из рис. (4.8) и хорошо воспроизводится моделью. Игра фаз и амплитуд лежит в основе наблюдаемого эффекта.

Однажды Жан Суше (Jean Souchay), заведующий группой по небес-

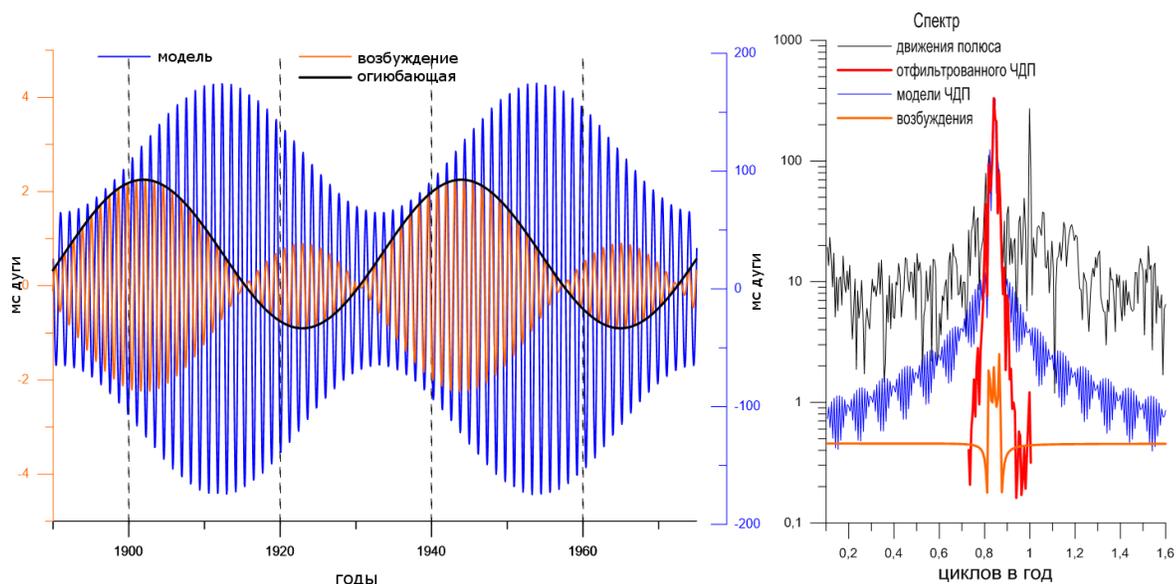


Рис. 4.8: Модель чандлеровского колебания (4.4) и его возбуждение (слева). Спектр компонент на чандлеровской частоте (справа).

ным системам отсчета Парижской обсерватории, поинтересовался, что будет с амплитудой ЧДП, если центр масс Земли будет смещаться вдоль ее оси. В главе 10 мы увидим, что амплитуды наблюдаемых смещений геоцентра не превышают нескольких сантиметров. Но что, если представить некоторое перераспределение масс, происходящее под действием регулярного фактора из СП в ЮП и обратно, то возбуждающего, то гасящего ЧДП? Это приведет к изменению амплитуды ЧДП. То же можно сказать о смещении центра масс с оси вращения, ведущего к дезбалансировке, которая заставит ось волчка вибрировать.

Здесь уместно будет вспомнить замечание Ю.Н. Авсюка, указывавшего на то, что период чандлера 433 суток близок к т.н. периоду повторения больших сизигийных приливов, когда полнолуние происходит в перигее. Этот период равен 412 суток. Все движения, имеющиеся у Луны, имеются также и у Земли, только меньшие в 81 раз, в соответствии с отношением масс. Н.С. Сидоренков также указывает на то, что отличие длины солнечного года в 365.25 суток и лунного года в 355 суток, составляющее около 10 суток, таково, что цикл замыкается примерно за 35 лет, что близко к периоду огибающей ЧДП. Окончательный ответ на вопрос, насколько велика роль нашей соседки Луны, будет получен лишь после изучения ЧДП Марса, не имеющего подобного массивного спутника.

4.7 Эффект “эскарго”

Модифицированный фильтр Пантелеева (3.10), разработанный нами для выделения ЧДП, имеет ненулевую передачу только на прямой чандлеровской частоте. Поэтому исследуемая нами составляющая ДП – круговая, она не содержит ретроградных составляющих, если рассматривать ее спектр на всем интервале длиной более 100 лет. На рис. 4.8 справа показан спектр ЧДП и возбуждения в окрестности частоты $+f_c$. Как уже говорилось, спектральный пик ЧДП расщеплен и имеет боковые лепестки, ответственные за появление амплитудной модуляции. Однако если ограничиться рассмотрением только одной мгновенной частоты $+f_c$ в каждый момент времени, сигнал будет характеризоваться мгновенной комплексной частотой и фазой. Будучи полностью прямым на интервале в 150 лет, выделенный сигнал ЧДП, если аппроксимировать его на коротком интервале времени, покажет эллиптичность. Этот эффект, обнаруженный МНК-оцениванием в скользящем окне, был назван нами эффектом “эскарго”, по наименованию блюда французской кухни (улитки с начинкой). Для ЧДП оценивание прямых и обратных комплексных амплитуд в C_p^+ , C_p^- в 12-летнем скользящем окне (длину окна можно менять, лишь бы она оставалась относительно небольшой) показало наличие ненулевой ретроградной амплитуды C_p^- , осциллирующей с периодом 20 лет. Это происходит оттого, что траектория выделенного ЧДП закручивается и раскручивается каждые 20 лет, что меняет соотношение осей эллипса, аппроксимирующего эту траекторию в скользящем окне. Параметр эллиптичности меняется с 20-летним периодом, поскольку он не чувствителен к тому, направлена ли большая полуось в ту или противоположную сторону (период с учетом направления – 40 лет). Этот чисто математический, вероятно известный инженерам эффект, привлек наше внимание, поскольку квази-ретроградная огибающая C_p^- меняется синхронно с чандлеровским возбуждением. Для исследования этого эффекта следует рассмотреть передаточную функцию скользящего фильтра и понять, вследствие чего энергия перетекает в ретроградную область частот: из-за несовершенств цифрового фильтра или иных причин? Мы не проводим здесь это исследование. Наша задача – упомянуть о найденном эффекте, источником которого является, во-первых, подход к рассмотрению процесса с позиций мгновенных характеристик, а во-вторых, раскручивание и закручивание ЧДП, влияющее на эллиптичность аппроксимирующего МНК-эллипса.

4.8 Еще раз о резонансе

Что такое резонанс? Открытое Галилеем, это явление обычно определяют как эффект усиления входного сигнала, когда частота его колебаний попадает в область, близкую к собственными частотами системы. Иными словами, это область особой отзывчивости системы, в которой даже слабое воздействие усиливается во много раз. В небесной механике резонанс определяется кратными соотношениями между частотами. Не лишено смысла такое определение области резонанса для линейной системы: это та область частот, где полюс (нуль знаменателя) передаточной функции наиболее близко подходит в комплексной плоскости к кривой, вдоль которой считывается частота (аргумент функции отклика). Для дискретных систем такой кривой является единичная окружность, для непрерывных систем – мнимая ось. В уравнении Эйлера-Лиувилля (12.26), с которым мы работаем, как и других схожих случаях, попадание на частоту резонанса приводит к взаимному сокращению членов уравнения. Рассмотрим прямую и обратную компоненты движения полюса \hat{p} и возбуждения $\hat{\chi}$ в частотной области

$$\hat{\chi}(\omega) = C_{\chi}^+ e^{i\omega t} + C_{\chi}^- e^{-i\omega t} \quad \hat{p}(\omega) = C_p^+ e^{i\omega t} + C_p^- e^{-i\omega t},$$

перепишем уравнение Эйлера-Лиувилля (3.1) в частотной области

$$-\omega \hat{p} + \omega_c(1 + i/2Q)\hat{p} = \omega_c(1 + i/2Q)\hat{\chi}.$$

На фиксированной прямой чандлеровской частоте $\omega = \omega_c$ получим для мгновенной частоты соотношение

$$-\omega_c C_p^+ + \omega_c(1 + i/2Q)C_p^+ = i\omega_c C_p^+ / 2Q = \omega_c(1 + i/2Q)C_{\chi}^+.$$

Фиксируя ретроградную частоту $\omega = -\omega_c$, получим для ретроградной компоненты на ней соотношение

$$+\omega_c C_p^- + \omega_c(1 + i/2Q)C_p^- = \omega_c(2 + i/2Q)C_p^- = \omega_c(1 + i/2Q)C_{\chi}^-.$$

Учитывая малость $1/Q \approx 1/100$, приходим к выводу, что даже малейшее неотфильтрованное движение полюса в ретроградном диапазоне усилится обратной передаточной функцией настолько, что возбуждение истинного ЧДП на прямой частоте практически потеряется в нем. Форма (оггибающая) восстановленного при этом возбуждения будет, в основном, определяться амплитудой ретроградной компоненты

$$C_{\chi}^+ \approx 0, \quad C_{\chi}^- \approx 2C_p^-.$$

Вот почему так важно фильтровать данные в узкой полосе вблизи чандлеровского резонанса, чтобы выяснить природу его возбуждения.

4.9 Выводы

В этом небольшом разделе мы впервые показали, что корректирующая фильтрация Пантелеева является регуляризирующим алгоритмом, и что его параметр для восстановления чандлеровского возбуждения выбран оптимально и согласованно с ошибками данных и оператора, а погрешность восстановленного возбуждения не превышает 1 мс дуги. Мы установили, что если в ЧДП действительно присутствует 40-летняя амплитудная модуляция, то она будет обеспечиваться 20-летней модуляцией амплитуды возбуждения. Мы не вдаемся глубоко в физические причины модуляции, но доказываем его наличие математически, с подтверждением выводов на простой модели.

Аппроксимация огибающей ЧДП моделью из двух гармоник 80- и 40-летнего периодов позволяет сделать прогноз на следующие ~ 30 лет. На нынешние 2010-2020-е годы, по всей видимости, приходится минимум амплитуды чандлеровского колебания, что предсказывалось в [374]. Этот минимум очень похож на минимум 1930-х годов. Комплексная огибающая $C(t)$ полностью описывает изменения амплитуды $A(t)$ и фазы $\phi(t)$ ЧДП, выступая альтернативой методу спектрального представления. По $C(t)$ удастся вычислить огибающую чандлеровского возбуждения $E(t)$. Однако мгновенное представление оказывается, в некотором смысле, не вяжущимся со спектральным. К примеру, изучая ЧДП в скользящем окне, мы натолкнулись на эффект появления ретроградной квази-компоненты у сигнала, имеющего только прямые составляющие в спектре, вычисленном на продолжительном интервале времени. Мы назвали этот математический эффект “эскарго”. Он связан с появлением эллиптичности при аппроксимации закручивающейся или раскручивающейся траектории полюса в окне. Нам показалось любопытным, что для ЧДП поведение этой квази-ретроградной компоненты напоминает биения амплитуды восстановленного возбуждения. По всей видимости, рост и спад огибающей ЧДП, связанный с мгновенной эллиптичностью, определяет дифференциальный эффект, производную $\dot{p}(t)$ в правой части уравнения (12.29), а значит и возбуждение, восстанавливаемое по наблюдениям.

Поскольку на резонансной частоте в правой части уравнения Эйлера-Лиувилля некоторые члены сокращаются, аккуратная работа с прямыми и ретроградными компонентами крайне важна. Если не исключить ретроградные компоненты при восстановлении чандлеровского возбуждения, истинное прямое возбуждение просто затеряется в них. Понимание источников прямых и ретроградных колебаний также необходимо для

поиска эффектов трехосности Земли в рамках обобщенных уравнений Эйлера-Лиувилля.

Глава 5

Возбуждения в рамках обобщенного уравнения Эйлера-Лиувилля

*Пусть покину мир однажды
Я, жажды в нем не утоля,
Но людям жаждать этой жажды,
Покуда вертится Земля.
Расул Гамзатов*

5.1 Реконструкция прямого и обратного чандлеровского возбуждений в рамках обобщенного уравнения

Наблюдаемое движение полюса содержит как прямые, так и обратные (ретроградные) компоненты в спектре. Новое обобщенное уравнение Эйлера-Лиувилля (2.22а), учитывающее трехосность Земли и полюсный прилив в океане, связывает прямые и обратные частоты [19]. Особый интерес представляет изучение возбуждения на прямых и обратных частотах в узком чандлеровском диапазоне. В данном разделе мы представим сравнение геодезических и геофизических возбуждений на интервале 1960-2000 гг., как в рамках классического уравнения, так и его обобщения.

Основываясь на методике корректирующей фильтрации Пантелеева, примененной в предыдущих главах, мы получим геодезические возбуждающие функции на основе данных о движении полюса из бюллетеня EOP C01 в узких диапазонах около прямой и обратной чандлеровских частот. Известно, что годовое и чандлеровское колебания имеют некоторую эллиптичность. В спектре наблюдаются небольшие ретроградные

компоненты (см. рис. 1.5). Связаны ли они с эллиптичностью поступающего возбуждения, или с передаточной функцией асимметрической Земли – вот важный вопрос. Для более точного учета свойств трехосной Земли необходимо использовать обобщение классического уравнения Эйлера-Лиувилля [313].

Запишем классическое линеаризованное уравнение Эйлера-Лиувилля (12.26) для мгновенного полюса вращения

$$\frac{i}{\sigma_c} \frac{dm(t)}{dt} + m(t) = \Psi(t), \quad (5.1)$$

оно содержит чандлеровскую частоту $\sigma_c = 2\pi f_c(1 + i/2Q)$ зависящую от $f_c = 0.8435 \text{ лет}^{-1}$ и $Q = 100$ (принятые в нашей работе значения). В рамках такой линейной динамической модели (5.1) комплексная траектория полюса $m = m_1 + im_2$ является отфильтрованным откликом на возбуждение $\Psi = \Psi_1 + i\Psi_2$ на той же точно частоте [97]. В данной главе мы будем, пользуясь приближением (12.19) для низких частот, отождествлять запись (12.29) с (5.1), пренебрегая внешним моментом сил и производными $\dot{\chi}$. В выведенном в главе 2 обобщенном уравнении Эйлера-Лиувилля (2.22a)

$$(1 - U)m(t) + (1 + eU) \frac{i}{\sigma_e} \frac{dm(t)}{dt} - Vm^*(t) + eV \frac{i}{\sigma_e} \frac{dm^*(t)}{dt} = \Psi^{Pure}(t), \quad (5.2)$$

параметр U зависит от реологии, V характеризует асимметрический отклик Земли, внесенный трехосностью и полюсным приливом в океане, σ_e – частота Эйлера, а звездочка $*$ означает комплексное сопряжение. Вследствие одновременного присутствия в уравнении величины m и сопряженной к ней m^* , прямые и обратные спектральные компоненты оказываются связаны. Будем считать, что в правой части стоит свободное от вращательных эффектов (полюсного прилива) чистое эффективное возбуждение $\Psi^{Pure}(t) = (1 - U)\Psi(t)$. Введем обратную передаточную функцию для симметрических эффектов в виде оператора

$$L_{sym}^{-1}(i\omega) = 1 + \frac{(1 + eU)}{1 - U} \frac{i}{\sigma_e}(i\omega) \approx 1 + \frac{i}{\sigma_c}(i\omega). \quad (5.3)$$

Она совпадает с классической обратной передаточной функцией для уравнения (5.1). Асимметрические же эффекты обусловлены асимметрической обратной передаточной функцией

$$L_{asym}^{-1}(i\omega) = \frac{eV \frac{i}{\sigma_e}(i\omega) - V}{1 - U}. \quad (5.4)$$

С использованием введенных операторов, уравнение (5.2) может быть переписано в спектральной области

$$L_{sym}^{-1}(i\omega)\hat{m}(\omega) + L_{asym}^{-1}(i\omega)\hat{m}^*(-\omega) = \hat{\Psi}_{sym}(\omega) + \hat{\Psi}_{asym}(\omega) = \hat{\Psi}(\omega), \quad (5.5)$$

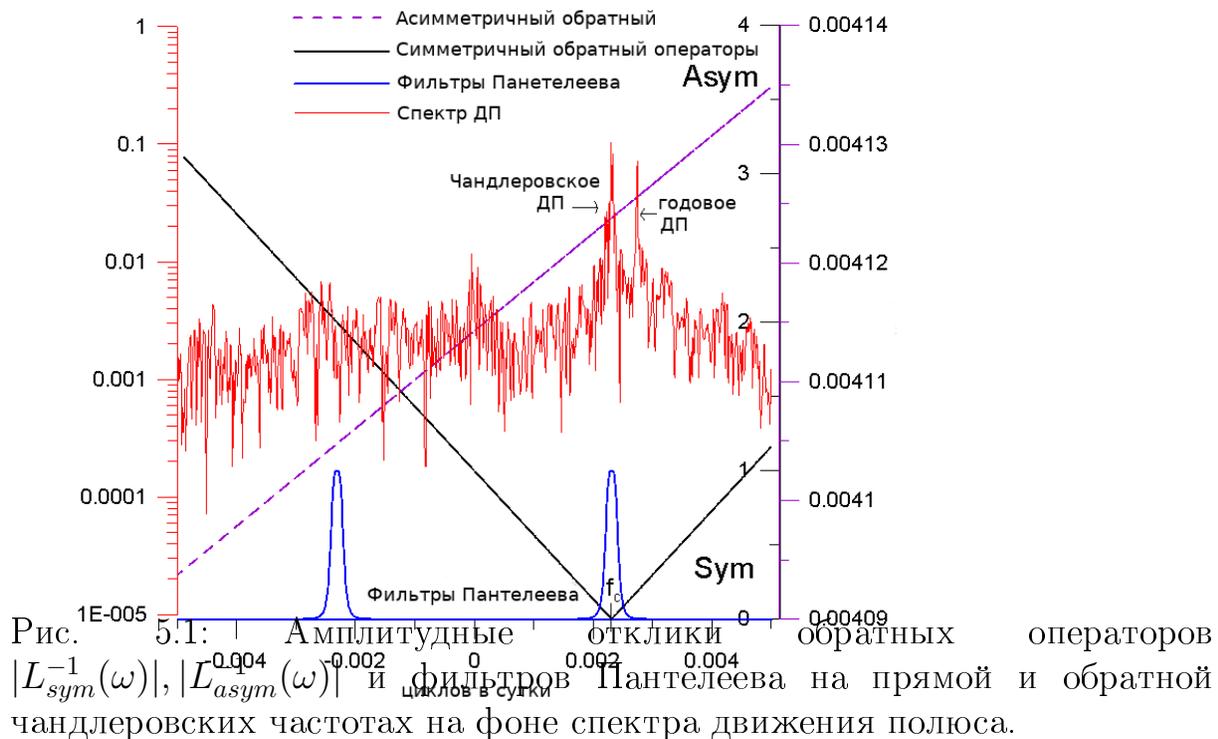
где крышкой $\hat{\cdot}$ обозначено преобразование Фурье и применено правило $\widehat{m^*}(\omega) = \hat{m}^*(-\omega)$. В соответствии с этим, асимметрический оператор (5.4) действует на сопряженный спектр движения полюса с обращенной частотой $\hat{m}^*(-\omega)$. Введем новый оператор s^* , представляющий собой такое преобразование $s^*\{\hat{m}(\omega)\} = \hat{m}^*(-\omega)$. Нигде ранее такой оператор мы не встречали, что, видимо, связано с неаналитичностью замены знака аргумента (частоты или времени) в аргументе функции.

Если в линейном уравнении (5.1) вход (воздействие) на конкретной частоте вызывает отклик на точно такой же частоте, то в уравнении (5.2) присутствие прямой и сопряженной переменной $m(t)$ приводит к тому, что воздействие на определенной частоте вызывает отклик как на прямой, так и на обратной частотах. Выделенной точкой на оси частот становится начало отсчета, где прямая и ретроградная частоты совпадают. Зная отклик $\hat{m}(\omega)$ на конкретной частоте, мы можем восстановить по нему симметрическую и асимметрическую часть возбуждения (оба эти возбуждения имеют как прямую, так и обратную частотные компоненты), используя операторы (5.3), (5.4), амплитудные отклики которых представлены как функции круговой частоты $\omega = 2\pi f$ на рис 5.1.

Интересно отметить, что задача прямого вычисления \hat{m} по заданному возбуждению $\hat{\Psi}(\omega)$ формулируется из уравнения (5.5) как

$$\hat{m}(\omega) = \frac{1}{L_{sym}^{-1}(i\omega) + L_{asym}^{-1}(i\omega)s^*} \hat{\Psi}(\omega). \quad (5.6)$$

Присутствие в знаменателе (5.6) асимметрической части ранее введенного экзотического оператора спектрального сопряжения s^* делает задачу разделения прямого и обратного вкладов в \hat{m} трудной для решения (неразрешимой). Чтобы получить отклик $\hat{m}(\omega_0)$ на конкретной частоте ω_0 , нужно знать возбуждение как на прямой $\hat{\Psi}(\omega_0)$, так и на обратной частотах $\hat{\Psi}(-\omega_0)$. Оператор s^* невозможно представить в простой аналитической форме, но он по определению является Фурье-образом оператора комплексного сопряжения. Избежать введения s^* можно на основе использования двухканальной матричной динамической системы (отдельных уравнений для действительной и мнимой частей) вместо комплексного уравнения (5.5), например, как в сделано для (12.29) в приложении А [19, 256].



В данной работе мы разделили прямую и обратную чандлеровские частоты с помощью узкополосного фильтра Пантелеева (3.9), разработанного в предыдущих главах [13], а затем применили обратные передаточные функции (5.3), (5.4).

Передаточная функция (3.10) модифицированного фильтра Пантелеева, центрированная на прямой/обратной чандлеровской частоте $\pm f_c$, дается формулой

$$L_h(f) = \frac{f_0^4}{(f \mp f_c)^4 + f_0^4}. \quad (5.7)$$

Графики таких фильтров показаны синим на рис. 5.1. Параметр ширины выбран равным $f_0 = 0.04 \text{ лет}^{-1}$. Узкополосный в спектральной области фильтр (5.7) не искажает фазу сигнала, однако во временной области ему соответствует окно протяженностью более 20 лет. Для устранения краевых эффектов в отфильтрованном сигнале мы отсекали по 10 лет от левого и правого края сигнала, обозначив, как и в предыдущих главах, область достоверности красным прямоугольником.

5.2 Анализ и сравнение с геофизическим возбуждением

После того как ДП было отфильтровано фильтром Пантелеева (5.7) в прямом и обратном чандлеровском диапазонах (рис. 5.2, слева), симметрическая и асимметрическая части геодезического возбуждения были получены умножением в частотной области на симметрический (5.3) и асимметрический (5.4) обратные операторы. Такой подход, корректирующая фильтрация Пантелеева, представляет собой альтернативу регуляризации Тихонова или обрезанию сингулярных чисел в линейных обратных задачах, когда носитель спектра шумов может быть отделен от носителя спектра полезного сигнала [3, 133, 158].

Классическое прямое чандлеровское возбуждение представлено на рис. 5.2, справа. Как было отмечено в главе 3 [13], его амплитудная модуляция носит квази-20-летний характер и, в некоторой степени, синхронизована с Лунным 18.6-летним приливным циклом, показанным на рис. 5.2 вдоль оси абсцисс справа. Мы приводим его лишь для сравнения.

Прямое и обратное геодезические возбуждения в ретроградном чандлеровском диапазоне показаны на рис. 5.3. Классическая (симметрическая) часть Ψ_{sym} показана слева, а асимметрическая часть Ψ_{asym} – справа. Асимметрическая часть как в прямом, так и в ретроградном диапазоне имеет порядок величины ≤ 1 мс дуги. В любом случае, она меньше вклада симметрической части. Тем не менее, её вклад существенен при современном уровне наблюдательной точности (~ 0.05 мс дуги). Ретроградная асимметрическая компонента (рис. 5.3, справа), с амплитудой доходящей до 1 мс дуги, повторяет по форме прямое чандлеровское колебание (рис. 5.2, слева), т.к. она была получена его умножением на комплексную функцию $L_{asym}^{-1}(\omega_c)$ (рис. 5.1). Эта компонента доминирует в полном асимметрическом возбуждении (сумма асимметрической прямой и ретроградской частей) и, очевидно, является наиболее значимой составляющей, вносимой новым формализмом обобщенного уравнения (5.2).

Наоборот, классическое (симметрическое) прямое чандлеровское возбуждение, как видно из рис. 5.3, слева, теряется на фоне ретроградской части, которая особенно велика до 1900 года. Это может быть вызвано шумами наблюдений и их усилением на ретроградской чандлеровской частоте (рис. 5.1) обратным оператором $L_{sym}^{-1}(-\omega_c)$, чей амплитудный отклик на ней, по сравнению с прямой частотой, велик.

Симметрическая и асимметрическая части геодезического возбуждения были просуммированы и сопоставлены с геофизическим возбуждением. Вклад атмосферы был вычислен фильтрацией ААМ по данным

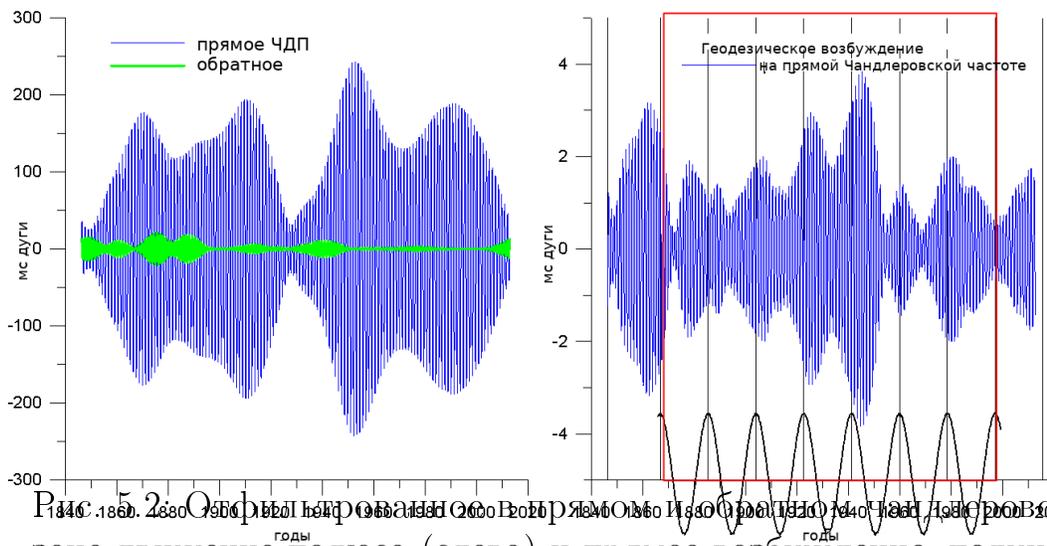


Рис. 5.2. Офильтрованное в прямом и обратном Чандлеровском диапазоне движение полюса (слева) и прямое возбуждение, полученное классическим обратным оператором $L_{sym}^{-1}(\omega)$ (справа). Волна изменчивости 18.6-летнего лунного прилива показана вдоль оси абсцисс.

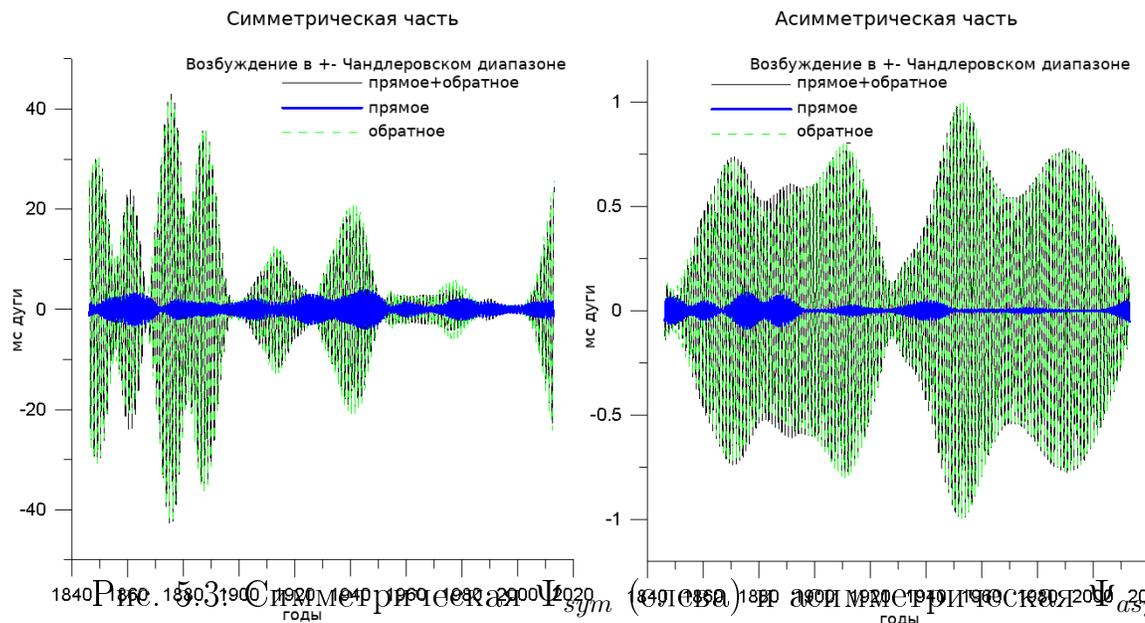


Рис. 5.3. Симметрическая (слева) и асимметрическая (справа) компоненты геодзического возбуждения на прямых и ретроградных чандлеровских частотах.

NCER/NCAR и суммированием вклада ветра и давления (IV). Использовался фильтр Пантелеева (5.7) с параметрами, указанными ранее. Океаническая часть возбуждения была также получена суммированием компонент придонного давления и течений ОАМ по данным ЕССО. На рис. 5.4 показано геодезическое и геофизическое возбуждения в прямом (слева) и обратном (справа) чандлеровском диапазонах для углового момента атмосферы ААМ (вверху), океана ОАМ (внизу) и их суммы (внизу). Исходные ряды имеют протяженность с 1949 по 2010 год, однако мы можем сравнивать результаты фильтрации лишь на интервале 1960-2000 гг. (показанном красным прямоугольником достоверности) из-за краевых эффектов. Наблюдается хорошее согласие в прямом диапазоне частот, однако в ретроградном диапазоне сумма ОАМ+ААМ оказалась недостаточной по величине для объяснения геодезического возбуждения.

В таблицах 5.1, 5.2 даны коэффициенты корреляции между геодезическим возбуждением и геофизическими возбуждениями ОАМ, ААМ, ОАМ+ААМ в прямом и обратном чандлеровском диапазонах. Причем в таблице 5.2 представлены корреляции отдельно для x и y координат полюса, но лишь для суммарного симметрического и асимметрического возбуждений (двух нижних строк таблицы 5.2). Вычисления сделаны на интервале 1960-2000 гг. Стандартные отклонения для коэффициентов корреляции могут быть оценены по формуле $\sqrt{2/(N-3)}$, где N – число точек наблюдений, в нашем случае $N \sim 800$ дает погрешность $\sigma \sim 0.05$. Корреляция с ОАМ выше, чем с ААМ. Наибольшее рассогласование наблюдается на ретроградных частотах, чему может быть несколько объяснений. Возможно, это следствие усиления шумов инверсным оператором. Шум может просачиваться в диапазон пропускания фильтра, особенно для эпох ранних астрометрических наблюдений. Не исключено наличие также иных факторов (помимо ААМ+ОАМ), ответственных за ретроградное возбуждение. Возможно, погрешность в передаточной функции, полученной для ретроградных частот из динамического уравнения (5.1), приводит к переоценке обратного амплитудного отклика на этой частоте. Как было показано в главе 2, в новом обобщенном уравнении (5.2) асимметрическая часть дает вклад намного меньший симметрического, поэтому результаты, представленные на рис. 5.4 и в таблицах 5.1, 5.2, находятся в хорошем согласии с результатами моделирования, выполненного в рамках классического уравнения (5.1).

Таблица 5.1: Коэффициенты корреляции между геодезическим и геофизическим возбуждениями для симметрической, асимметрической частей и их суммы.

| диапазон | ААМ | ОАМ | ААМ+ОАМ |
|------------------------------|-------|-------|---------|
| симметрический прямой | 0.64 | 0.93 | 0.94 |
| симметрический ретроградный | -0.02 | 0.43 | 0.36 |
| асимметрический прямой | 0.22 | 0.63 | 0.51 |
| асимметрический ретроградный | 0.58 | -0.51 | 0.04 |
| суммарный прямой | 0.64 | 0.93 | 0.94 |
| суммарный ретроградный | 0.10 | 0.36 | 0.40 |

Таблица 5.2: Коэффициенты корреляции между суммарным прямым и обратным геодезическим и геофизическим возбуждениями для x и y (ААМ, ОАМ, сумма).

| Чандлеровский диапазон | ААМ | ААМ | ОАМ | ОАМ | ААМ+ОАМ | ААМ+ОАМ |
|---------------------------|-------|-------|-------|-------|-------------|-------------|
| | x | y | x | y | x | y |
| прямой | 0.638 | 0.637 | 0.932 | 0.932 | 0.939±0.008 | 0.938±0.008 |
| обратный | 0.102 | 0.103 | 0.355 | 0.359 | 0.393±0.059 | 0.395±0.058 |

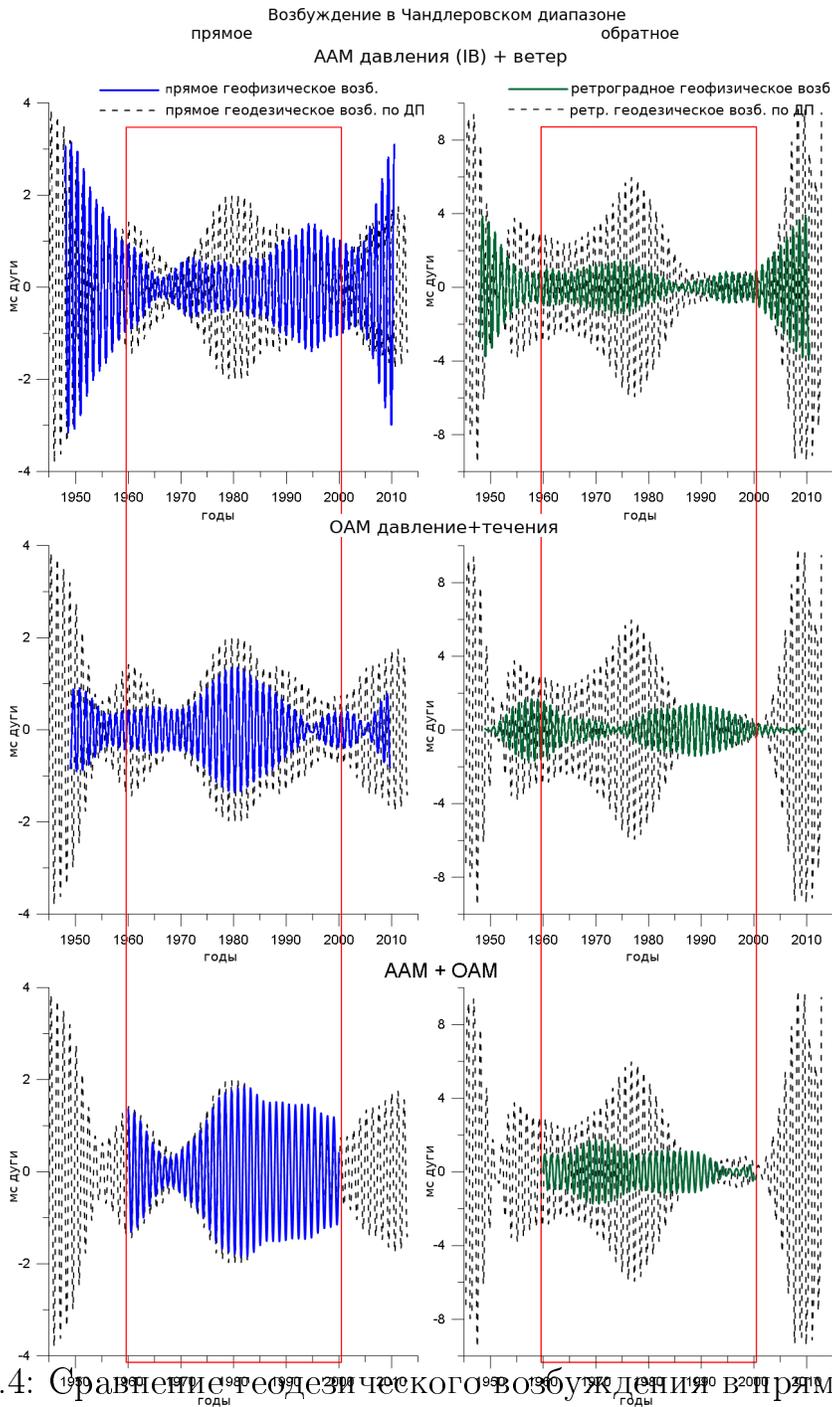


Рис. 5.4: Сравнение геодезического возбуждения в прямом (слева) и обратном (справа) чандлеровском диапазоне частот (сумма симметрической и асимметрической частей) с геофизическим возбуждением, связанным с ААМ (вверху), ОАМ (в центре) и суммой ААМ+ОАМ (внизу).

5.3 Заключительные замечания

В представленной главе, используя фильтр Пантелеева, мы вычислили геодезическое возбуждение в прямом и обратном чандлеровском диапазоне в рамках обобщенного уравнения Эйлера-Лиувилля-Бизуара (5.2). Оно было сопоставлено с геофизическим возбуждением. Геодезическое возбуждение на ретроградной частоте превосходит возбуждение на прямой резонансной чандлеровской частоте. Поэтому, если не отделять ретроградное возбуждение, то круговое возбуждение на прямой частоте просто потеряется в нём (см. раздел 4.7). Новый формализм отвечает за появление весьма небольшого асимметрического вклада, величиной порядка 1 мс дуги, который хоть заметно и не улучшает бюджета геофизических возбуждений в движении полюса, тем не менее, существенен при современной точности наблюдений. Расхождения, особенно большие, на ретроградных частотах, все еще требуют объяснения. Скорее всего, они связаны с усилением шумов астрометрических наблюдений XIX века в ходе решения некорректной обратной задачи.

Глава 6

Анализ осевого углового момента атмосферы ААМ

*Словно лошади по кругу,
Вслед за призрачной мечтой,
Мчатся люди друг за другом,
Ипподром весь шар земной.
Наум Олев*

6.1 О влиянии зональной компоненты ААМ на LOD

В последние десятилетия было установлено, что обмен моментом импульса между атмосферой, океаном и твердой Землей является основной причиной колебаний скорости вращения Земли (изменения продолжительности суток, LOD) и движения полюсов [10, 164, 300]. В предыдущих главах мы рассмотрели экваториальные компоненты ААМ, возбуждающие движение полюса в чандлеровском диапазоне. Теперь проанализируем вклад зональных (осевых) вариаций ААМ в изменения длительности суток LOD. Влияние атмосферы на скорость вращения Земли особенно велико на периодах в год и менее в связи с тем, что атмосфера более подвижна, чем океан, и ее зональный поток не ограничен континентами, как течения в океане. Осевая (зональная) компонента вектора углового момента атмосферы подвержена наибольшим изменениям ($\sim 5 \cdot 10^{25}$ кг·м²·с⁻¹) [169, 408]. Т.о. изучение зональной циркуляции и осевой компоненты ААМ имеет огромное значение для объяснения вариаций в скорости вращения Земли. ААМ может быть вычислен на основе метеорологических данных и моделей глобальной циркуляции. Американский метеорологический центр NCEP/NCAR, японский JMA, европейский ECMWF [456] предоставляют данные по ААМ, получаемые в ходе реанализа данных. Проинтегрированный по всем широтам и долготам ААМ называется эффективным угловым моментом атмосферы (ЕААМ) и используется

для сравнения с изменениями продолжительности суток после вычитания прочих эффектов, таких как зональные приливы и др. Такие сравнения, выполнявшиеся многими авторами [258, 267, 300, 375, 372, 414], показали, что в широком частотном диапазоне, от нескольких дней до нескольких лет, атмосфера вызывает основную часть изменений в продолжительности суток LOD.

Этот вывод подтверждает рис. 6.1, где слева представлены графики ЕААМ и LOD. При этом мы разделили высокочастотные и низкочастотные колебания LOD (зональные приливы удалены), используя фильтр Пантелеева (3.9) с частотой среза $f_0 = 1/500 \text{ сут}^{-1}$. Видно, что высокочастотные колебания LOD (слева внизу) хорошо согласуются с изменениями ААМ (суммой компонент ветра и ИВ-давления). Коэффициент корреляции на интервале 1962-2010 гг. составляет $r = 0.959 \pm 0.001$. Высокочастотные компоненты ААМ и LOD, усредненные на всем интервале по дням года, представлены на рис. 6.1 справа. Коэффициент корреляции между этими кривыми составляет $r = 0.992 \pm 0.002$. Это не оставляет сомнений в том, что обмен угловым моментом между атмосферой и твердой Землей на внутригодовых периодах практически не требует дополнительного вклада океана.

Что касается низкочастотных колебаний LOD, для их объяснения недостаточно только вклада атмосферных процессов, и требуется возбуждение со стороны океана и ядра [290]. В главах 8, 10 будет показано, что глобальная приповерхностная температура на Земле содержит декадные 60- и 20-летние компоненты, антикоррелированные с низкочастотными изменениями LOD. 20-летняя изменчивость температуры представлена на рис. 6.1 слева красной кривой [12, 43]. Чтобы понять причины её сходства с LOD, необходимо тщательно исследовать изменения зональной циркуляции атмосферы, вызванные естественными колебаниями и климатическими процессами. В этой главе мы попытались провести исследование компонент ААМ на географической сетке с применением многоканального сингулярного спектрального анализа.

Влияние атмосферы на скорость вращения Земли описывается функцией возбуждения χ_3 осевого ЕААМ, она включает две компоненты: давления (массы) χ_3^P и ветра (движения) χ_3^W (12.28). Первая связана с изменениями тензора инерции атмосферы, а вторая – с относительным моментом импульса зональных ветров. Земля замедляется, когда атмосферный момент инерции χ_3^P возрастает в результате перераспределения воздушных масс. В соответствии с законом сохранения момента импульса, увеличение χ_3^W также приводит к замедлению скорости вращения Земли и к увеличению LOD. Западные ветра, усиление которых может

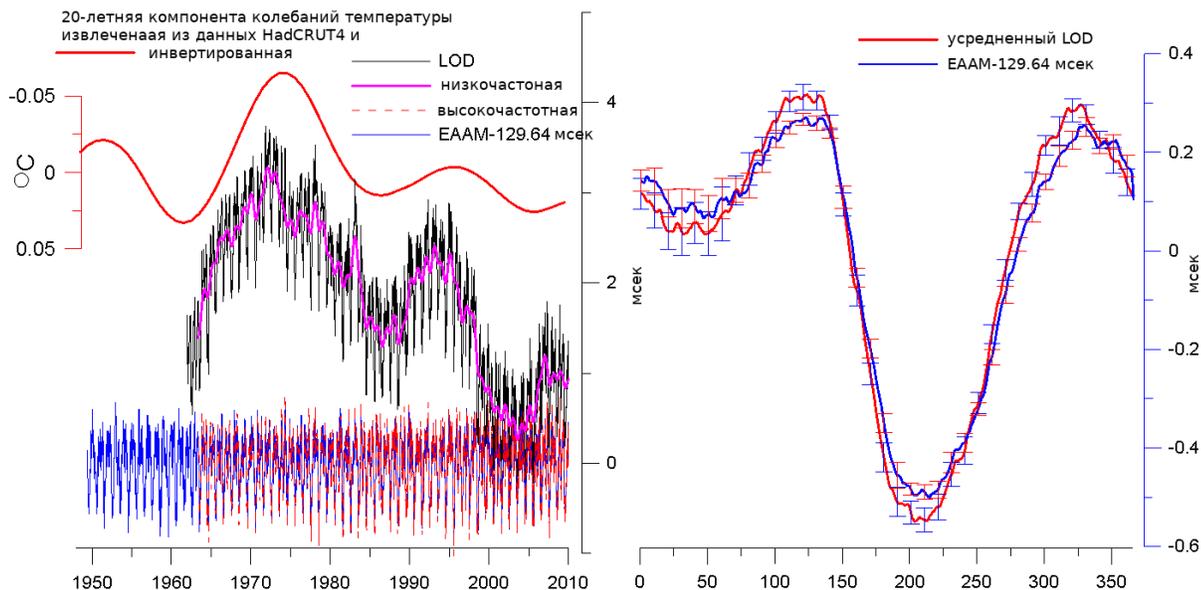


Рис. 6.1: Слева: высокочастотные и низкочастотные (сглаженные) изменения продолжительности суток LOD, изменения эффективного углового момента атмосферы EAAM (давление+IV-ветер) и инвертированная 20-летняя компонента глобальной температуры. Справа: изменения EAAM и LOD, усредненные по дням года на интервале 1962-2010 гг.

вызываться притоком углового момента от твердой Земли, дают положительный вклад в ААМ, при этом скорость вращения Земли уменьшается. Усиление восточных ветров, наоборот, ускоряет Землю и замедляет суперротацию атмосферы. В среднем, за 70 суток (оборотов Земли) атмосфера совершает 71 оборот [10]. Это видно из положительного среднего значения углового момента ветров $\langle \chi_3^W \rangle = 1.4 \cdot 10^{26} \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$, его стандартное отклонение составляет $\sigma_{\chi_3^W} = 2.3 \cdot 10^{25} \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$. Для давления среднее составляет $\langle \chi_3^P \rangle = 102 \cdot 10^{26} \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$, стандартное отклонение $\sigma_{\chi_3^P} = 0.4 \cdot 10^{25} \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$. Переведенные в миллисекунды LOD эти значения составляют $\langle \chi_3^W \rangle = 2.34 \text{ мс}$, $\sigma_{\chi_3^W} = 0.384 \text{ мс}$, $\langle \chi_3^P \rangle = 127.29 \text{ мс}$, $\sigma_{\chi_3^P} = 0.055 \text{ мс}$. Изменчивость компоненты ветра больше, чем давления, однако последняя имеет большее среднее значение. Из рис. 6.1 видно, что максимумы ААМ, в среднем, приходятся на 1 мая и 7 декабря, минимумы – на 4 августа и 27 февраля, что определяется сезонным изменением ветров.

Изучение связи между глобальным вращением планеты и её оболочек имеет большое значение не только для астрометрии и геодинамики, но и для метеорологии и климатологии, для моделирования атмосферы и оке-

ана. Распределения ветров и давлений, которые представлены данными ААМ, связаны с LOD и динамикой вращения Земли. В этой главе особое внимание уделено региональным аспектам изменений ААМ. Мы проанализируем осевые компоненты ААМ, представленные в виде карт (многомерных временных рядов) на сетке широт и долгот с помощью многоканального сингулярного спектрального анализа (МССА), сведения о котором даны в приложении Г. Являясь обобщением метода эмпирических ортогональных функций (ЭОФ), хорошо известного в атмосферных и климатических исследованиях [328, 393, 420, 440], МССА, в то же время, более гибок, чем простой метод ЭОФ [42]. Исследование осевого ААМ на интервале 1970-1998 гг. уже выполнялось в работах [291, 293, 294]. В них ААМ усреднялся по 20 долготным поясам и обрабатывался МССА. МССА также применялся к 1104 ячейкам пространственных карт ААМ в работе [263]. Там также была выделена компонента, связанная с Эль-Ниньо на периодах 5 и 2 года, и показано полярное движение углового момента на графиках Ховмеллера. Наша работа расширяет и дополняет предыдущие исследования для региональных компонент ААМ на сетке широт и долгот для интервала 1948-2010 гг. Мы впервые применяем совместный МССА для компонент массы и движения. Новый метод совместного включения двух компонент позволяет точнее выявлять коррелированные изменения в них. Анимированные карты позволяют оценить их поведение и связать с различными модами климатических колебаний, такими как Эль-Ниньо. Главные компоненты получаются без предварительной фильтрации, непосредственно в результате МССА. Исходные данные и метод их предобработки представлены в следующем разделе данной главы. Математическая основа метода МССА и результаты представлены в разделе 11.4. В заключительном разделе главы обсуждается вопрос о применимости результатов к исследованиям вращения Земли и перспективы метода.

6.2 Используемые данные NCER/NCAR

Уравнения Эйлера-Лиувилля для осевой компоненты (12.15) дает для малых вариаций m_3 угловой скорости вращения Земли $\Omega(1 + m_3)$ выражение [165, 164]

$$m_3 = \Psi_3. \quad (6.1)$$

Здесь справа стоит осевая компонента возбуждения Ψ_3 , которая может рассматриваться как входной процесс, приводящий к малым изменениям в скорости вращения Земли m_3 . Возбуждение зависит от изменений тензора инерции Земли, возникающих вследствие перераспределения масс,

а также от относительного углового момента ветров и течений. Процессы в атмосфере, океане, земном ядре и мантии влияют на вращение планеты, вызывая соответствующее возбуждение. Момент внешних сил также играет свою роль. В данной главе мы ограничимся рассмотрением осевой компоненты атмосферного возбуждения. В уравнении (6.1) переменная m_3 может быть выражена через изменения продолжительности суток LOD в приближении (1.1) как $m_3 = -\Delta LOD/LOD$ [314, 155].

Вместо возбуждающих функций принято использовать функции эффективного углового момента ЕААМ χ , осевая компонента которых, при нулевом моменте внешних сил $\Lambda_3 = 0$, отличается только знаком $\Psi_3 = -\chi_3$ (12.20). Близкое согласие между изменениями LOD и ЕААМ, проиллюстрированное на рис. 6.1, позволяет считать, что выполняется равенство $\Delta LOD/LOD = \chi_3$, и все полученные в данной работе компоненты ААМ сказываются на вращении Земли, приводя к соответствующим изменениям LOD. Для того, чтобы сразу оценивать эффект в LOD, мы перевели величины ЕААМ χ_3 в мс, принятые для LOD, домножив χ_3 на стандартное число миллисекунд в году $LOD=86\,400\,000$ мс. Региональный ААМ будет дан в миллисекундах на кв. градус. Как и в разделе 3.3, использованы данные реанализа NCEP/NCAR, полученные на основе климатических моделей с ассимиляцией всех имеющихся метеорологических наблюдений. Интерполированные поля ветра и давления доступны в рамках этого реанализа с 1948 года с шагом в 6 часов. М. Шенделеггой нам были любезно предоставлены также поля значений ААМ с 1900 года по данным ESMWF. Результаты по ним мы представим в разделе 6.4 для сравнения.

Данные по ветрам и давлению NCEP/NCAR были преобразованы в карты ААМ нашими коллегами (Y.H. Zhou) в центре астрогеодинамики Шанхайской обсерватории. В каждой ячейке широтно-долготной карты компонента давления вычисляется по формуле (см. раздел 8.5)

$$X_3^P(\lambda, \phi) = \frac{0.756R^4}{C_m g} p_s(\lambda, \phi) \cos^3 \phi, \quad (6.2)$$

а компонента ветра – по формуле

$$X_3^W(\lambda, \phi) = \frac{R^3}{C_m \Omega g} \int u(\lambda, \phi, p) \cos^2 \phi dp, \quad (6.3)$$

где R и Ω – средний радиус и скорость вращения Земли, C_m – главный момент инерции мантии относительно оси вращения, g – ускорение свободного падения, λ и ϕ – долгота и широта ячейки, p – уровень давления, p_s

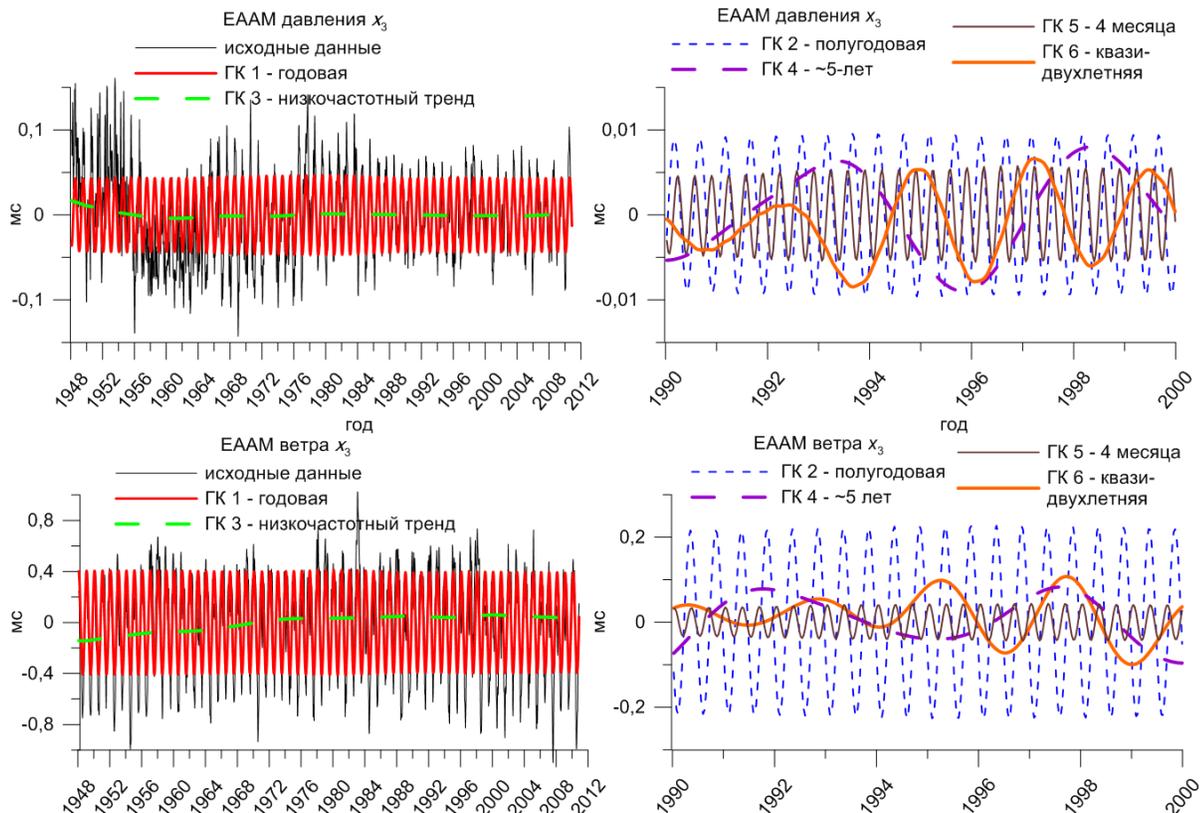


Рис. 6.2: Главные компоненты (ГК) ААМ давления (вверху) и ветра (внизу), проинтегрированные по всем широтам и долготам. Слева: годовая ГК 1 и тренд ГК 3 сопоставлены с исходными данными. Справа: даны графики с 1990 по 2000 год, представляющие ГК, связанные с полугодовым (ГК 2), квазипятилетним (ГК 4), четырехмесячным (ГК 5) и двухлетним колебаниями (ГК 6).

– приземное давление, u – скорость зональных ветров, проинтегрированная по выбранной ячейке широтно-долготной карты. Компонента давления, приведенная к поверхности в формуле (6.2), вычислялась с учетом гипотезы обратного барометра (IB) [459], предполагающей компенсацию изменений атмосферного давления над поверхностью океана изменением его уровня. Выражение (6.3) для компоненты ветра предполагает интегрирование по всем уровням атмосферного давления (барических высот). В ней учитываются не только поверхностные, но и высотные, к примеру, тропосферные ветра [407]. Обработка исходных 6-часовых карт на сетке $2.5^\circ \times 2.5^\circ$ за 62 года довольно трудоемка, поэтому мы преобразовали их к сетке $5^\circ \times 5^\circ$. Переход к временному разрешению 10 дней был выполнен сглаживанием фильтром Пантелеева низких частот (3.9) [1] с парамет-

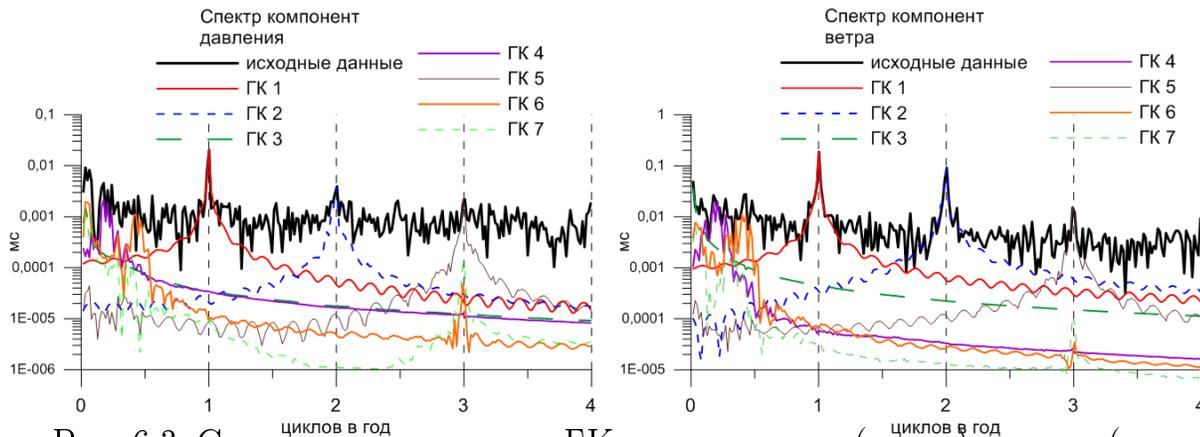


Рис. 6.3: Спектры выделенных ГК для давления (слева) и ветра (справа). Жирной сплошной кривой показаны спектры исходных данных. Остальные кривые отражают спектры главных компонент: ГК 1 имеет годовую периодичность, ГК 2 - полугодовую, ГК 3 соответствует низкочастотным колебаниям, ГК 4 – квазипятилетней моде, связанной с ЭНЮК, ГК 5 имеет четырехмесячную периодичность, ГК 6 и ГК 7 связаны с квазидвухлетним и низкочастотным колебаниями, коррелированными с ЭНЮК.

ром $\omega_0 = 2\pi f_0$ и выбранной частотой среза $f_0 = 10 \text{ лет}^{-1}$, с последующим ресемплингом низкочастотной компоненты.

За вычетом полюсов, получилось $36 \times 70 = 2520$ точек (от -85° до 85° по широте, от 0° до 355° по долготе). К таким данным мы и применили МССА. Это уменьшило объем вычислений в 240 раз и позволило выполнить их на персональном компьютере с 4-х ядерным процессором AMD и 32 Гб оперативной памяти.

Интегрирование ААМ по всем широтам и долготам дает эффективный угловой момент ЕААМ

$$\chi_3^{P,W} = \int \int X_3^{P,W}(\lambda, \phi) d\lambda d\phi. \quad (6.4)$$

Сравнение интегрального ЕААМ с данными, предоставленными Бюро геофизических флюидов Международной службы вращения Земли IERS [482], показало полное согласие между ними. Исходные данные ЕААМ ветра и давления представлены на рис. 6.2 слева, а спектры – на рис. 6.3 жирной линией. Отчетливо выделяются периоды год, полгода и треть года. 9.2.2.

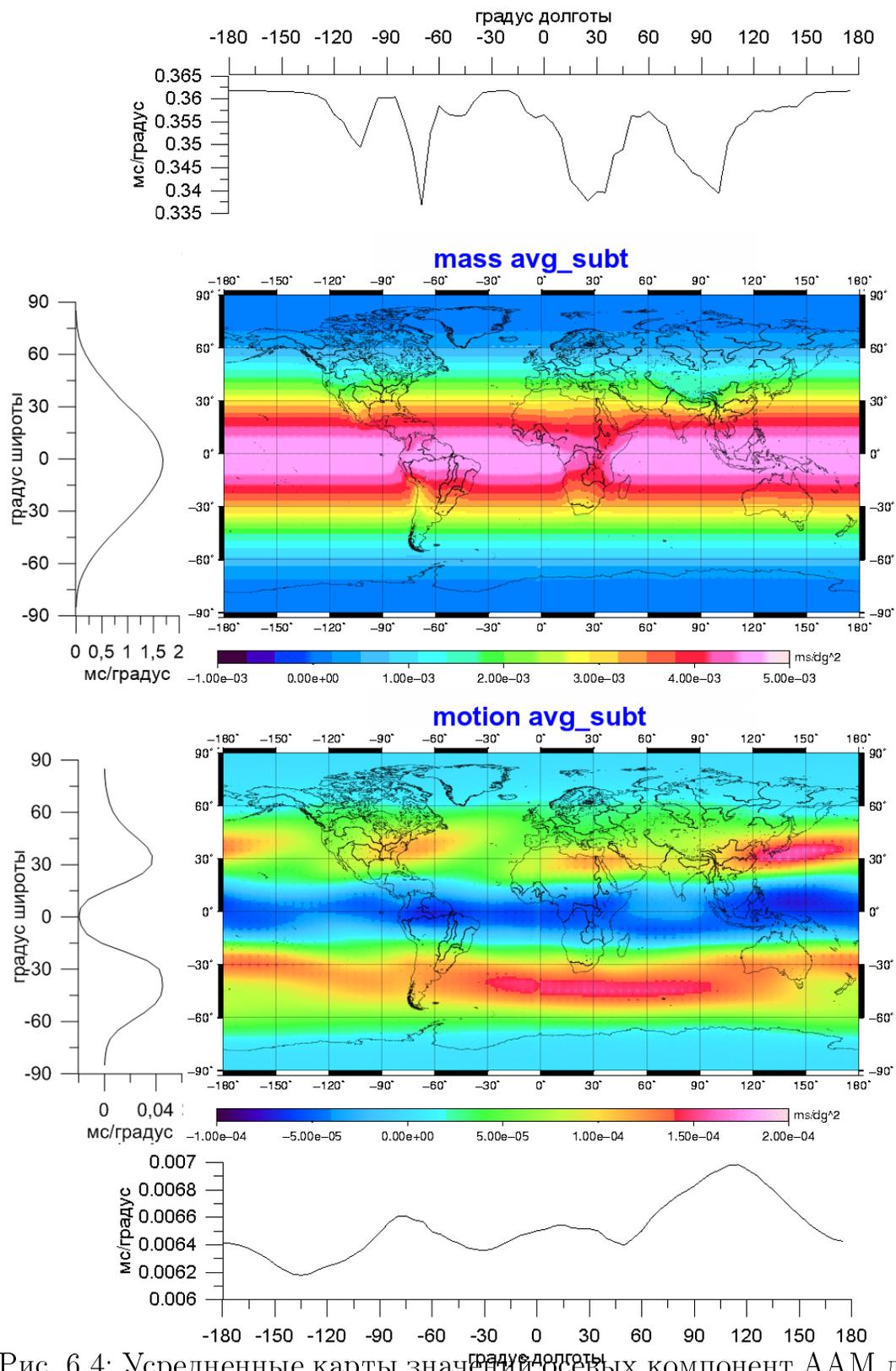


Рис. 6.4: Усредненные карты значений осевых компонент ААМ давления (вверху) и ветра (внизу). Графики сверху, снизу и слева от карты показывают значения, просуммированные по меридианам и параллелям в 5° -ных поясах.

6.3 Совместный МССА компонент ААМ ветра и давления

Перед МССА-обработкой средние по компонентам ветра и давления за 62 года (1948-2010) были вычтены. Карты средних полей представлены на рис. 6.4 вместе с интегральными графиками сумм по широтам и долготам. Они отражают постоянную составляющую распределения давлений и ветров на планете.

Среднее компоненты давления, рис. 6.4 вверху, показывает, что основной вклад поступает из экваториального пояса и быстро спадает на широтах $\pm 30^\circ$. В среднем, вариации компоненты массы дают больший вклад в суммарный ААМ, чем компоненты движения (ветров). Вклад полярных и горных районов мал, что видно из интегральных кривых.

Среднее ветра, рис. 6.4 внизу. Минимум зональных ветров простирается вдоль экватора, а максимумы находятся на широтах $\pm 45^\circ$. Это связано с преобладанием восточных ветров в стратосфере на низких широтах, дающих отрицательный вклад в ААМ. Картина меняется на обратную на “конских широтах”¹ $\pm 35^\circ$ в обоих полушариях. Широты от 30° до 60° к северу и к югу характеризуются западными тропосферными потоками. Превалирующие здесь западные ветра содержат избыточный угловой момент (атмосфера вращается немного быстрее планеты в целом). Согласно теории зональной циркуляции Н.С. Сидоренкова [167, 169], угловой момент перераспределяется от экваториальных широт, где он заканчивается в атмосферу от твердой Земли, к умеренным широтам, где он, наоборот, передается от атмосферы к твердой Земле, благодаря работе тепловой машины, переносящей теплый тропический воздух на более высокие широты, что сокращает расстояние от оси вращения Земли.

После вычитания среднего мы применили МССА (см. приложение Г) совместно к компонентам массы и движения ААМ, встроенным в блоки траекторной матрицы. В результате получались моды (главные компоненты) изменчивости полей ветровой и массовой компонент ААМ. Эти карты представляют пространственно-временное коррелированное поведение в отдельных регионах. Они были размещены в интернете [463].

Мы провели сравнение для L соответствующего 2, 5, 6, и 18 годам и пришли к выводу, что результаты весьма схожи. Также проводились вычисления для случая без лага ($L=1$ отсчет). Было выбрано значение L эквивалентное 6 годам ($L = 219$ при шаге данных 10 дней), дающее

¹Конские широты $30-35^\circ$ с.ш. и ю.ш. получили свое название оттого, что застрявшим там в безветрие морякам приходилось бросать за борт и есть лошадей, которых они перевозили.

оптимальное разделение.

На рис. 6.2 представлены интегральные кривые ЕААМ для выделенных компонент давления – вверху и ветра – внизу. Их спектры даны на рис. 6.3, откуда отчетливо ясно, каким спектральным компонентам соответствуют те или иные ГК. Оба эти рисунка убеждают нас в том, что МССА позволил эффективно разделить компоненты с периодами 5, 2, 1 год, полгода и треть года, отделив их от долгопериодического тренда и шумов. В таблице 6.1 представлены стандартные отклонения для изменчивости первых семи ГК массы и движения. Они вобрала в себя основную изменчивость сигнала. Компоненты с большими номерами имеют меньшую амплитуду и, в основном, включают в себя шумы. В данной главе мы отбрасываем их, выфилтровывая посредством МССА более значимые составляющие.

ГК 1 давления (получена группировкой 1 и 2 сингулярных чисел СЧ) отражает годовой цикл изменчивости давления. На континентах изменения более заметны, чем над океанами. В январе положительные значения ААМ преобладают в северном полушарии, отрицательные – в южном. Это связано с антициклонической активностью и увеличением массы воздуха в зимнем полушарии, перераспределением масс воздуха с океана на континенты. Начало года при этом соответствует глобальному минимуму ГК 1 ЕААМ (рис. 6.2, слева вверху). Области, ускоряющие вращение Земли, в это время доминируют над областями, замедляющими ее. К концу июня ситуация меняется на обратную: максимумы становятся минимумами, минимумы – максимумами. Противоположный знак аномалий в горных районах и прилегающих к ним долинах хорошо согласуется с результатами работы [169].

ГК 1 ветра (1+2 СЧ) отражает годовое колебание, имеющее интегральный максимум в начале года, и противоположное по фазе компоненте давления ГК 1. Амплитуда этой компоненты ветра на порядок больше, чем компоненты давления (см. таблицу 6.1), именно она определяет годовую изменчивость ААМ, годовой минимум и максимум LOD (рис. 6.1 справа). Влияние компоненты ветра над океанами несколько сильнее влияния над континентами. Зоны одного знака простираются вдоль зональных поясов с некоторым наклоном к северо-востоку. Картина наиболее контрастна в конце января, когда зона конвергенции смещается к югу, полоса минимума находится в южном полушарии, а полоса максимума ААМ находится в северном полушарии на широтах около 30° . Картина меняется на обратную в конце июля. В это время наблюдается минимум ААМ ветров и LOD, что говорит об ускоренном вращении Земли.

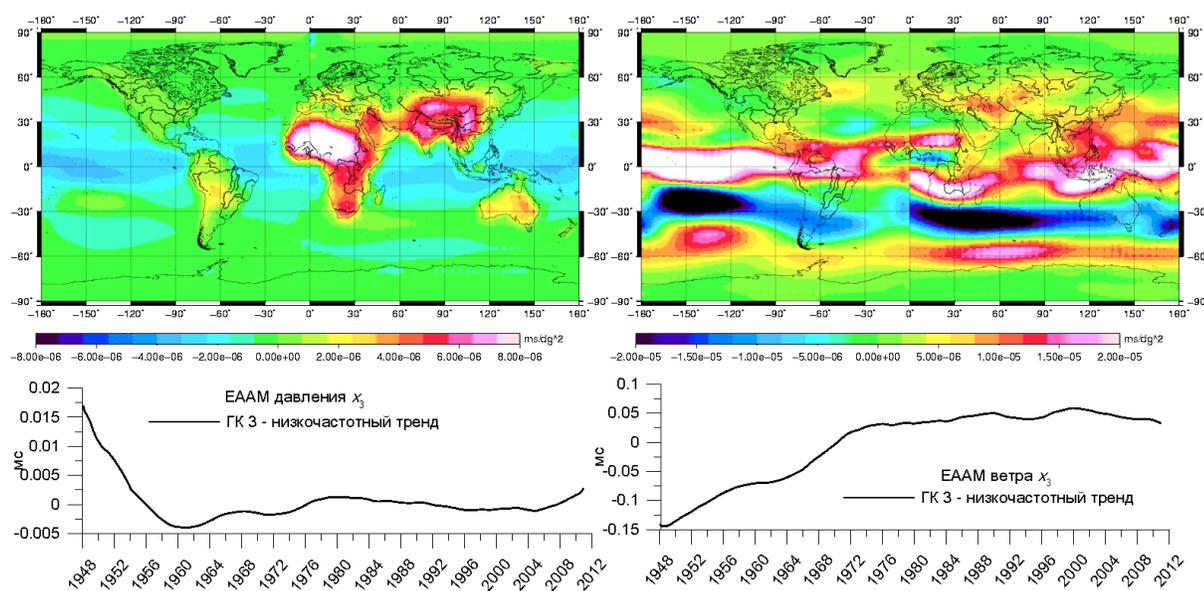


Рис. 6.5: Вверху: карты трендов с 1948 по 2011 г. для ГК 3 компонент массы (слева) и движения (справа). Внизу: соответствующие графики для эффективного ЕААМ.

ГК 2 давления (3+4 СЧ) соответствует полугодовому колебанию. Экстремум этой компоненты запаздывает примерно на месяц относительно экстремумов и нулей годовой компоненты ГК 1. В январе и июле ГК 2 имеет максимум над Африкой, особенно к югу от Сахары, Бразилией, Мексикой и югом США, минимум – над Восточной Канадой, Австралией и Азией. Интегральный ЕААМ давления имеет в эти месяцы максимум. Картина меняется на обратную в апреле и октябре.

ГК 2 ветра (3+4 СЧ) также имеет период полгода с интегральными минимумами в начале и середине года, совпадающими с экстремумами и нулями годового колебания. Карта ГК 2 довольно сложна. Зона максимума на 25° с.ш. в Тихом океане сопровождается минимумом в Атлантике, Западной Сахаре, Мексике, северном и экваториальном Тихом океане, в Индийском океане к западу от Австралии. Картина меняется на обратную с полупериодом в 3 месяца. Согласно Н.С. Сидоренкову [169], годовая и полугодовая компоненты относительного углового момента физически вытекают из одного и того же явления – работы полусферной тепловой машины и передачи энергии воздушными массами из одного полушария в другое, что влияет на зональную циркуляцию перемещаемых масс воздуха. Этот суммарный эффект имеет годовую и полугодовую компоненты.

ГК 3 давления (5 СЧ) отражает медленные изменения (тренд). Кар-

та разности для ГК 3 с 1948 по 2011 гг. представлена на рис. 6.5 (слева). Видно, что за этот период давление возросло над Южной Америкой, Африкой, Западной Европой, Азией и Австралией. При этом тренд показывает увеличение ААМ давления над континентами и уменьшение над океанами. На рис. 6.1 слева внизу представлена интегральная кривая уменьшения этой ГК.

ГК 3 ветра (5 СЧ) представлена картой на рис. 6.5, справа. Разность между 1948 и 2011 гг. характеризуется увеличением ААМ вдоль экватора и 60° ю.ш., сопровождаемым уменьшением ААМ на широтах 30° ю.ш. Это может быть связано с усилением западной составляющей ветров на экваторе и над Антарктическим циркумполярным течением и усилением восточных ветров над 30° ю.ш. Общий рост ветровой ЕААМ показан графиком на рис. 6.5 справа внизу. Не исключено, что этот тренд имеет климатологическую природу, он, в частности, может отражать некоторое усиление ЭНЮК. Анализ компонент тренда ГК 3, представленных на рис. 6.5, показывает, что компонента давления ускоряет Землю на 0.02 мс за 60 лет. Но замедляющее воздействие ААМ ветра, связанное с усилением западных ветров, превосходит его и составляет около -0.25 мс за 60 лет. LOD при этом увеличивалась. Заметим, что полученные величины качественно (по знаку и порядку величины) согласуются с оценками возможного влияния процесса глобального потепления на LOD, которые даны в работе [290], на интервале 60 лет они составляют -0.05 мс для ААМ давления и $+0.11$ мс – для ветра. В указанной работе [290] среди возможных причин таких изменений названы изменение полярного сжатия атмосферы, ускоряющего Землю, с одной стороны, и увеличение западных ветров, особенно в южном полушарии, тормозящее Землю – с другой. Это сходно с тем, что мы наблюдаем для компоненты ГК 3 на рис. 6.5. Сомнения вызывает то, что изменения ГК 3 давления особенно велики над Сахарой, где число метеорологических наблюдений мало. Достоверность измерений приповерхностного давления в середине XX в. выше, чем ветра, особенно на больших высотах. Мы не можем быть до конца уверены в том, что выделенный тренд не является артефактом в данных реанализа ААМ NCEP/NCAR, например, следствием изменения числа метеостанций на планете, которое представлено на сайте [468].

В работе [195] циркуляция атмосферы в СП и ЮП сопоставляется с трендами глобального потепления. Делается вывод о том, что чередование трех типов так называемых групп циркуляции: (i) блокирующих процессов, (ii) усиленной зональной циркуляции и (iii) выхода циклонов из низких широт в высокие, – приводит к колебаниям хода глобальной температуры. Любопытно, что годовая амплитуда приземной глобаль-

ной температуры по данным HadCRUT4 (см. рис 8.1), представленная в работе [195], имеет в XIX в. большую положительную аномалию, спадающую к 2000-м гг. Данные ААМ также имеют подобные переломы (рис. 6.2) Это наводит на мысль о наличии в ранних метеорологических данных артефактов, что, впрочем, не умоляет ценности анализа глобальных колебаний и трендов.

ГК 4 (6+7 СЧ) имеет период около 5 лет как для компоненты ветра, так и давления. Выборка из трех карт для ГК 4 представлена на рис. 6.6 слева – для давления, справа – для ветра. Наибольшие изменения давления затрагивают континенты вокруг Индийского океана, ветровая компонента наиболее выражена в восточном Тихом океане. Сравнение интегрального ЕААМ для этих компонент с индексом Южного колебания SOI, описывающим активность ЭНЮК на рис. 6.7, показывает сильную связь ГК 4 с его фазами. Индекс SOI был предварительно сглажен фильтром Пантелеева (3.9) с частотой среза $f_0 = 0.3$ колебаний в год и инвертирован. Максимумы и минимумы ГК 4 давления и ветра согласуются друг с другом и с экстремумами Южного колебания. Коэффициент корреляции со сглаженным индексом SOI для ГК 4 ветра составляет $r = -0.72 \pm 0.02$, для ГК 4 давления $r = -0.56 \pm 0.03$.

В фазе Эль-Ниньо глубина термоклина в западном Тихом океане уменьшается, а в южном и восточном регионах Тихого океана – увеличивается (по сравнению с нормой), это уменьшает градиент температуры, пассатные ветра ослабевают и иногда даже становятся направленными с запада на восток. Изменения циркуляции захватывают также верхнюю атмосферу, приводя к увеличению осевого ААМ, что и наблюдается на рис. 6.6 вверху и на рис. 6.7. При этом LOD увеличивается на величину порядка 0.1 мс. Карта на рис. 6.6 вверху для ГК 4 давления (слева) отражает его увеличение над Австралией, Индией, Африкой, Амазонкой. В противоположной фазе Ла-Нинья (внизу) картина меняется на обратную. Компонента ветра (рис. 6.6 справа) во время Эль-Ниньо (вверху) имеет существенную положительную составляющую в восточном Тихом океане на широтах $\pm 30^\circ$. Минимум расположен на экваторе и на высоких широтах $\pm 70^\circ$. Максимумы во время Эль-Ниньо также находятся над Аравийским полуостровом, Индией, Мадагаскаром на широтах $\pm 20^\circ$. Минимумы наблюдаются над США и Аргентиной. С развитием Ла-Нинья картина меняется на обратную. Это указывает на то, что Южное колебание – глобальная мода климатической изменчивости атмосферы, распространяющаяся по всему миру [181, 212]. Анимированные карты показывают, как влияние ЭНЮК распространяется в атмосфере над океанами и континентами, захватывая довольно отдаленные регионы, в

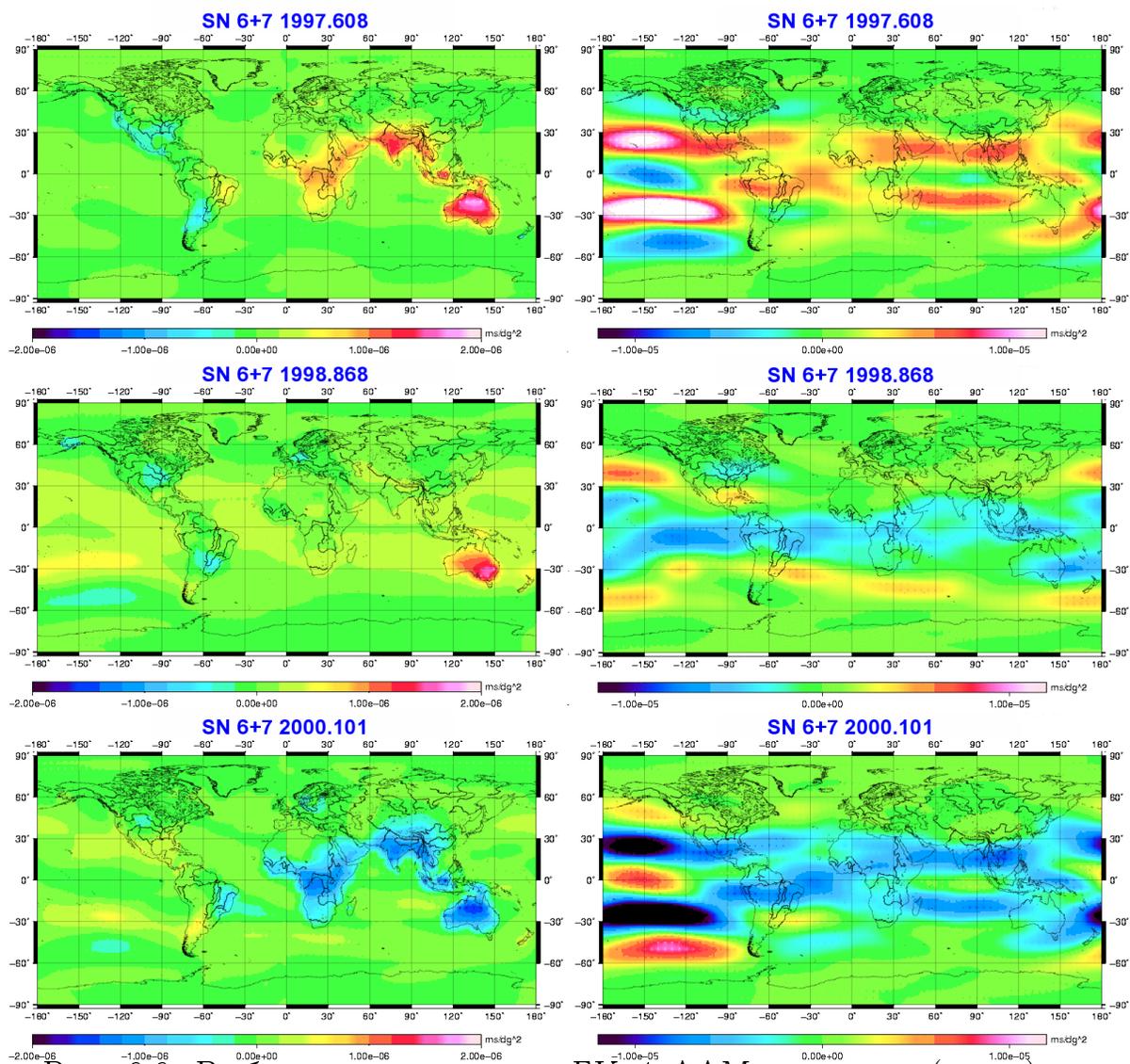


Рис. 6.6: Выборка из трех карт ГК 4 ААМ давления (слева) и ветра (справа). Карты сверху соответствуют развитой фазе Эль-Ниньо, внизу – стадии Ла-Нинья. Карты посередине показывают фазовый переход от стадии Эль-Ниньо к Ла-Нинья.

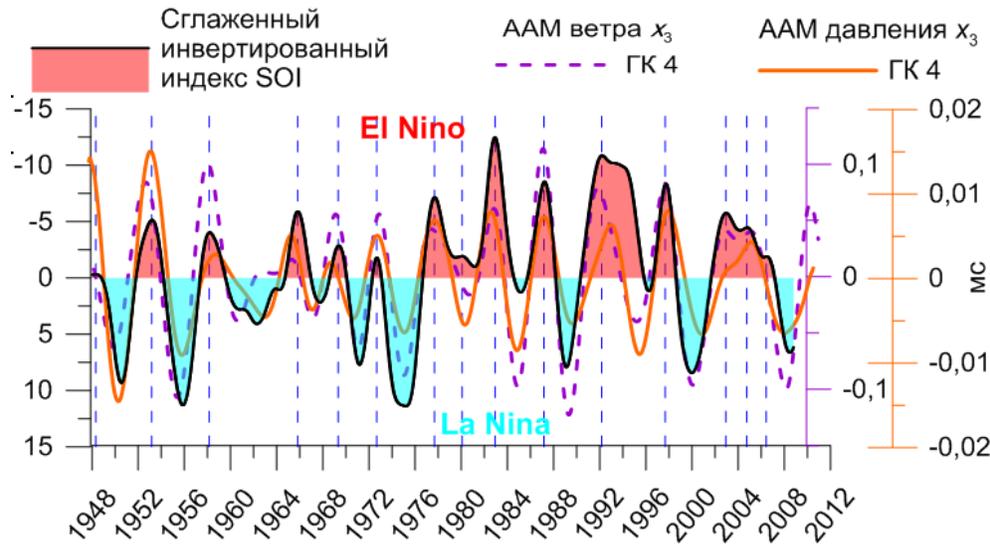


Рис. 6.7: ГК 4 ААМ давления и ветра, проинтегрированного по всем широтам и долготам в сравнении со сглаженным инвертированным индексом южного колебания SOI.

т.ч. Евразию. Они могут использоваться для исследований взаимосвязей ЭНЮК с метеорологическими явлениями и для выявления предвестников Эль-Ниньо/Ла-Нинья и их типов [429, 436].

В работах [263, 293, 294, 371] на графиках Ховмеллера показано полярное распространение углового момента зональных ветров в цикле ЭНЮК, которое связывается с откликом ветров на изменения температуры. Мы также построили график Ховмеллера (рис. 6.8), усреднив по долготам ГК 4 ветра. На нем хорошо заметны V-образные (лучше сказать С-образные) сигнатуры. Однако график не дает полной картины. На анимированных картах [463] хорошо видно, что распространение углового момента происходит не строго вдоль меридианов от экватора к полюсам, но имеет смещение вдоль параллелей, в ходе которого знак аномалий меняется на обратный в динамике (см. анимации), напоминающей шахматный порядок (рис. 6.6). При Эль-Ниньо положительные и отрицательные аномалии для ветров, четко выраженные в Тихом океане, распространяются на восток. При чередовании Эль-Ниньо/Ла-Нинья знак аномалий меняется на обратный (рис. 6.6, средняя панель). Поток углового момента при усреднении по долготе формирует картину распространения от экватора к полюсам (рис. 6.8).

ГК 5 давления (9+10 СЧ) имеет период 4 месяца. Минимумы на-

Таблица 6.1: Стандартные отклонения (СКО) выделенных ГК в мс. Умножение СКО на $\sim \sqrt{2}$ даст амплитуду для гармоник.

| | все | ГК 1 | ГК 2 | ГК 3 | ГК 4 | ГК 5 | ГК 6 | ГК 7 |
|--------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| масса $\cdot 10^{-2}$ | 4.84 | 3.14 | 0.73 | 0.34 | 0.54 | 0.42 | 0.57 | 0.28 |
| движение $\cdot 10^{-1}$ | 3.77 | 2.84 | 1.60 | 0.61 | 0.53 | 0.30 | 0.39 | 0.17 |

блюдаются в декабре, апреле и августе. Отрицательные аномалии ААМ при этом возникают в Северной Африке, Европе, Азии, за исключением Индии, центральной Амазонке, Антарктиде. Спустя два месяца картина меняется на обратную.

ГК 5 ветра (9+10 СЧ) имеет сложную структуру на карте и период 4 месяца. Мы не будем ее описывать.

ГК 6 давления (11+12 СЧ) также квазидвухлетняя и имеет похожее на ГК 4 поведение (отпечаток) с меньшей амплитудой (см. таблицу 6.1).

ГК 6 ветра (11+12 СЧ) имеет период около двух лет и связана с квази-двухлетним колебанием (QBO), в свою очередь связанным с ЭНЮК [293, 386, 394, 443]. Карты для ГК 6 содержат отпечатки, очень сходные с ГК 4. Этой компоненте также присуще полярное распространение углового момента от экватора к полюсам. Сравнение ГК 6 ветра с дважды отфильтрованным полосовым фильтром Пантелеева (3.9) индексом SOI, в полосе частот от $f_0 = 0.3$ до $f_0 = 1$ цикла в год, дало корреляцию $r = -0.52 \pm 0.02$.

ГК 7 (8 СЧ), по всей видимости, связана с низкочастотной составляющей ЭНЮК. Отпечатки этой компоненты как ветра, так и давления, очень схожи на карте с отпечатками для ГК 4 и ГК 6. Период ГК 7 – от 3 до 15 лет, с некоторым включением квазидвухлетней волны. Амплитуда этой компоненты достаточно мала (таблица 6.1).

6.4 Сравнение с данными ESMWF

Нами также проделана МССА-обработка данных ААМ с 1900 по 2010 гг., вычисленных Европейским агентством ESMWF и любезно предоставленных нам Михаэлем Шинделлегой [414]. Результаты оказались весьма сходными с представленными выше. Так, на рис. 6.9 показан тренд в ветре и давлении за сто лет по данным реанализа

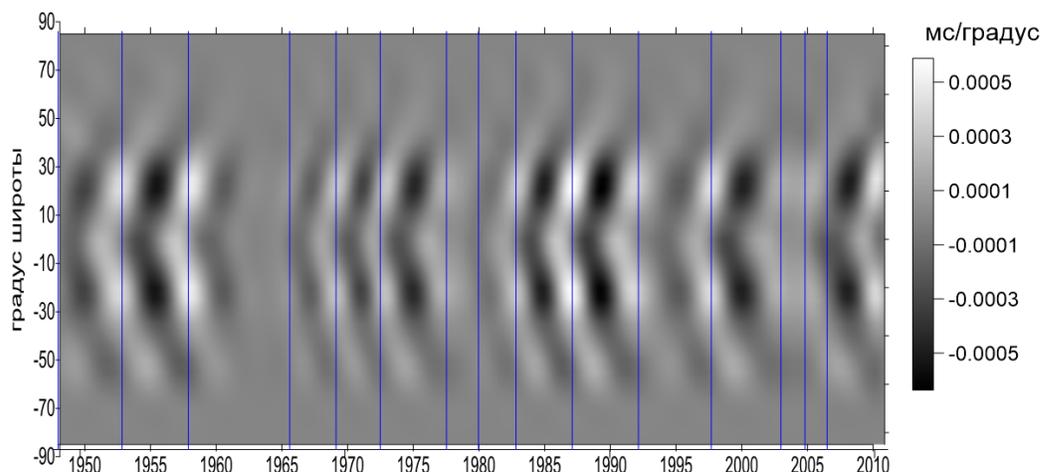


Рис. 6.8: Долготный график^{год} Ховмеллера для ГК 4 ветра, связанной с ЭНЮК. С-образные светлые и темные участки иллюстрируют полярное распространение углового момента ветров в этой моде. Максимумы отфильтрованного и инвертированного индекса SOI, соответствующего стадиям Эль-Ниньо, помечены вертикальными линиями.

ECMWF, в сравнении с представленными на рис. 6.5 трендами по данным NCEP/NCAR. Можно заключить о сходстве этих трендов. Конечно, данные на начало XX века существенно менее достоверны, чем для конца века. Поэтому выводы о трендах выглядят несколько натянуто. Тем не менее, усиление западного переноса в южном полушарии за последние 100 лет, вытекающее из представленных карт, возможно. Оно соответствует общему изменению циркуляции в атмосфере под действием климатических изменений. Смещение зоны конвергенции, влияющей, в частности, на азиатский муссон, уже привлекает внимание исследователей. Детектированы также полярные смещения течений в океане [447].

На рис. 6.10 показана главная компонента 4, связанная с Южным колебанием El Niño, выделенная из данных ECMWF. В этих, намного более продолжительных данных, порядки величин эффектов в LOD и их четкая корреляция практически такие же, как и в ГК 4 по данным NCEP/NCAR на рис. 6.7.

6.5 Выводы и дискуссия

В данной главе представлены результаты совместного МССА компонент ветра и давления осевого углового момента атмосферы ААМ, позволившего выделить синхронные изменения сразу двух этих компонент.

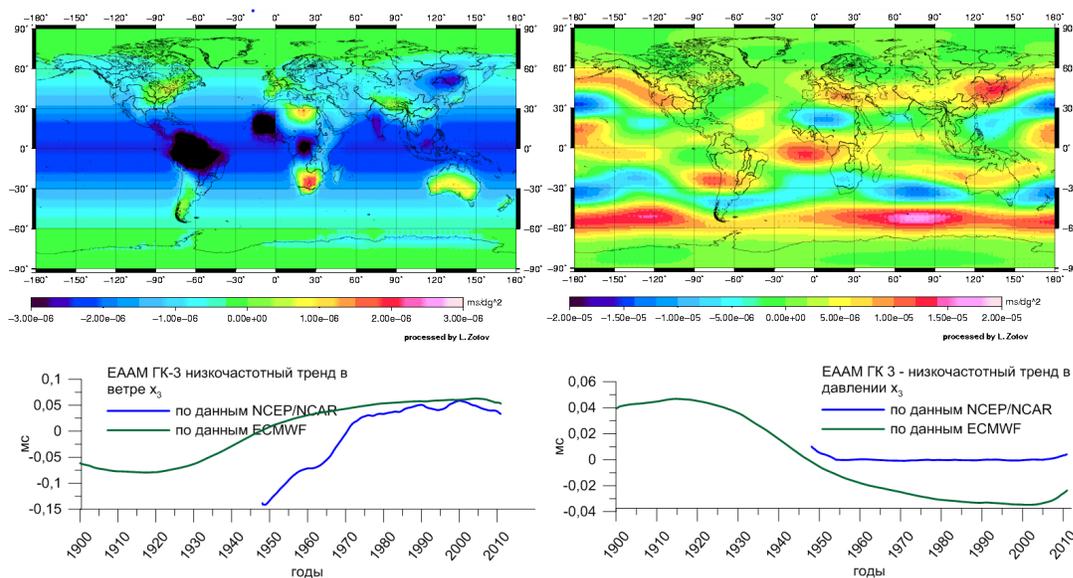


Рис. 6.9: Вверху: карты трендов ГК 3 с 1900 по 2010 гг. выделенные из данных ECMWF для компонент массы (слева) и движения (справа). Внизу: соответствующие графики для эффективного ЕААМ по данным ECMWF, в сравнении с графиками по данным NCEP/NCAR.

Было показано, что МССА позволяет эффективно отделить главные компоненты ГК с периодами 5, 2, 1 год, полгода и треть года от низкочастотного тренда и шумов. Получены анимированные карты главных компонент [463]. Низкочастотные, пяти- и двухлетние ГК отражают изменения ветров и давлений по всем широтам и долготам во взаимосвязи с Эль-Ниньо Южным колебанием ЭНЮК и квазидвухлетним циклом QBO. Прделанное нами исследование уточняет результаты [263, 371, 293]. Показано, что влияние ЭНЮК на длительность суток LOD находится на уровне 0.1 мс. К примеру, сильное Эль-Ниньо 2015-2016 года замедлило вращение Земли на величину такого порядка, рис. 8.6.

Полученные анимированные карты отражают отклик ветров и давлений на различные метеорологические и климатические процессы, такие как сезонное перераспределение воздушных масс и изменение циркуляции зональных ветров, формирование Эль-Ниньо. Они могут способствовать изучению влияния ЭНЮК в разных регионах и поиску его предвестников. Показано также, что эволюция связанных с ЭНЮК главных компонент имеет комплексный характер и не может быть упрощённо сведена к полярному распространению углового момента, что дополняет ранее полученные результаты других авторов. В нашей работе, опираясь на исследования Сидоренкова [169], мы лишь кратко описали основные

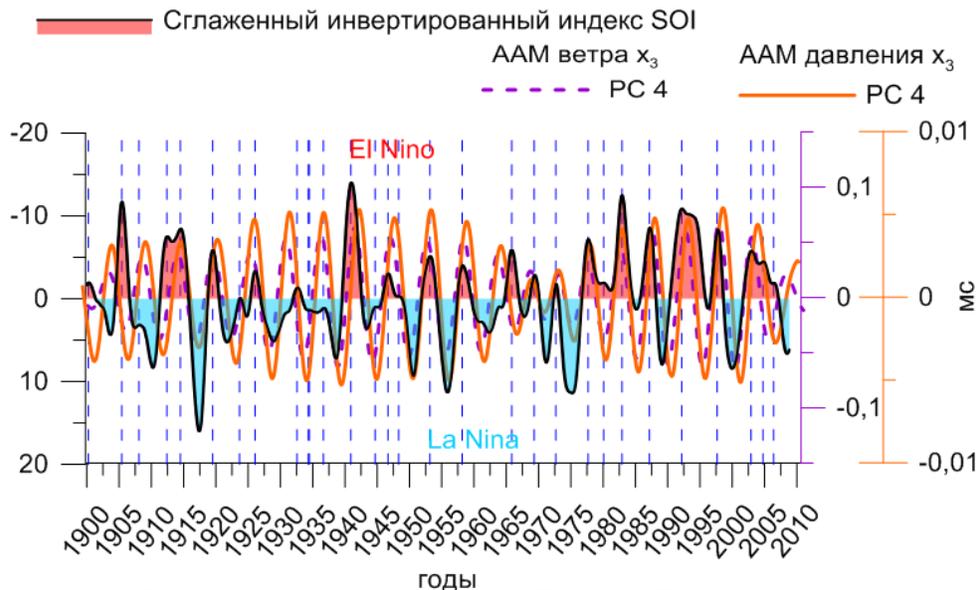


Рис. 6.10: Выделенная из данных ESMWF АММ давления и ветра ГК 4, проинтегрированная по всем широтам и долготам, в сравнении со сглаженным инвертированным индексом южного колебания SOI.

особенности зональной циркуляции атмосферы, выделенные в ГК.

Очевидным приложением полученных результатов является исследование изменений скорости вращения Земли. Каждая составляющая ГК ААМ вносит вклад в интегральный ЕААМ и непосредственно передается твердой Земле, вызывая изменения продолжительности суток LOD в соответствии с уравнением (6.1). Используемые нами данные по ААМ могут содержать шумы наблюдений и моделирования. МССА помогает отфильтровать их и улучшает разделимость сигналов. Мы попытались собрать аргументы для ответа на вопрос – до какой степени изменения климата и циркуляции атмосферы могут влиять на вращение Земли.

Выявленные низкочастотные компоненты тренда ГК 3 (рис. 6.5, 6.9) могут быть связаны как с реальными долговременными процессами в атмосфере, имевшими место с 1948 по 2011 гг., так и с артефактами данных. Полученные тренды усиления западных ветров, особенно в южном полушарии, дают вклад на уровне 0.25 мс, замедляющем вращение Земли. Небольшой тренд давления наоборот ускоряет Землю на ~ 0.02 мс за 60 лет. Эти результаты качественно согласуются с теоретическими расчетами О. де Вирона и др. [290]. Однако это не объясняет антикорреляции глобальной температуры и LOD (рис. 6.1 слева). Для этого не хватает одного-двух порядков величин. Помимо влияния на скорость вращения

Земли, атмосферный ААМ содержит экваториальные компоненты χ_1 , χ_2 , влияющие на движение полюса [12]. Их исследование было представлено в главе 3. О влиянии атмосферы на годовое и чандлеровское движения полюса можно подробнее узнать в [13, 258, 267, 375, 408]. Тот факт, что МССА предоставляет широкие возможности для обработки многомерных рядов, подтверждается не только на примере исследований влияния атмосферы на скорость вращения Земли, но и на примере данных космической гравиметрии в главе 9.

Глава 7

О двух гармониках лунного прилива в ААМ

*Но оставим надисторическим людям их отвращение
и их мудрость: давайте лучше радоваться сегодня
от всего сердца нашему неразумию
и приветствовать в лице себя тех,
кто деятельно идет вперед и поклоняется процессу.*

*Фридрих Ницше, “О пользе и вреде
истории для жизни”*

7.1 Перевод углового момента в небесную систему координат

В книге Н.С. Сидоренкова [169] поднят вопрос об источнике спектральных пиков в экваториальном угловом моменте ААМ с двухнедельным и недельными периодами в небесной системе отсчета ICRF. Исследование этой главы посвящено прояснению связи этих колебаний ААМ, рассматриваемых в невращающейся системе отсчета, с лунным приливом. Соответствующий угловой момент, как будет показано, вносит существенный вклад в колебания полюса с периодами от 2 до 30 суток на прямых частотах в ICRF. Перевод ААМ в небесную систему проведен демодуляцией. Широкополосная спектральная линия с периодом 6 суток и гармоника с периодом 13.6 суток выделены на основе спектрального анализа и посредством фильтрации. Простая равновесная модель прилива объясняет 13.6 - суточную компоненту как следствие лунного прилива O_1 . Показано, что в диапазоне от 2 до 30 суток в ICRF можно выделить влияние гравитационных приливов, в то время как на бóльших периодах угловой момент атмосферы зашумлен термическими эффектами.

Экваториальный угловой момент обычно рассматривается исследователями геофизических эффектов во вращении Земли в земной системе

отсчета ITRF. Его спектр, представленный на рис. 7.1 вверху, имеет ярко выраженную ретроградную почти суточную (24 ч) спектральную линию, связанную с термическим нагревом (приливом) атмосферы [189]. При подробном рассмотрении заметны 24-часовая (S_1), 24.07 часовая (P_1) и 23.93 часовая (K_1) волны, появляющиеся в результате годичной модуляции [246]. На фоне этих пиков значительной амплитуды присутствует также менее заметный 25.82-часовой пик [258], обычно приписываемый лунной тессеральной волне O_1 , в предположении, что термических изменений в атмосфере на этом периоде нет. Имеется также широкий спектральный пик на периоде 28.5 суток. В нем сосредоточена заметная энергия, распределенная в довольно широком диапазоне частот. Эти пики, как и предполагал Н.С. Сидоренков, имеют источником лунный прилив [10].

Приливы в атмосфере подробно изучались В.Е. Жаровым [73, 189, 190]. Им исследовались спектральные линии в зональной компоненте χ_3 с периодами от нескольких дней до месяца в земной системе. Было показано, что некоторые из них возникают вследствие параметрического резонанса, усиливающего турбулентные движения воздуха на собственных частотах атмосферы. Оценивались амплитуды термического прилива, суточных S_1 , K_1 , P_1 , O_1 и полусуточных гравитационных приливов. Анализировалось их влияние на экваториальные компоненты атмосферного возбуждения χ_1 , χ_2 ветров и давлений и на прецессию земной оси. Сделан вывод о том, что избыточные энергии гравитационных приливов являются следствием годовой и полугодовой модуляции термического прилива, и что влияние атмосферных приливов на ДП мало. Наше исследование основано на более продолжительном временном ряде ААМ и отличается тем, что мы переводим угловой момент в небесную систему, где исследуем диапазон частот от двух суток до месяца, в котором гравитационные приливы, по всей видимости, играют довольно существенную роль.

Пусть H_i – декартова компонента углового момента атмосферы в земной системе координат (TRF) (см. раздел 8.5), $C = 8.0370 \cdot 10^{37}$ кг м² – средний осевой момент инерции Земли, $A = 8.0101 \cdot 10^{37}$ кг м² – средний экваториальный момент инерции, $\Omega = 2\pi \cdot 1.002738$ рад/сутки – средняя частота вращения Земли относительно звезд (1.2). В рамках линеаризованного уравнения Эйлера-Лиувилля (12.29), весьма точного на периодах менее века, комплексная функция экваториального углового момента $\chi = \chi_1 + i\chi_2$ слоя атмосферы (12.28) имеет компоненты $\chi_1 = H_1/((C - A)\Omega)$, $\chi_2 = H_2/((C - A)\Omega)$, которые, в свою очередь, включают компоненты массы и движения [243]. Для учета неупругости,

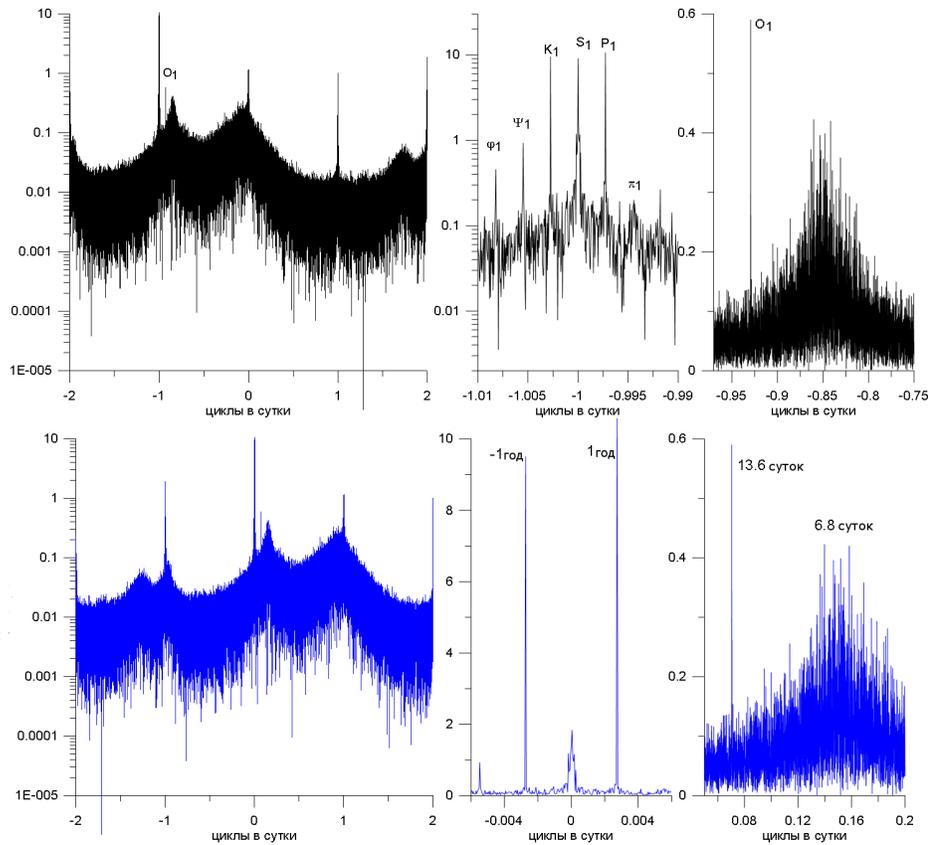


Рис. 7.1: Амплитудный спектр комплексного ряда экваториальных компонент момента импульса ветров по данным NCEP/NCAR в земной системе TRF вверху и в небесной системе CRF внизу (слева), область обратной суточной полосы частот (в центре), область суточных лунных волн (справа).

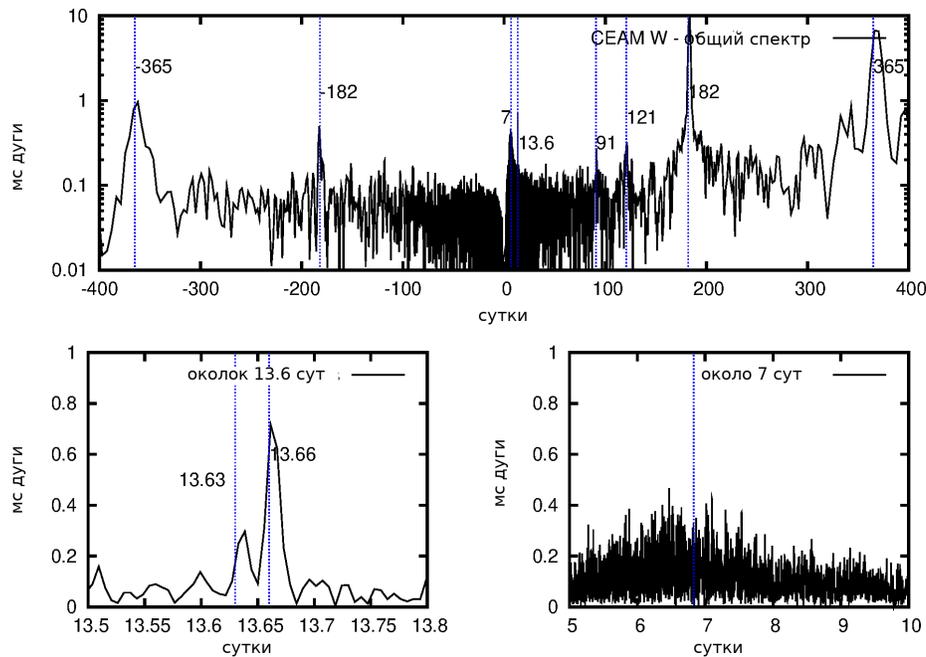


Рис. 7.2: Периодограмма ЕААМ в небесной системе отсчета, вычисленный по данным NCEP/NCAR за 1949-2012 годы.

эти компоненты домножают на близкие к единице коэффициенты и получают эффективные функции углового момента (12.27).

В работах [256, 258] А. Бжезинский ввел в рассмотрение понятие небесного экваториального углового момента, удобного для работы с атмосферными возбуждениями прецессии и нутации в небесной системе отсчета

$$\chi' = -\chi e^{i\theta(t)} \quad (7.1)$$

здесь $\theta(t) = \theta(TAI_0) + \Omega(TAI - TAI_0)$ – равномерно меняющийся угол вращения Земли, отсчитываемый от некоторой выбранной эпохи атомного времени TAI_0 [481]. Формула (7.1) демодулирует угловой момент, переводя его из земной системы отсчета TRF в небесную CRF. При этом все спектральные компоненты смещаются по частотам. Суточная 24-часовая гармоника в TRF перемещается на нулевую частоту в CRF (см. рис. 1.3). Околосуточные гармоники становятся низкочастотными. Весь спектр смещается вправо на 1 цикл в сутки по правилу отображения земной частоты σ в небесную $\sigma' = \sigma + \Omega$, где $\sigma \ll \sigma'$. На рисунке 7.1 внизу показан спектр углового момента ветров, преобразованный в небесную систему отсчета CRF.

7.2 Выявленные особенности небесного углового момента с периодами от 2 суток до 1 месяца

Как и в предыдущих главах, мы использовали 6-часовые значения ЕААМ по данным NCEP/NCAR на интервале времени 1949–2013 гг. Эти данные предоставляются Глобальным центром геофизических флюидов IERS [481]. Пересчет (демодуляция) в небесную систему был выполнен по формуле (7.1) для экваториальных компонент давления и ветра. Перед демодуляцией удобно вычесть низкочастотную составляющую с периодами более 2 суток в земной системе. После применения преобразования (7.1) был использован ФНЧ, который помог убрать остаточные высокочастотные колебания с периодами менее двух суток. Внимание было сосредоточено на периодах от 2 до 30 суток в диапазоне прецессии и нутации, неоднократно изучавшиеся долгопериодные вариации были исключены.

Периодограмма ЕААМ ветра в CRF, полученная после таких преобразований, представлена на рис. 7.2 (компонента давления имеет те же пики, но менее выраженные). Нам были особенно интересны отчетливый узкий пик с периодом +13.6 суток (25.8 часов в TRF) и широкая полоса около +7 суточного периода (28 часов в TRF). На рис. 7.3 показано поведение на протяжении 130 суток (MJD 50000 – MJD 50130) сигнала, выделенного в названном диапазоне (2-30 суток) посредством фильтрации. Компоненты x и y для ветра и давления представлены вместе с общим суммарным ЕААМ давления, вычисленным без гипотезы об обратном барометре (NIB). Заметно, что как для x , так и для y -составляющих компоненты ветра и давления взаимно пропорциональны. Коэффициент корреляции на интервале 1949–2014 гг. составил 0.57. Уравнение линейной регрессии для обеих компонент дает $\chi'_w \sim 2.1\chi'_p$. Эта пропорциональность имеет место только для небесного ААМ в диапазоне от 2 суток до 1 месяца; она не распространяется на более длинноволновый диапазон от месяца до года, где корреляция уменьшается до 0.1. Особенностью выделенного спектрального диапазона является то, что вклад северного и южного полушарий в ЕААМ ветра оказывается синхронным, как это видно из рис. 7.3.

7.3 Вычисление момента сил

Момент сил, с которым атмосфера действует на твердую Землю, состоит из следующих компонент: момента сил, действующего на экваториальный балдж $\vec{\Gamma}_b$ (далее – момент балджа); момента сил, связанного

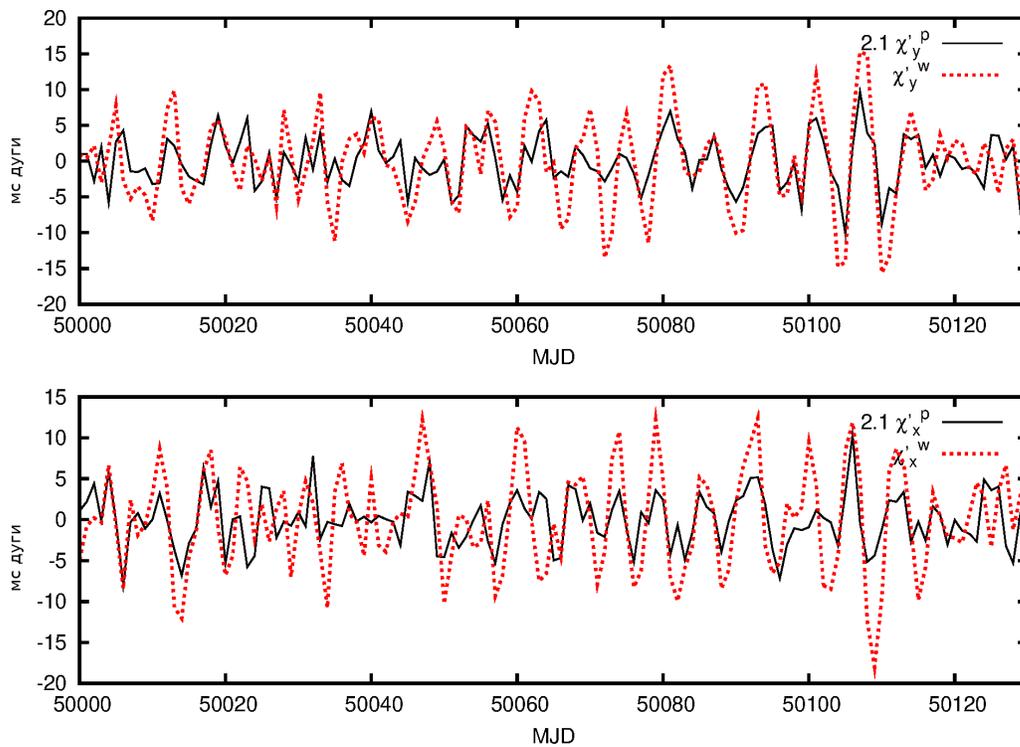


Рис. 7.3: Слева: вклад изменчивости в южном и северном полушариях в ветровую компоненту ЕААМ χ'_X (внизу) и χ'_Y (вверху) в диапазоне периодов 2–30 суток. Справа: компоненты X и Y небесного ЕААМ ветра χ_w и НИВ компонента давления χ_p умноженная на коэффициент линейной регрессии = 2.1 (вычислен по данным с 1949 по 2014 после удаления периодов более месяца). Временные ряды представлены за 130 суток, начиная с MJD 50000 (10/10/1995).

с гравитационным притяжением и давлением; а также локального топографического момента $\bar{\Gamma}_l$, связанного с трением о земную поверхность [153]. В невращающейся системе отсчета мы будем использовать следующие комплексные величины: $H'_{w/p}$ для экваториального момента сил ветра/давления, Γ'_l для локального момента сил, Γ'_b – для момента сил, приложенного к балджу, Γ'_{ext} – для внешнего гравитационного момента сил, приложенного к атмосфере. Как показано в [150], законы механики позволяют записать в частотной области соотношение

$$1 - \frac{\sigma'}{\Omega} - \frac{\sigma' \hat{H}'_w}{\Omega \hat{H}'_p} = \frac{-\hat{\Gamma}'_l + \hat{\Gamma}'_{ext}}{\hat{\Gamma}'_b}, \quad (7.2)$$

где крышка $\hat{}$ обозначает преобразование Фурье. Остаточный момент сил $-\hat{\Gamma}'_l + \hat{\Gamma}'_{ext}$ значительно меньше экваториального момента, связанного с балджем Γ'_b , что позволяет записать

$$\hat{H}'_w \approx \frac{\Omega - \sigma'}{\sigma'} \hat{H}'_p. \quad (7.3)$$

Для положительных частот σ' и отфильтрованного на периодах от 2 суток до месяца ЕААМ, имеем $1/30 \Omega \leq \sigma' \leq 1/2 \Omega$ (ретроградная составляющая намного меньше); поэтому, если верно выражение (7.3), компоненты давления и ветра должны быть пропорциональны друг другу. Это не так для сезонного диапазона (S_1 в TRF), где локальный момент сил уже не будет мал, по сравнению с моментом балджа [362]. Если принять за типичную амплитуду лунной приливной гармоники $|\chi'_p| \sim 0.2$ мс дуги, величина момента балджа составит $|\Gamma'_b| = \Omega^2(C - A)|\chi'_p|$ [362] или $\sim 1.5 \cdot 10^{18}$ Н·м. Согласно оценкам Бизуара и Ламберта [247], момент внешних сил на суточном периоде Γ'_{ext} составляет около $\sim 10^{17}$ Н·м, что как минимум на десять порядков меньше экваториального момента балджа $\Omega|H'_p|$. Поэтому выявленная выше пропорциональность выполняется лишь до тех пор, пока локальный момент сил не превышает по порядку величины внешнего.

7.4 О приливной природе 13.6 - суточной гармоники

Наиболее естественным будет предположить, что 13.66 - суточный пик в спектре небесного ААМ связан с суточной приливной волной O_1 , которая задается аргументом Делоне $2(F + \bar{\Omega}_L)$ в невращающейся системе отсчета, здесь $F = \bar{\omega} + l$ – сумма аргумента перигея $\bar{\omega}$ и средней аномалии l , а долгота восходящего узла лунной орбиты обозначена $\bar{\Omega}_L$. Как

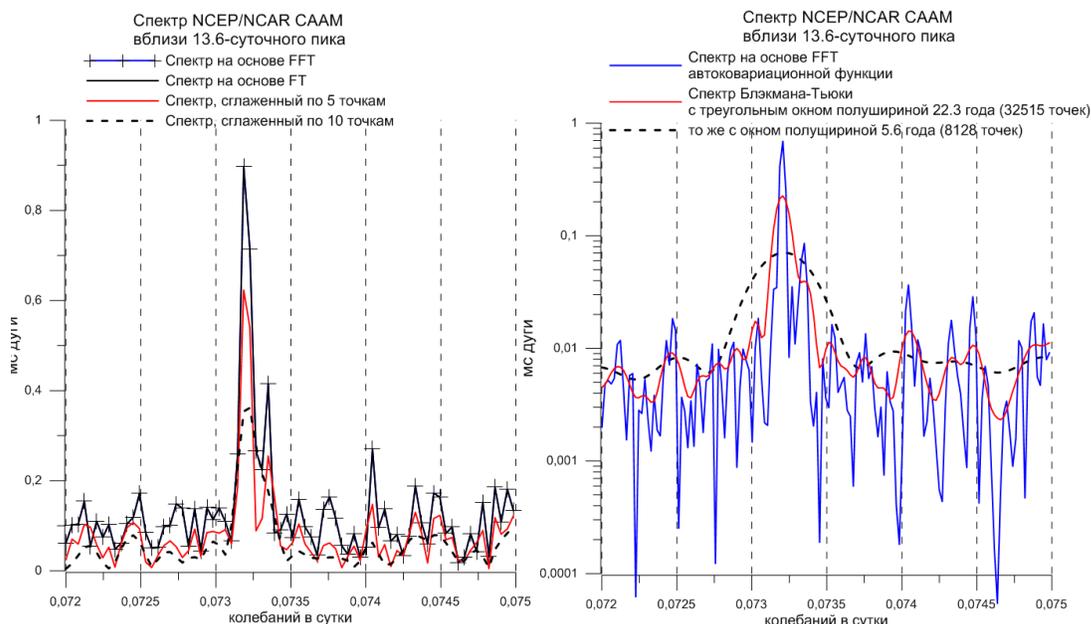


Рис. 7.4: Слева: исходный и сглаженные спектры небесного экваториального момента импульса ветров вблизи периода 13.6 суток. Справа: спектры, полученные на основе Фурье-преобразования автоковариационной функции и методом Блэкмана-Тьюки.

и ожидалось из теории приливов, основной пик сопровождается боковым лепестком с периодом 13.63 суток и аргументом $2F + \bar{\Omega}_L$. Две соседние компоненты в спектре отличаются на частоту обращения восходящего узла Луны $\bar{\Omega}_L = 1/18.6$ циклов в год. Это подтверждает гипотезу о том, что исследуемая гармоника является следствием влияния тессеральной лунной гармоник на небесный ЕААМ, в частности, на компоненту ветра. Представление о том, насколько достоверно выделяются эти два пика вблизи периода 14 суток, даёт рис. 7.4, на котором показаны полученные различными методами спектры исходных рядов ЕААМ в этом диапазоне. Спектр, сглаженный по 5 точкам, спектр автоковариационной функции и спектр, полученный методом Блэкмана-Тьюки с полушириной окна в 30 лет подтверждают расщепление 13.6-суточной гармоник. Пунктирные линии сильно сглаженных спектров дают уровень, при превышении которого спектральная линия может считаться достоверной с вероятностью более 90% [87].

Подбор параметров гармоник с аргументами $\Phi_1 = 2F + 2\bar{\Omega}_L$ (13.66 сут) и $\Phi_2 = 2F + \bar{\Omega}_L$ (13.63 сут) методом наименьших квадратов в рам-

ках модели $\chi' = \sum_{j=1}^2 (m_c^j + im_s^j) e^{i(\phi_j + \pi/2)}$ дал на интервале 1949–2013 гг значения

$$\begin{aligned}\chi_p'^{IB} [\text{мс дуги}] &= (0.05 - i0.02) e^{i(\phi_1 + \pi/2)} + (0.02 - i0.00) e^{i(\phi_2 + \pi/2)}, \\ \chi_p'^{NIB} [\text{мс дуги}] &= (0.17 - i0.06) e^{i(\phi_1 + \pi/2)} + (0.06 - i0.01) e^{i(\phi_2 + \pi/2)}, \\ \chi_w' [\text{мс дуги}] &= (0.73 - i0.04) e^{i(\phi_1 + \pi/2)} + (0.23 - i0.01) e^{i(\phi_2 + \pi/2)}.\end{aligned}$$

Погрешности оценок амплитуд не превышают $0.05 + i0.01$ мс дуги. Дополнительная фильтрация в прямом диапазоне уменьшает погрешность до $1e-5$ мс дуги. Огибающая для модели, построенной для χ_w находится в отличном соответствии с фазой гармоники 18.6-летнего прилива. Компоненты m_s малы по сравнению с m_c , за исключением случая ЕААМ, посчитанного с использованием гипотезы обратного барометра ИВ. За этим исключением, значения коэффициентов указывают на то, что гармоники находятся практически в фазе с аргументом приливной волны $\phi_i + \pi/2$. Это подтверждает пропорциональность компонент давления и ветра на двухнедельном периоде, свидетельствующая об их гравитационной природе. Отношение для данных NIB ЕААМ без учета обратного барометра $\chi_w'/\chi_p'^{NIB} = H_w'/H_p' \sim 4$ на обеих приливных частотах не соответствует теоретическому условию (7.3), дающему $H_w'/H_p' = 13.6 - 1 \approx 13$. С другой стороны, соотношение для ИВ-данных $\chi_w'/\chi_p'^{IB} \approx 14$ намного ближе к ожидаемому отношению ~ 12.6 , как если бы компонента давления ЕААМ вблизи частоты O_1 ограничивалась влиянием над континентами при статическом ИВ-отклике океана. Это выглядит странно, поскольку отклик океана должен сильнее сказываться на процессах с периодами более 10 суток в TRF, а не на почтисуточных периодах.

Внимательное рассмотрение показывает, что приливное равновесное колебание O_1 ответственно как за амплитуду, так и за фазу NIB ЕААМ давления [20]. Если для поверхностного давления верна гидростатическая гипотеза, приливные ветры должны дуть не у поверхности, а в верхней тропосфере. Действительно, в литературе еще не было отчетливых доказательств изменений горизонтальных ветров в нижней тропосфере под действием Луны, поэтому приливные ветры не должны создавать приповерхностного трения. С другой стороны, тессеральная гармоника прилива, воздействуя на балдж, не вызывает топографического момента сил, который был бы связан со сферическими гармониками третьей и более высоких степеней [150]. Поэтому, согласно соотношению (7.3), в исследуемом диапазоне периодов, если циркуляция в атмосфере связана с приливом, должна иметь место пропорциональность между χ_w' и χ_p' .

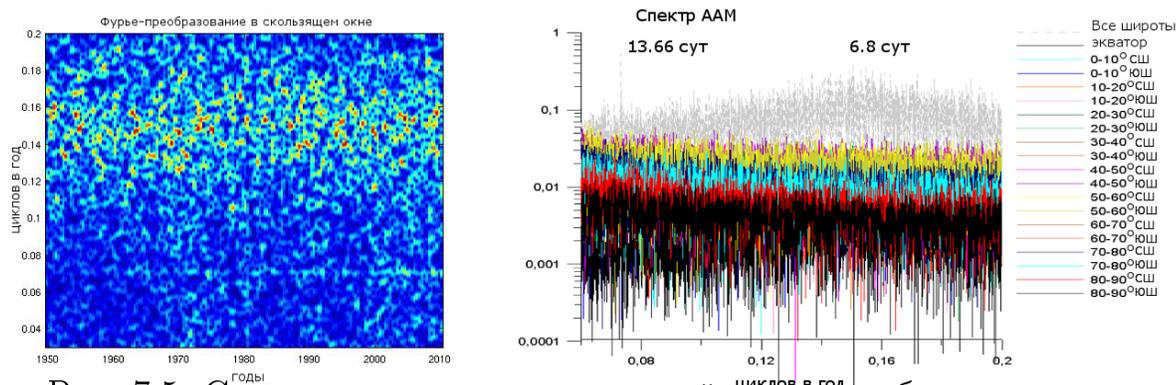


Рис. 7.5: Слева: спектрально-временной анализ небесного экваториального момента импульса ветров с 2005 по 2010 гг. в лунной приливной полосе периодов от 2 до 20 суток. Справа: спектры в 10-градусных широтных поясах по данным с 1948 г.

7.5 Анализ 6-суточного пика в ААМ

На рис. 7.5 слева представлена частотно-временная диаграмма, полученная скользящим Фурье-преобразованием демодулированного ААМ ветра, на которой отчетливо видны широкая недельная и узкая двухнедельная полоса в небесном ЕААМ ветров. Справа показаны результаты спектрального анализа в широтных поясах. В то время как 13- и 7-суточные пики прослеживаются в суммарном ЕААМ и в спектрах ААМ на экваторе и низких широтах, в умеренных и более высоких широтах, где турбулентная изменчивость атмосферы довольно высока, эти пики теряются в шумах превосходящей спектральной мощности.

Спектральный пик в небесном ЕААМ в диапазоне от 5 до 8 суток намного мощнее 13.6-суточного пика, его амплитуда порой достигает до 10 мс дуги в пересчете на движение полюса. Некоторые исследователи [258] связывают недельный сигнал с ретроградными волнами Россби-Гельмгольца – нормальными модами атмосферы Ψ_1^1 , распространяющимися к западу как сферические гармоники $\cos(\phi)e^{i\lambda}$ (ϕ - широта, λ - долгота) в земной системе отсчета. В невращающейся системе CRF эта резонансная мода распространяется с запада на восток со средним периодом ~ 7 суток. С запада на восток, правда с другим периодом, движется и Луна. Возможно, что малые лунные приливы с периодом 7.09 суток и амплитудой, как минимум в 100 раз меньшей амплитуд O_1 , усиливаются этой волной. Так, например, приливы нелинейно усиливаясь в стратосфере, являются причиной аномальных стратосферных потеплений, захватывающих большие районы севера зимой [209]. В отличие от двухне-

дельной гармонике, на квазинедельном периоде ($\sigma'/\Omega \approx 1/7$) отношение $\chi'_w/\chi'_p{}^{NIB} \approx 5.8$ для полной компоненты давления хорошо соответствует соотношению (7.3), принимающему значение $H'_w/H'_p \approx 7 - 1 = 6$.

Другим фактором, делающим пик на недельном периоде размытым в широкой полосе частот, может быть непостоянство времени, требующегося Луне для прохождения от экватора к точке с максимальным по модулю склонением, которое, в зависимости от орбитальных соотношений, меняется от 5 до 9 суток и определяет модуляцию амплитуды зональных, тессеральных и секториальных приливов. Максимумы и минимумы амплитуды зональных приливов, в свою очередь, влияют на длительность суток LOD. В работах [9, 351, 416] развивается гипотеза Н.С. Сидоренкова, согласно которой квази-недельная изменчивость в атмосфере и наличие лунных циклов в аномалиях температуры могут быть вызваны лунными приливами. В частности, резкие смены погоды нередко сопутствуют приливным максимумам и минимумам в длительности суток LOD¹. Проверка этой гипотезы выходит за рамки нашей диссертации. Но по результатам этой главы мы можем заключить, что в ретроградном ЕААМ в земной системе отсчета наблюдаются колебания ветров и давления, связанные с приливным воздействием Луны, что легко проследить, если перейти в неподвижную небесную систему отсчета CRF.

¹Если эта гипотеза когда-нибудь подтвердится, её следовало бы назвать эффектом Н.С. Сидоренкова, его жена Н.С. Шаповалова также внесла вклад, проводя долгосрочные метеонаблюдения.

Глава 8

Океан как фактор климата и его угловой момент

*Покуда в вечной суете
Не надоест Земле вращаться,
Всегда рискуешь оказаться
Не со щитом, так на щите.
Наум Олев*

8.1 На стыке климатологии и геофизики

В данной главе мы представим анализ углового момента океана ОАМ с 1993 по 2010 год по данным модели ЕССО КF080. Будут исследованы экваториальные компоненты массы, влияющие на движение полюса. Мы применим к ним МССА, получим и сгруппируем главные компоненты, представим их в виде карт среднего, годовой, долгопериодической изменчивости, на которых будут отчетливо видны области наибольших изменений.

Однако прежде сделаем небольшой экскурс в проблему климата Земли и осветим роль океана. Ведь океан – один из основных факторов, сдерживающих либо ускоряющих изменения климата. Его изучение, среди прочего, дает ключ к пониманию взаимосвязей между изменениями климата и вращением Земли.

Проблема глобального потепления в последнее время уже перешла из категории научных в категорию социально-экономических и политических. В последние десятилетия наблюдается существенное увеличение уровня Мирового океана, изменение режима стока рек [188], деградация вечной мерзлоты и др. Эти вопросы уже давно поднимаются учеными [110, 329, 330]. Более 300 ученых их разных стран принимало участие в создании Пятого оценочного отчета Международной группы экспертов по изменению климата (МГЭИК) 2014 года [488]. По сравнению с преды-

дущими отчетом 2007 года [487], в нём было проанализировано почти в два раза больше данных. К 2022 году планируется подготовить Шестой доклад МГЭИК.

В последнем отчете [488] говорится о том, что изменения климата негативно отразятся на социальной жизни общества. Наиболее опасными последствиями могут стать нехватка продовольствия и воды, что может спровоцировать военные конфликты, привести к увеличению числа беженцев, усугубить проблемы в экономической и политической жизни общества [465]. Для того, чтобы решить задачу прогноза изменений климата, в значительной мере обусловленных антропогенным воздействием, связанным с выбросами в атмосферу парниковых газов и других загрязняющих веществ, создаются климатические модели. В их основе лежит численное интегрирование уравнений динамики атмосферы и океана [95], модели учитывают (ассимилируют) все имеющиеся наблюдения.

В науке большинство новых интересных задач возникает на стыке нескольких направлений. Изучение вращения Земли базируется на теоретической механике, гидродинамике, астрономии и геофизике. Перераспределение масс, в том числе в океане, меняет тензор инерции Земли. Изменения тензора инерции и относительного углового момента океана, в свою очередь, влияют на вращение Земли. Климатические изменения, затрагивающие процессы в океане и атмосфере, могут косвенно сказываться на вращении Земли.

8.2 Тренды изменений климата

Как сказано выше, изменения климата в нашу эпоху вызывают большой интерес широкой общественности. Агентства в разных странах, такие как Европейский центр краткосрочных прогнозов погоды (ECMWF) с центрами в Англии, Германии, Франции, Лаборатория по изучению систем Земли (ESRL) в Колорадо, Национальный центр по прогнозированию окружающей среды (NCEP) в США, Японское метеорологическое агентство (JMA), Центр Хадли (Hadley) исследования и прогнозирования климата в Великобритании, Государственное объединение научных и прикладных исследований (CSIRO) в Австралии занимаются сбором и анализом данных по глобальным изменениям климата. Данные поступают с метеорологических и климатических станций на суше и морях, с кораблей и спутников и попадают в базы данных.

Таяние горных ледников, сокращение площади арктических льдов, сдвиг сроков наступления весеннего сезона, снижение уровня снежного покрова и повышение уровня моря так или иначе свидетельствуют о

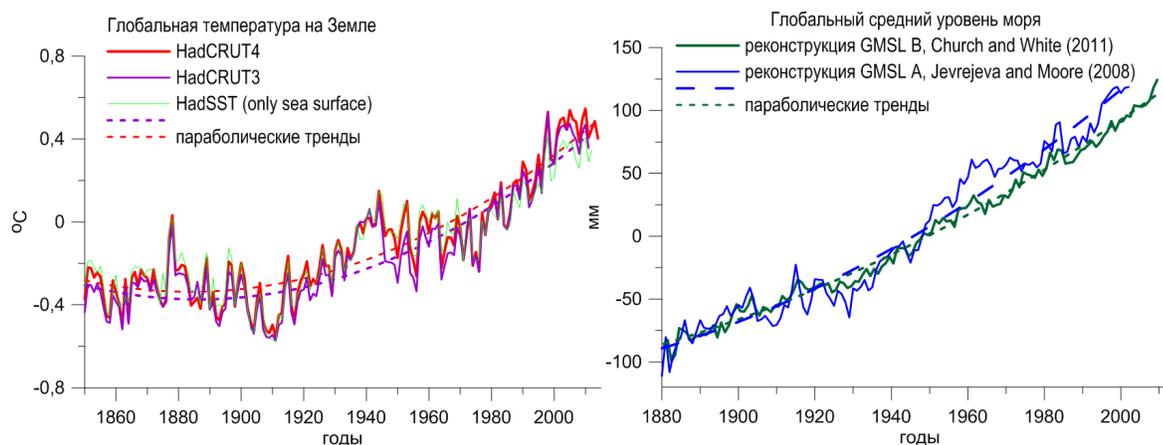


Рис. 8.1: Глобальная средняя температура на Земле (HadCRUT) (слева) и глобальный средний уровень моря (GMSL) (справа) в реконструкциях А [281] и В [330].

повышении температуры на Земле в последние десятилетия.

Тренды глобального потепления, показанны на рис. 8.1. В качестве исходных данных послужил ряд глобальной температуры (T) с 1850 по 2017 г (суша+океан) HadCRUT4, вычисленный в центре Hadley в Великобритании (<http://www.cru.uea.ac.uk/cru/data/temperature/>). Этот ряд является обновленной версией ранее использовавшегося HadCRUT3, и, в основном, определяется температурой над океаном – HadSST. За последние 150 лет глобальная температура возросла на $0.74 \pm 0.18^{\circ}\text{C}$. Несмотря на то, что каждый следующий год не всегда показывает повышение температуры, по сравнению с предыдущим годом, отмечается долгосрочная тенденция к глобальному потеплению. Межгодовые колебания температуры происходят из-за естественных процессов, таких как Эль-Ниньо Южное колебание, Атлантическое многолетнее колебание, извержение больших вулканов и др. [199, 200] Стоит отметить, что с 2005 по 2017 г. наблюдались десять самых теплых лет, из них самые жаркие – 2016, 2015, 2017 гг. По последним данным 2018 г. признан третьим самым теплым в истории.

Глобальное потепление ведет к повышению уровня моря, от которого уже страдают жители некоторых островов и прибрежных территорий. Сведения по уровню моря с приливных и придонных станций поступают в Постоянный центр по среднему уровню моря PSMSL в Великобритании [495]. За последние сто лет по этим данным, скорректированным за вертикальные движения литосферных плит, отмечается увеличение глобального уровня океана со средней скоростью примерно 1.7 мм в год. С 1990х-годов глобальный уровень моря стал увеличиваться ускоренными

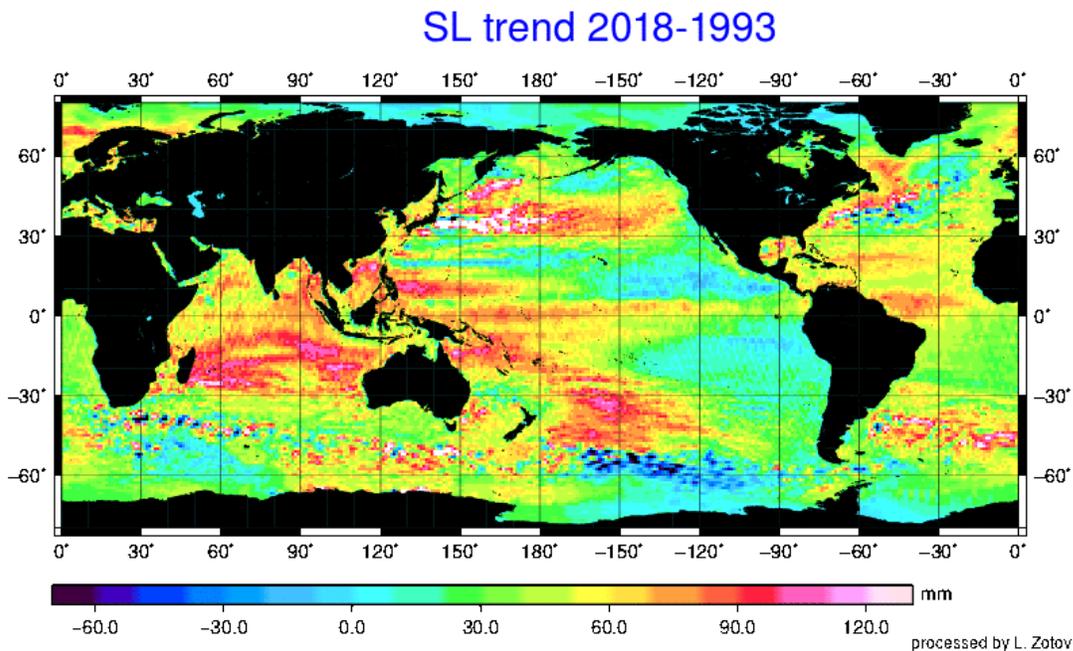


Рис. 8.2: Изменения уровня моря по сводным данным альтиметрии в мм с 1993 по 2018 гг. (МССА, $L=60$ лет, ГК 2).

темпами на $\sim 3,5$ мм в год. На рис. 8.2 рост уровня моря представлен по сводным данным космической альтиметрии с 1993 по 2018 гг. Увеличение теплосодержания океана является одной из основных причин этого роста. С изменением температуры, плотности и солености воды в верхнем (до 1 км) слое океана связана так называемая *стерическая компонента*. Для определения стерических изменений служат 3803 буёв (на март 2018) сети Арго [152], измеряющих характеристики океана в верхнем километровом слое.

В повышение уровня моря вносит вклад также таяние ледников суши в Гренландии, Антарктиде, в горах. Сток влияет на массу океана, придонное давление и детектируется гравиметрическими спутниками GRACE. С этим связана *нестерическая компонента* изменений уровня моря. В последние 10 лет наблюдается существенное сокращение ледников. Однако в областях, где температура ниже точки замерзания воды, и где выпадает большое количество осадков, например, в Восточной Антарктиде, ледники продолжают расти (см. рис. 9.9). Таяние ледников влечет за собой глобальные проблемы, связанные не только с увеличением уровня мирового океана, но и с обеспечением пресной водой населения некоторых районов Азии и Южной Америки.

Изменения глобального среднего уровня моря (SL) на рис. 8.1 по-

казаны на основе реконструкции, сделанной Чёрчем и Уайтом [281] в Австралийском центре CSIRO с месячным шагом с 1880 по 2009 г. (названа нами GMSL A), а также реконструкции Светланы Евреевой и др. [330] на интервале 1880-2002 с шагом 1 год (названа нами GMSL B). Данные более высокого разрешения были сглажены и приведены к годовому шагу.

Прогнозирование изменений на будущее осуществляется МГЭИК на основе глобальных моделей динамики атмосферы и океана. Несмотря на учет большого числа факторов в таких моделях, они плохо воспроизводят так называемые “естественные вариации”, среди которых квази-60-летние и 20-летние колебания температуры (до 0.3°C) и уровня моря (до 30 мм), наблюдающиеся в последние 150 лет. Эти колебания достоверно выделяются [238, 356, 397, 398, 412, 418] из рядов средней глобальной температуры (HadCRUT4), уровня моря (GMSL) [281, 330], приповерхностной температуры океана (HadSST), и показаны на рис. 8.3 после снятия трендов потепления. Причины этих вариаций малопонятны. Так, о 60-летних вариациях говорят как об Атлантическом многолетнем колебании (АМО) или изменчивости (AMV), затрагивающей северную Атлантику и влияющей на климат Северной Америки и Европы [238], рис. 8.4. Квази-20-летние вариации температуры характерны для некоторых районов Индийского и Тихого океанов [412]. Для их объяснения привлекают естественные моды колебаний атмосферы и океана, такие как Эль-Ниньо Южное колебание (ЭНЮК), с квази-периодичностью 2-8 лет, вулканическую деятельность и другие факторы. Вместе с тем, мы обращаем внимание на сходство этих колебаний с вариациями параметров вращения Земли [38, 40, 454].

Нас заинтересовали естественные колебания глобальной температуры и уровня моря и мы изучили их методом МССА. Предварительно были вычтены тренды, представленные в таблице 8.1 и на рис. 8.1, которые моделировались для каждого из рядов полиномом второго порядка методом МНК. Порядок модели тренда (1-й или 2-й) оказывает незначительное влияние на вид остаточных колебаний.

Кросс-корреляционный анализ показывает наличие 60-, 20- и 10-летних колебаний как в ряде температуры, так и уровня моря. Для выделения этих коррелированных компонент мы воспользовались двумерным МССА [157, 159, 308, 436]. Вначале мы применили его совместно к данным по температуре HadCRUT4 и уровню моря GMSL A, считая каждый ряд отдельной компонентой двумерного временного ряда. Затем совместный анализ был выполнен для HadCRUT4 и GMSL B. Параметр L был выбран равным 22 года. В обоих случаях отчетливо разделились

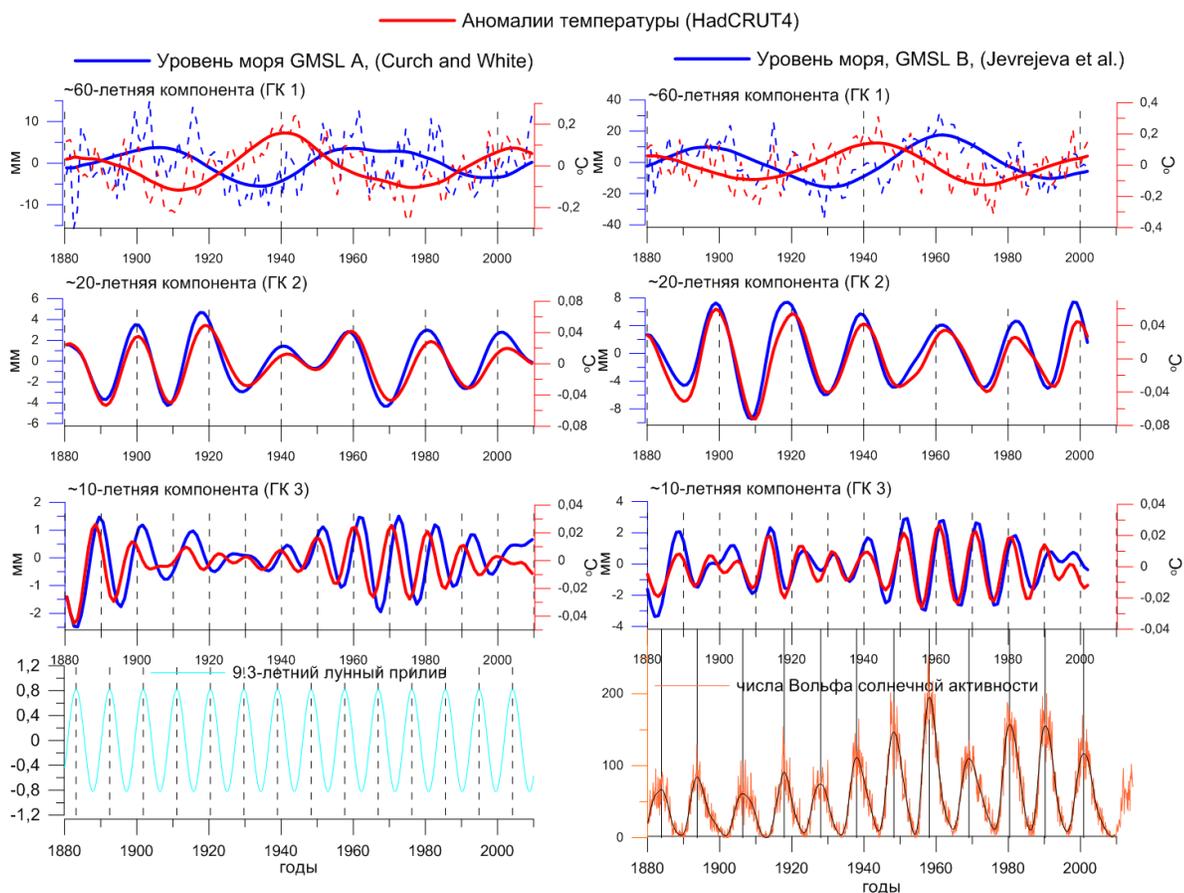


Рис. 8.3: 60-летние ГК 1, 20-летние ГК 2 и 10-летние ГК 3 колебания глобальной температуры на Земле (красным непрерывным) и уровня моря (синим штрихованным), выделенные совместным МССА данных HadCRUT4 и GMSL A (слева) и HadCRUT4 и GMSL B (справа). Внизу для сопоставления показана волна 9.3-летнего лунного прилива (слева) и числа Вольфа солнечной активности (справа).

Таблица 8.1: Параметры параболических трендов (слева) в уровне моря и реконструкциях GMSL A (в центре) и GMSL B (справа), фигурирующие в формуле $a_0(t - t_0)^2 + a_1(t - t_0) + a_2$, где $t_0 = 1880$ год.

| | HadCRUT4 | GMSL A | GMSL B |
|------------------------|--------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| a_0 | $4.9 \pm 0.5 \cdot 10^{-5}$ | $5.0 \pm 0.4 \cdot 10^{-3}$ | $6.6 \pm 1.1 \cdot 10^{-3}$ |
| a_1 | $-4 \pm 5 \cdot 10^{-4}$ | 0.89 ± 0.06 | 0.92 ± 0.13 |
| a_2 | $-0.34 \pm 0.01^\circ\text{C}$ | -154.9 ± 1.6 мм | -89.2 ± 3.5 мм |
| рост с 1900 по 2000 г. | 0.647°C | 157.2 мм | 184.7 мм |

квази- 60-летняя, 20-летняя и 10-летняя компоненты, представленные на рис. 8.3 с 1980 по 2010 гг. Все три колебания присутствуют как в температуре, так и в уровне моря [38, 40]. Реконструкция уровня моря GMSL B демонстрирует бóльшую амплитуду колебаний, чем GMSL A. Амплитуда 10-летнего колебания весьма мала (T 0.03°C , SL 3 мм), можно сказать, что она сопоставима с уровнем шумов. На рис. 8.3 внизу слева для сравнения представлен график 9.3-летнего прилива, связанного с движением перигея Луны, а внизу справа – чисел Вольфа – знаменитого индекса солнечной активности [118]. Ход лунного прилива лучше согласуется с выделенной нами 10-летней ГК 3, нежели индекс Солнечной активности с циклом в 11-лет. Тем не менее, пока мы не делаем никаких предположений о природе ГК 3 и, более того, ввиду малости её амплитуды, далее рассматриваем лишь ГК 1 и ГК 2.

Отметим, что результаты совместного МССА несколько отличаются от результатов применения ССА к каждому ряду по отдельности. Для 20 и 10-летних компонент при раздельном анализе появляются некоторые незначительные расхождения по фазе. Для большей уверенности, средний период, амплитуда и фаза 60 и 20-летних колебаний были независимо определены нелинейным методом наименьших квадратов (НМНК), применявшимся по отдельности к каждому временному ряду. Результаты представлены в таблице 8.2. По сходимости пяти выполненных итераций формальные погрешности определения периодов составляют 0.1 года.

Таблица 8.2: Параметры квази- 60- и 20-летних колебаний в глобальной температуре на Земле HadCRUT4 (слева) и уровне моря в реконструкциях GMSL A (в центре) и GMSL B (справа), оцененные НМНК.

| | HadCRUT4, °C | | GMSL A, мм | | GMSL B, мм | |
|-----------------|----------------|-----------------|---------------|---------------|----------------|---------------|
| период, лет | 65.0 | 21.3 | 55.4 | 20.6 | 60.7 | 21.1 |
| амплитуда | 0.1 ± 0.02 | 0.04 ± 0.02 | 4.1 ± 0.6 | 2.1 ± 0.7 | 12.4 ± 1.2 | 5.0 ± 1.5 |
| фаза на 1880 г. | -16° | -55° | 170° | -43° | 117° | -67° |

8.3 Динамика океана и атмосферы, определяющая многолетние циклы

Из рисунка 8.3 хорошо видно, что выделенные МССА 60- и 20-летние колебания прослеживаются как в данных по температуре, так и по изменению уровня моря. При этом 60-летняя компонента уровня моря (ГК 1) запаздывает относительно температуры примерно на 20-30 лет. В работе [398] предложена связь между аномалиями уровня моря и глобальной температуры в виде дифференциального уравнения

$$\frac{dSL(t)}{dt} = a(T(t) - T_0). \quad (8.1)$$

Здесь $SL(t)$ – аномалия уровня моря, $T(t)$ – ход глобальной температуры на Земле относительно некоторого начального значения T_0 , a – коэффициент пропорциональности. Уравнение (8.1) соответствует фильтру нижних частот с постоянной фазовой задержкой на $\pi/2$. Поскольку океан имеет теплоемкость на три порядка бóльшую, чем атмосфера, он должен откликаться с задержкой на изменения температуры воздуха. Однако отклик на 20-летнюю компоненту температуры (рис. 8.3) при этом должен быть сильно подавлен и сдвинут по фазе, чего не наблюдается (ГК 2 для температуры и уровня моря практически синфазны). Уравнение (8.1), вероятно, слишком простое. Его можно усложнить, введя обратную связь как в уравнении Эйлера-Лиувилля (12.26).

Заметим, что стоящее в левой части уравнения Эйлера-Лиувилля (12.26) геодезическое возбуждение получается дифференцированием

движения полюса. Поэтому ~ 80 -летние вариации в огибающей чандлеровского колебания на рис. 3.5 сдвинуты относительно вариаций в его возбуждении. Точно так же, 60-летняя ГК 1 в уровне моря сдвинута относительно ГК 1 температуры на рис. 8.3. Если предположить, что уравнение (8.1) верно, то аномалии SL являются производной аномалий T. Дифференцирование аномалий уровня моря и амплитуды ЧДП, если они схожи, ведет к сходству между амплитудой чандлеровского возбуждения и температурой, что и наблюдается, рис.ChW.

На продолжительных интервалах времени аномалия уровня моря может оказаться не производной приповерхностной температуры, как в (8.1), а наоборот, отражая нагрев верхнего слоя океана, от которого тепло поступает в атмосферу, стать причиной изменений приповерхностной температуры. При этом переменные в дифференциальном уравнении типа (8.1) поменяются местами. Так океан, откликаясь на атмосферные процессы на непродолжительных интервалах времени, может управлять климатом на десятилетних и вековых интервалах.

Вопросу взаимосвязи многолетних колебаний температуры АМО и уровня моря НАО посвящены исследования Жерара МакКарти, в [369] показано, что уровень Атлантики поднимается во время спада АМО. В ответ океан, меняя циркуляцию, интегрирует эффект НАО. Мы проинтегрировали индекс НАО и изобразили результат на рис. 8.4 справа внизу. Он хорошо согласуется с индексом АМО, слева вверху, который, в свою очередь, соответствует 60-летним изменениям температуры (ГК 1), рис. 8.3. По всей видимости, атмосфера контролирует быстрые климатические осцилляции, а океан, обладая большой инерцией, – долгопериодические.

Такого рода гипотезы выдвинуты также в работах Сергея Гулева и Сесиль Пенланд [321, 392], предложившей стохастическое дифференциальное уравнение, связывающее АМО и НАО

$$x(t + \tau) = \exp\{L(\tau)\}x(t) + \int_0^\tau \exp\{L(\tau - s)\}N(\tau + s)ds,$$

где $x(t)$ соответствует АМО, $N(t)$ – колебанию НАО, а ядро интегрирования $L(t)$ зависит от индекса южного колебания SOI [392]. Если причиной паузы в глобальном потеплении “Hiatus” считать положительную фазу АМО, то последовательные отрицательные фазы НАО-, согласно такой гипотезе, будут проинтегрированы, и приведут к его спаду, т.е. к некоторому похолоданию в ближайшем будущем, как и предсказывает простая модель [355]. Заметим, что на фоне общих положительных аномалий температуры в 2018 г, в Северной Атлантике выделилась зона

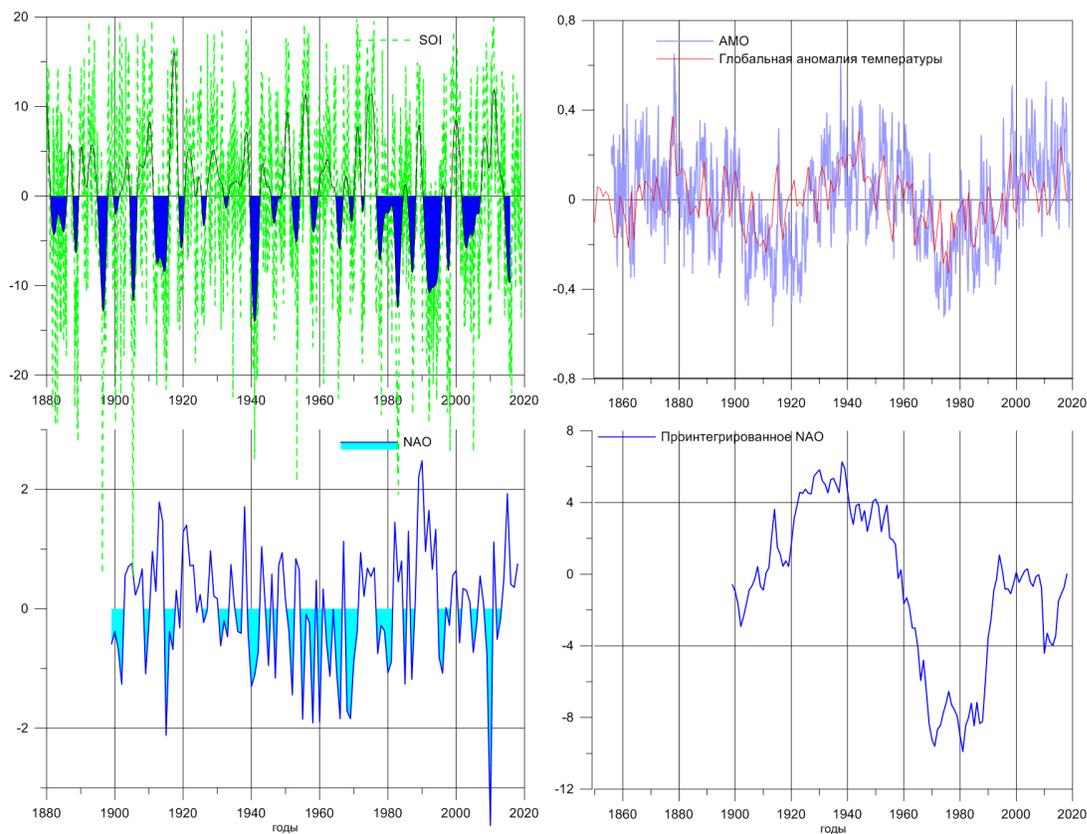


Рис. 8.4: Изменения индексов Южного колебания El Niño (SOI) вверху слева, Многолетнего атлантического колебания АМО, вверху справа, Северо-Атлантического колебания NAO внизу слева и его проинтегрированной версии внизу справа.

отрицательной аномалии.

8.4 Течения в Мировом океане и климат

Среди основных причин потепления МГЭИК приводит увеличение на 30% за последние 100 лет концентрации углекислого газа. Концентрации CO_2 выросли на 1.9% в год в последнее десятилетие. Обработанные нами анимированные карты тропосферного CO_2 по данным AIRS можно посмотреть по ссылке [463]. Отмечается повышение концентрации и других парниковых газов, таких как метан, закись азота и незначительное – водных паров.

Весьма существенно сказываются на климате океанические течения – крупномасштабные передвижения водных масс в океанах по определенным направлениям. Их формирование зависит от ветра, распределения солености, неравномерного нагрева слоев воды, контура берегов, динамической топография и др. Для Мирового океана характерна сложная система течений, которая формируется под действием вращения Земли, общей циркуляции атмосферы, распределения температуры и плотности воды. С классификацией типов течений можно познакомиться в [141].

В океанах перенос теплых и холодных водных масс происходит в замкнутом цикле течений, называемых *океаническим конвейером*. Теплые течения из экваториальных широт Земного шара переносят водные массы в более холодные области Земли, повышая там температуру. Холодные течения, перенося воды в теплые широты, понижают там температуру. В Атлантическом океане известен конвейер Атлантической меридиональной циркуляции АМОС, оказывающий существенное влияние на климат Европы, связанный с течением Гольфстрим и термохалинной циркуляцией. Современные гравиметрические миссии, такие как GRACE и GOCE позволяют детектировать течения по аномалиям плотности воды.

Таяние льдов Гренландии и приток холодных пресных вод в Атлантику может повлиять на глобальный конвейер, и, заставляя воды погружаться на дно раньше времени, даже застопорить его. Это может привести к *термохалинной катастрофе*, – резкому похолоданию климата Европы и оледенению в Арктике [129]. Пока этого не случилось, но изменения в придонном давлении и климате Атлантики уже наблюдаются. На несколько километров к северу переместился Гольфстрим, замечены перемещения течений в направлении полюсов во всех океанах [447]. С Северной Атлантикой также связаны Северо-Атлантическое колебание (NAO), и Атлантическое многолетнее колебание (АМО), рис. 8.4,

ход которых зависит от состояния океана, его температуры и циркуляции, вплоть до больших глубин, а также сказывается на ходе глобальной температуры на планете. Изменения атмосферных ветров и давлений в этом регионе вносит существенный вклад в возбуждение движения полюса, рис. 3.6.

Время переноса вод из Тихого океана, через Индийский, в Атлантический и обратно глобальным конвейером составляет порядка 1000 лет. Воды в Атлантике систематически солёнее и старше, чем в Тихом океане. Перенос вод в океане зависит от силы пассатных ветров, динамической топографии (уровень Атлантики ниже, чем Тихого океана), контуров берегов и вращения Земли.

Вопрос о том, как перенос в океаническом конвейере сказывается на климатических процессах на долговременных интервалах исследуется по данным Программы бурения дна океана ODP. На рис. 8.5 слева представлены графики концентрации изотопа кислорода δO^{18} , реконструированные Р. Харануром в Институте полярных исследований Университета штата Огайо им. Бёрда по пробам фораманифер в двух скважинах в Атлантическом и Тихом океанах. Мы провели их анализ [453]. Несмотря на то, что привязка данных и их точность оказалась недостаточной, чтобы детектировать задержку между потеплениями в этих двух океанах и выяснить, какой же из них нагревался быстрее, спектры, представленные на рис. 8.5 справа, однозначно говорят о том, что основные колебания имеют периоды, близкие к 100, 40 и 25 тыс. лет. В теории Миланковича их объясняют циклами изменения эксцентриситета и наклона Земли орбиты, а также прецессией оси вращения Земли [245].

С течениями в океане также связаны атмосферно-океанические колебания климата. Уже упоминавшееся Североатлантическое колебание NAO, индекс которого, рис. 8.4, определяется по разности давлений на Азорских островах (минимум давления) и в Исландии (максимум давления), влияет на перенос атмосферных масс над Европой. Большая разница в давлении на двух станциях (высокий годовой индекс, обозначенный NAO+) приводит к усилению западных ветров, при котором наблюдается прохладное лето и мягкие и влажные зимы в Центральной и Западной Европе. Если фаза NAO отрицательна (NAO-), западные ветры становятся слабее, тем самым в регионы Северной Европы приходят холодные сухие зимы. При отрицательной фазе NAO- наблюдается усиление штормов в Средиземном и Черном морях и рост осадков в Южной Европе и Северной Африке. Зимой 2015-2016 гг. индекс NAO находился в положительной фазе, летом 2016 перешел в отрицательную. В 2018 г. он был положительным. Впрочем, по сведениям А.В. Бялко [183], в это время

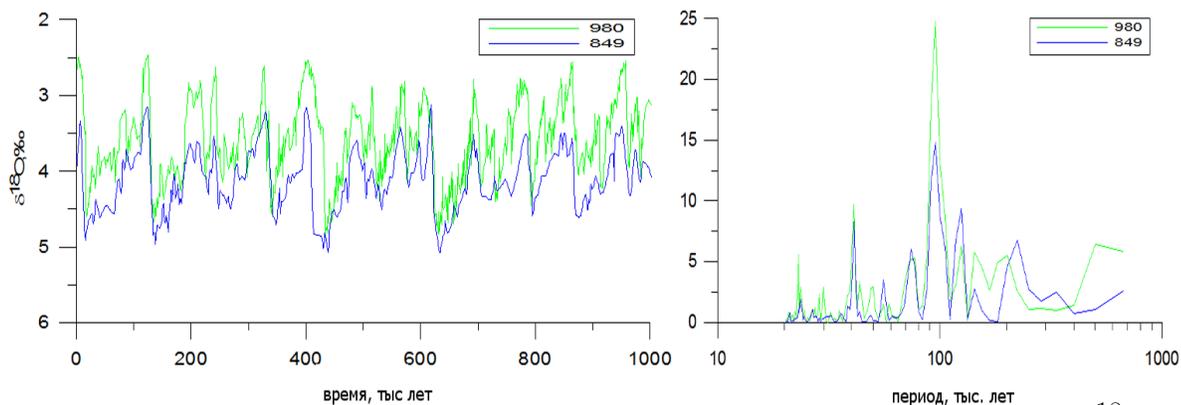


Рис. 8.5: Слева: изменения концентрации изотопа кислорода δO^{18} в скважинах 980 (Атлантический океан $55^{\circ}29'$ с.ш., $14^{\circ}42'$ з.д.) и 849 (экваториальный Тихий океан $0^{\circ}11'$ с.ш., $110^{\circ}31'$ з.д.) программы ODP. Кривая показывает циклы оледенений и потеплений за последний миллион лет (ход времени вправо). Справа: периодограмма, на которой видно, что основными периодами являются 95, 41 и 24 тыс лет. Данные Rashid Najmug.

в районе Азорского максимума давления установился циклон, приведший к выпадению снега в Сахаре, затоплению некоторых стран Европы и долгой затяжной зиме на Европейской части России.

В экваториальном Тихом океане расположена зона наиболее выраженной глобальной климатической моды – Эль-Ниньо Южного Колебания (ЭНЮК), затрагивающего как океанические, так и атмосферные процессы. В обычной ситуации пассаты гонят теплые воды на запад, но во время Эль-Ниньо наблюдается ослабление пассатов, и бассейн теплых вод смещается на восток, одновременно углубляя термоклин на юго-востоке. При этом температура поверхности океана в экваториальной зоне повышается на 0.5°C и более. Это явление оказывает сильнейшее воздействие на страны Латинской Америки. Например, в Перу наблюдается существенное увеличение (до 10 раз) осадков, что приводит к наводнениям и вспышкам малярии. В Эквадоре и Колумбии бывают засухи. В Бразилии отмечается снижение урожая кофе. Эль-Ниньо также сказывается на азиатском муссоне [438]. В Китае и Индии выпадают сильные дожди. В Индонезии они приводят к вспышкам лихорадки Денге. В Австралии и Новой Гвинее, наоборот, из-за нехватки воды гибнет урожай. Все это наносит существенный ущерб Мировой экономике. Зимой 2015-2016 года наблюдалось одно из самых сильных событий Эль-Ниньо за последние 20 лет. Оно привело также к существенному замедлению ско-

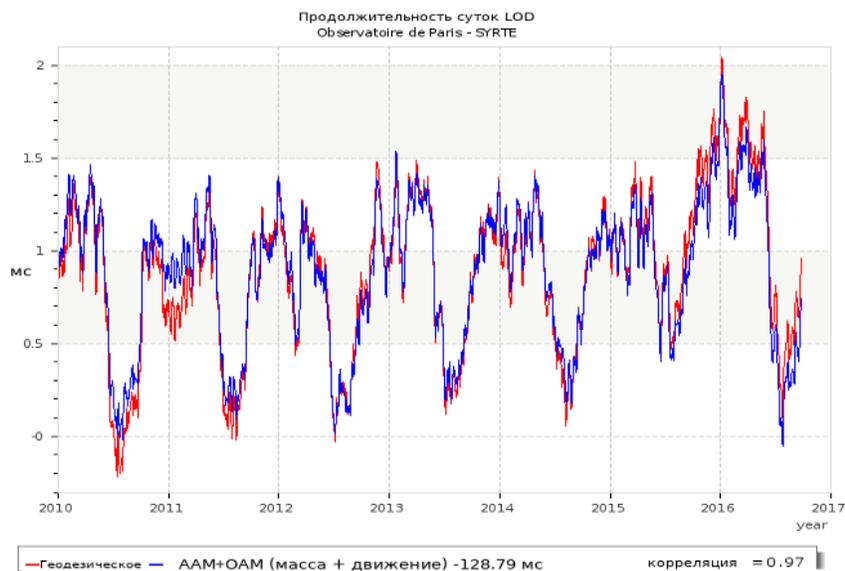


Рис. 8.6: Изменения длительности суток LOD с 2010 по 2017 гг. в сравнении с геодезическим возбуждением по данным ЕОР РС. Видно влияние Эль-Ниньо 2016 г.

рости вращения Земли, рис. 8.6. Современные модели циркуляции океана и атмосферы все еще с трудом позволяют прогнозировать такие явления.

На картах в предыдущей главе было показано, что ЭНЮК – это глобальная мода атмосферной и океанической циркуляции, распространяющаяся по всей Земле и, как считают некоторые исследователи, даже сказывающаяся на климате российской Арктики [181]. Известны также такие моды изменчивости климатической системы, как Тихоокеанское декадное колебание PDO [210], Арктическое колебание АО и др., затрагивающие как атмосферу, так и океан.

8.5 Угловой момент океана ОАМ

Перейдем к анализу углового момента океана ОАМ (Ocean Angular Momentum) на широтно-долготной сетке. На протяжении долгого времени расчеты ОАМ осложнялись отсутствием полноценных глобальных моделей океана. Лишь значительные достижения в моделировании океана позволили получить оценки ОАМ на сетке с 1993 года, интегральный ОАМ – с 1949 г. [482], и сопоставить их с вращением Земли.

Мы использовали данные американской модели оценки циркуляции и климата океана ECCO (Estimating the Circulation and Climate of the Ocean). Версия данных ECCO KF080 получена на основе применения

фильтра Калмана и имеет меньшую погрешность, чем предыдущая версия, в том числе благодаря улучшенной модели долгосрочного прилива. Модель ассимилирует все имеющиеся измерения скорости течений, уровня моря, температуры, солености, давления и др., полученные со спутников, а также с буйков, маяков, приливных станций, кораблей в океане и др. Интегрирование гидродинамических уравнений по слоям глубин, широтам и долготам, позволяет получить полный набор параметров океана.

Мы используем данные такого реанализа (моделирования с ассимиляцией наблюдений) с 1993 по 2010 гг. Скорости течений и давление на разных глубинах по представленным ниже формулам были переведены в значения ОАМ на сетке нашим коллегой Юнхонгом Джоу (Y.H. Zhou) из Шанхайской обсерватории. Исходные данные на сетке, шаг которой меняется от $1/3$ градуса на экваторе до 1 градуса на высоких широтах, имеют 6-часовой временной шаг. Мы привели их к шагу 10 суток, и сетке 2×2 градуса, в связи с тем, что суточные и недельные колебания выходят за рамки наших интересов в этой главе, а мощности использованного нами персонального компьютера недостаточны для работы с данными полного разрешения. При работе с ААМ в главах 3, 6, 7 мы уже описали процедуру по которой делался ресемплинг и не будем на ней останавливаться. Рассмотрим подробнее формулы для углового момента.

Интегральный вектор углового момента океана ОАМ зависит от времени и, как и ААМ, складывается из компонент массы и движения

$$\mathbf{H}(t) = \mathbf{H}^{mass}(t) + \mathbf{H}^{motion}(t) = \int \rho(r, t) \mathbf{r} \times [\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r} + \mathbf{v}(r, t)] dV. \quad (8.2)$$

Интегрирование ведется по всему объему океана $V_0(t)$, вектор r задает положение элементарного элемента объема с плотностью $\rho(r, t)$, который движется с относительной скоростью $\mathbf{v}(r, t)$ в геоцентрической системе координат [153, 458, 459].

Массовая компонента $\mathbf{H}^{mass}(t)$ связана с перераспределением водных масс океана и влияет на тензор инерции Земли, вызывает изменения придонного давления, что деформирует Землю. Компонента движения $\mathbf{H}^{motion}(t)$ связана с течениями и относительным моментом импульса, на котором отражается изменение потока вод в океанских течениях.

Ясно, что как вектор ААМ так и ОАМ задается тремя компонентами: осевой (или аксиальной) составляющей вдоль оси вращения Земли z , изменения которой влияют на скорость вращения Земли и продолжительность суток (LOD), и двумя экваториальными компонентами x и y ,

которые влияют на движение полюса Земли.

Вектор массовой компоненты ОАМ (8.2) в таких декартовых координатах x, y, z представляется в виде

$$\mathbf{H}_x^{mass}(t) = -\Omega \frac{r^4}{g} \int \rho(r, t) \sin \phi \cos^2 \phi \cos \lambda dV,$$

$$\mathbf{H}_y^{mass}(t) = -\Omega \frac{r^4}{g} \int \rho(r, t) \sin \phi \cos^2 \phi \sin \lambda dV,$$

$$\mathbf{H}_z^{mass}(t) = \Omega \frac{r^4}{g} \int \rho(r, t) \cos^3 \phi dV,$$

где ϕ — широта, λ — долгота Ω — средняя угловая скорость вращения Земли.

Компонента движения (8.2) в декартовых координатах записывается в виде:

$$\mathbf{H}_x^{motion}(t) = \frac{r^3}{g} \int \rho(r, t) [-\sin \lambda v(r, t) - \sin \phi \cos \phi \cos \lambda u(r, t)] dV,$$

$$\mathbf{H}_y^{motion}(t) = \frac{r^3}{g} \int \rho(r, t) [\cos \lambda v(r, t) - \sin \phi \cos \phi \sin \lambda u(r, t)] dV,$$

$$\mathbf{H}_z^{motion}(t) = \frac{r^3}{g} \int \rho(r, t) \cos^2 \phi u(r, t) dV,$$

где $u(r, t)$ — зональная компонента скорости (вдоль параллели), $v(r, t)$ — меридиональная. Записанные выше величины нормализуют, переводя в эффективные угловые моменты χ , пренебрегая членами второго порядка малости. К примеру, для получения как ЕААМ, так и ЕОАМ, их домножают на коэффициенты, связанные с реологией и полюсным приливом, см. (12.27), (3.7), (3.8), [458]

$$\chi_{x,y}^{motion} = \frac{1.5913}{\Omega(C-A)} \mathbf{H}_{x,y}^{motion}, \quad \chi_z^{motion} = \frac{0.998}{\Omega C} \mathbf{H}_z^{motion},$$

$$\chi_{x,y}^{mass} = \frac{1.098}{\Omega(C-A)} \mathbf{H}_{x,y}^{mass}, \quad \chi_z^{mass} = \frac{0.753}{\Omega C} \mathbf{H}_z^{mass}.$$

В данной главе мы ограничимся рассмотрением только массовых меридиональных компонент $\chi_{x,y}^{mass}$ углового момента океана с 1993 по 2010 гг. на сетке широт и долгот. Меридиональные компоненты движения $\chi_{x,y}^{motion}$ также были вычислены для нас в Шанхайской обсерватории с

шагом 10 суток, но были утрачены из-за перегрева жесткого диска. Их анализ не выполнялся.

Угловой момент как океана, так и атмосферы, измеряется в $\text{кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}$. Поскольку нас интересует влияние изменений ОАМ на движение полюса, мы пересчитываем соответствующие $\chi_{x,y}$ в угловую меру его смещения. Значения интегрального по всей Земле эффективного углового момента будут даны в мс дуги, а значения на сетке широт и долгот – в мс дуги с квадратного градуса.

8.6 МССА-анализ экваториальной компоненты массы ОАМ

Мы выполнили МССА-анализ данных углового момента океана, по методике, ранее представленной в главе 6. Нами разработан комплекс программ в среде MATLAB и на языке Python, которые мы планируем разместить, вместе с другими использованными в диссертации программами, в интернете на сайте автора [461]. Как уже говорилось, для упрощения вычислений, исходные данные были переведены к шагу в 10 суток и просуммированы в ячейках $2^0 \times 2^0$. Отметим, что мы анализировали не x и y компоненты углового момента на сетке по отдельности, а работали с модулем комплексного числа $|\chi_x + i\chi_y|$, изучая его изменения относительно среднего $\Delta|\chi_x + i\chi_y| = |\chi_x + i\chi_y| - \langle |\chi_x + i\chi_y| \rangle$.

На рис. 8.7 приведена карта средних значений модуля исходных данных $|\chi_x^{mass} + i\chi_y^{mass}|$ за период с 1993 по 2010 год. Видно, что за этот период, в среднем, наибольший вклад в изменения движения полюса поступает из районов океана, расположенных на широтах $30^\circ - 60^\circ$ в северном и южном Тихом океане, в прибрежных районах у восточных границ континентов, в Средиземном, Северном, Охотском, Восточно-Китайском морях. Заметим, что поскольку на картах представлен модуль $|\chi_x^{mass} + i\chi_y^{mass}|$ комплексной величины экваториального ОАМ давления (массы), на них проявляются лишь районы наибольшего воздействия на движение полюса, фазовая информация о направлении воздействия при этом теряется.

На рис. 8.8 показаны эффективные функции углового момента океана, вычисленные путем интегрирования по всему земному шару (черная линия). Они сопоставлены с интегральными возбуждающими функциями с сайта Бюро геофизических флюидов МСВЗ [482] по модели ЕССО KF080 (зеленая линия) χ_x^{mass} (ОАМ ЕССО x) – слева и χ_y^{mass} (ОАМ ЕССО y) – справа, с шагом 6 часов. Среднее во всех данных удалено. Как видно из графика, проинтегрированные данные ОАМ вполне соот-

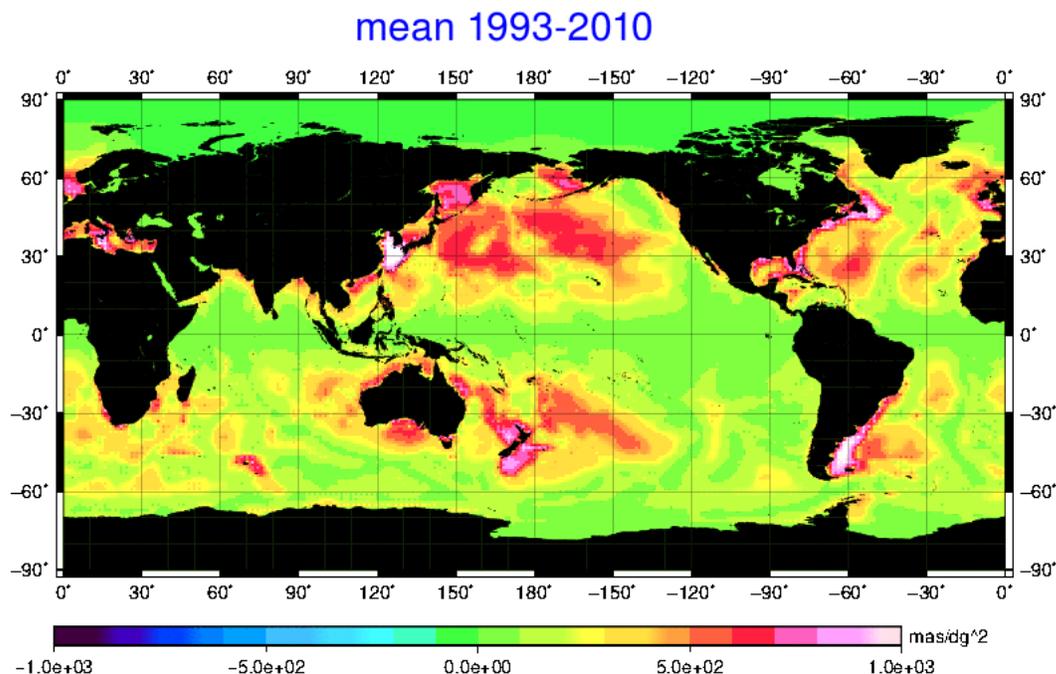


Рис. 8.7: Карта средних значений исходных данных $\langle |\chi_x^{mass} + i\chi_y^{mass}| \rangle$ ОАМ ЕССО с 1993 по 2010 год.

ветствуют данным МСВЗ, с той лишь разницей, что полученная нами функция ОАМ имеет шаг 10 суток (сглажена) и не содержит высокочастотных вариаций. На 1 год, в среднем, приходится 37 отсчетов данных.

МССА применялся к данным по $\Delta|\chi_x + i\chi_y|$ на сетке. Параметр L – “длина гусеницы” или лаг был выбран равным $L=222$ (6 лет по 37 отсчетов). Математические основы МССА уже были представлены в главах 6, 9. Этот метод позволяет отфильтровать исходные данные и выделить главные компоненты их изменчивости. Мы проанализировали 10 первых сингулярных чисел и сгруппировали из них 6 главных компонент в соответствии с таблицей 8.3. Для них получены анимированные карты [463].

На рис. 8.9 изображены графики проинтегрированных по всему океану (эффективных) ГК. Исходные данные (зеленая кривая слева) аппроксимируются суммой ГК 1-6 (1-10 СЧ) (синяя кривая слева). Хорошо разделились тренд, годовая, полугодовая, 1.5-летняя, 8-летняя компоненты (справа). Можно констатировать, что МССА является отличным методом фильтрации данных от шумов.

На рис. 8.10 представлены четыре карты изменений ОАМ массы в годовом цикле (ГК 1) на протяжении 1998 года. Видно, что наибольшие аномалии характерны для зимы и лета. Имеются ввиду сезоны север-

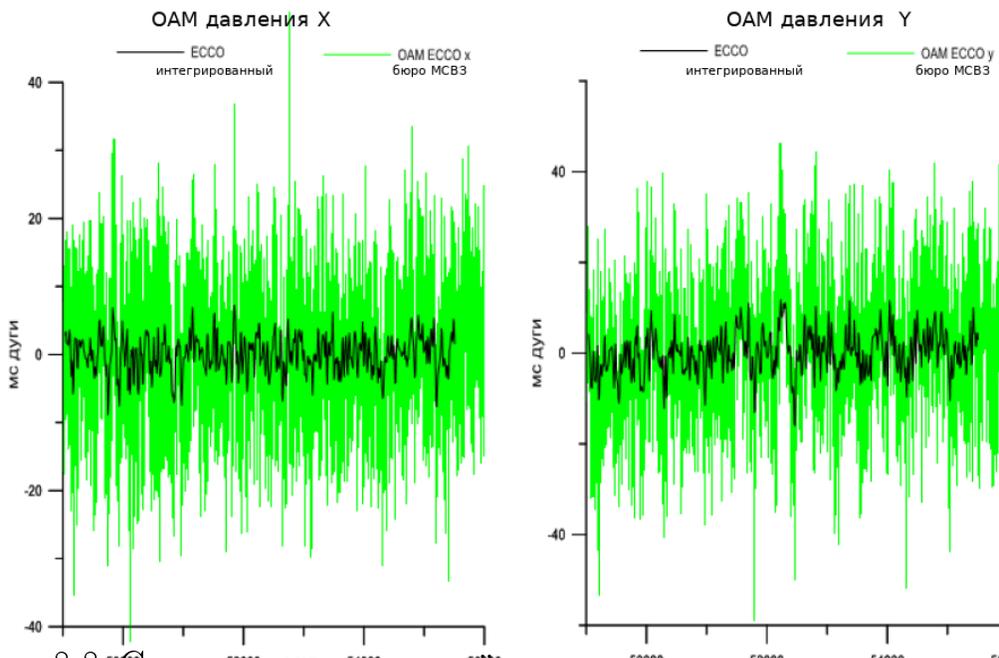


Рис. 8.8: Сравнение полученной нами интегрированной по всем широтам и долготам функции EOAM EССО с шагом 10 суток (черная линия) и взятой с сайта IERS EOAM EССО с 6-часовым шагом (зеленая линия). Среднее вычтено.

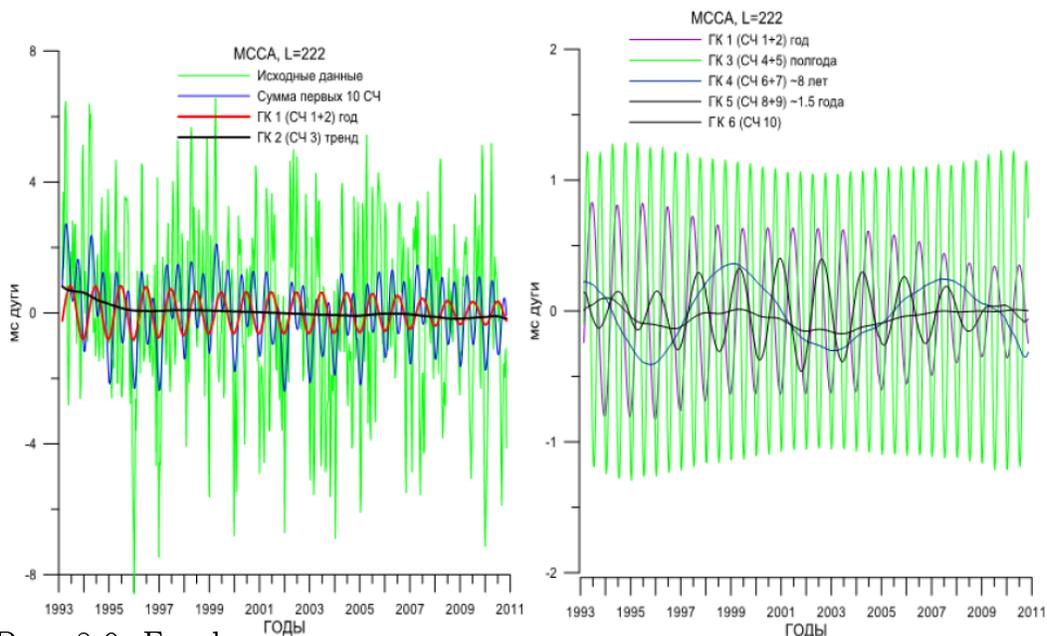


Рис. 8.9: Графики проинтегрированных по всему океану главных компонент ОАМ массы с шагом 10 суток.

Таблица 8.3: Таблица группировки сингулярных чисел ОАМ массы.

| сингулярное число | главная компонента | основной период |
|-------------------|--------------------|-----------------|
| СЧ 1 | ГК 1 | 1 год |
| СЧ 2 | ГК 1 | 1 год |
| СЧ 3 | ГК 2 | тренд |
| СЧ 4 | ГК 3 | полгода |
| СЧ 5 | ГК 3 | полгода |
| СЧ 6 | ГК 4 | ~ 8 лет |
| СЧ 7 | ГК 4 | ~ 8 лет |
| СЧ 8 | ГК 5 | ~ 1.5 года |
| СЧ 9 | ГК 5 | ~ 1.5 года |
| СЧ 10 | ГК 6 | ~ 7 лет |

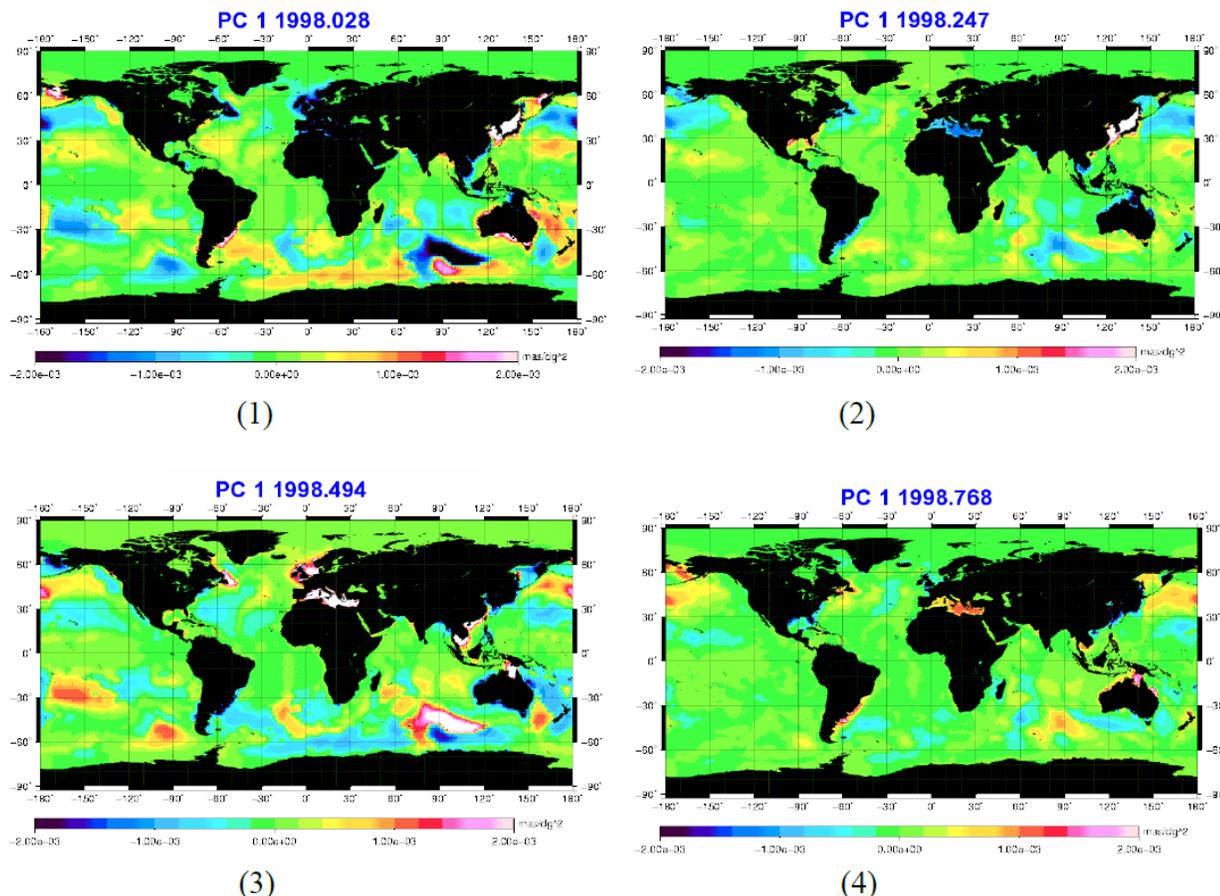


Рис. 8.10: Изменения ОАМ в 1998 г по сезонам для годовой ГК 1: (1) зима, (2) весна, (3) лето, (4) осень.

ного полушария. Зимой большой вклад поступает из региона холодного Течения западных ветров, а также теплого Восточно-Австралийского течения. Летом наибольшие аномалии проявляются в районах Южно-Индийского, Перуанского и Северного Пассатного течений. Среднеквадратическое отклонение, характеризующее изменчивость годовой компоненты (ГК 1) показано на рис. 8.11. Амплитуды сезонных изменений придонного давления велики в южной части Индийского океана, в районах внутренних морей, Берингова моря, у восточных берегов Северной Америки, Австралии.

Анализируя карту среднеквадратического отклонения суммы первых 6 ГК (10 СЧ), приведенную на рис. 8.12, мы пришли к выводу, что изменения придонного давления, вносящие наибольший вклад в ОАМ, поступают из районов Тихого океана, Австралии, и Северной Америки. В эти

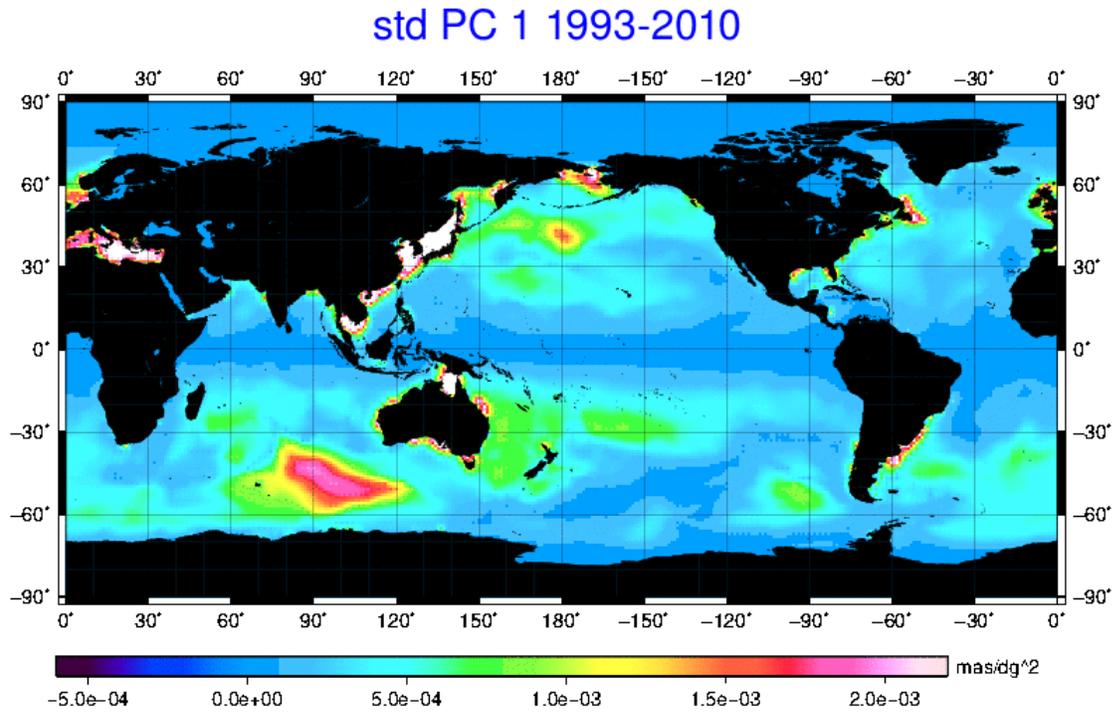


Рис. 8.11: Среднеквадратическое отклонение годовой компоненты ГК 1 изменчивости ОАМ массы (придонного давления) в период 1993 по 2010 год.

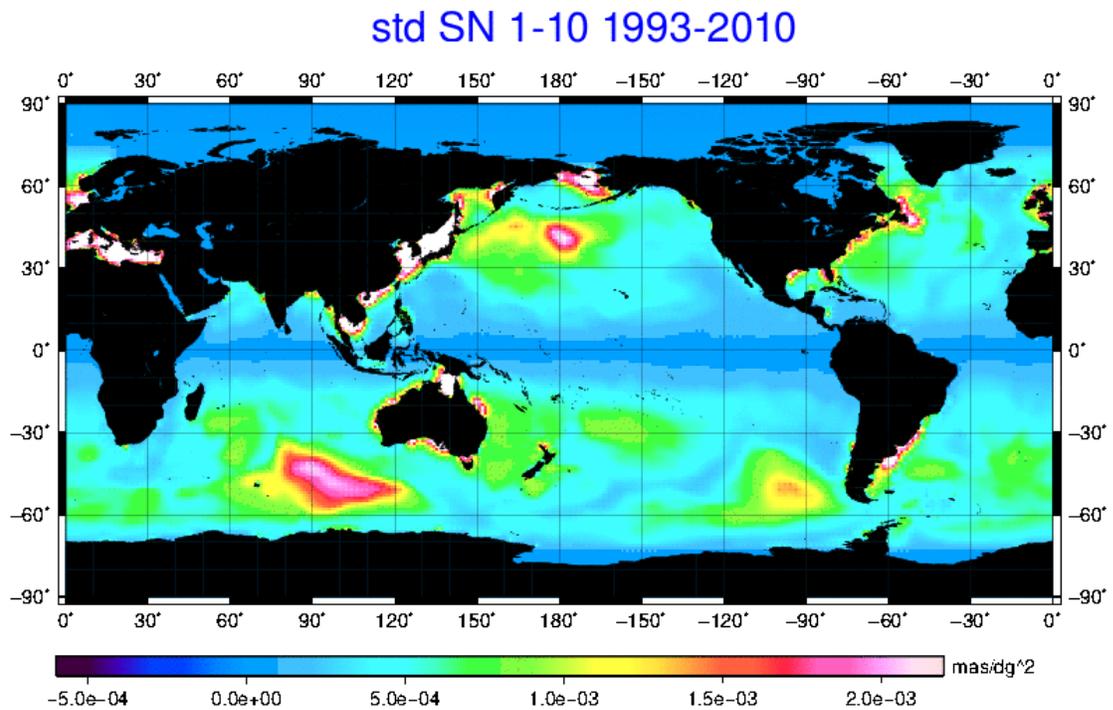


Рис. 8.12: Среднеквадратическое отклонение суммы первых 10 ГК (полная изменчивость) ОАМ массы (придонного давления) в период с 1993 по 2010 год.

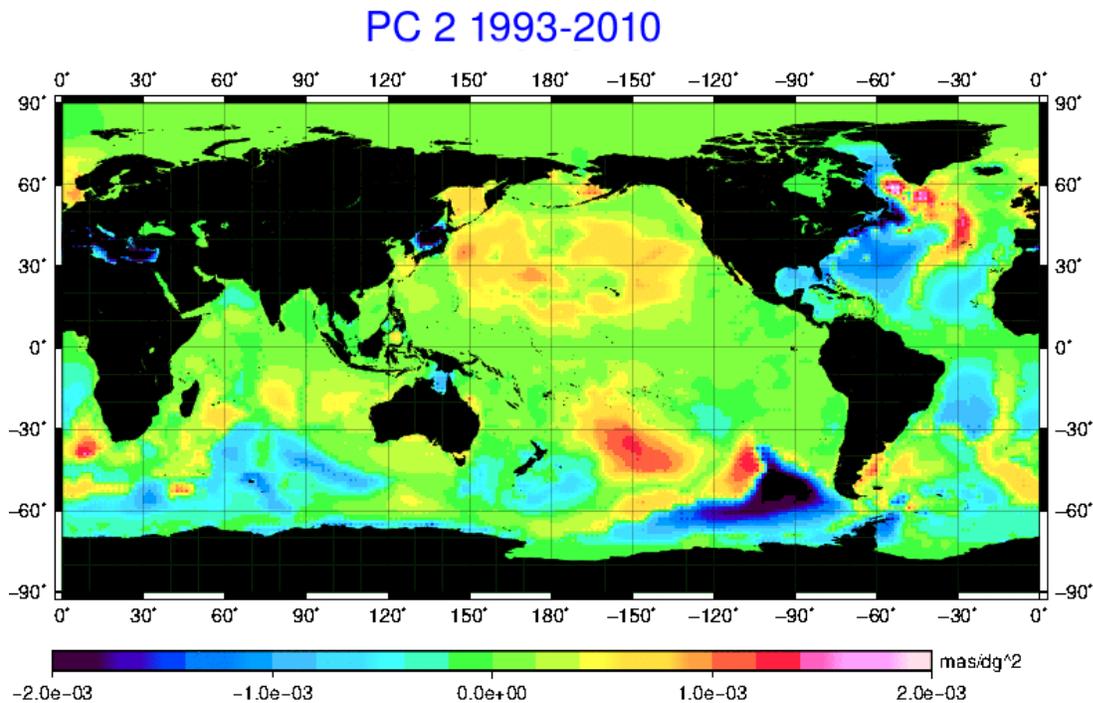


Рис. 8.13: Тренд (ГК 2) ОАМ массы (придонного давления) с 1993 по 2010 год.

изменения вносят вклад не только перераспределения масс, но и циркуляция океана. Из сравнения рисунков 8.11 и 8.12 можно заключить, что, хотя они и схожи, сезонные колебания все же не определяют всю изменчивость суммы первых шести ГК ОАМ, ведь в нее входят и другие составляющие изменчивости, в частности, тренд (ГК 2).

Ход тренда (ГК 2) за весь период исследования представлен на рис. 8.13. Видно, что с 1993 года существенно возросло влияние ОАМ на движение полюса в районе побережья Гренландии, течений Гольфстрим и Куроиси, в юго-восточном секторе Тихого океана у берегов Латинской Америки и ЮАР¹. Из сопоставления с картой средних значений, изображенной на рисунке 8.7, можно сделать вывод о том, что наибольшее влияние связано с течениями Тихого океана, а также с североатлантическим течением Гольфстрим.

¹Большой интерес к изменчивости океана возник у автора благодаря работе в 23-й экспедиции НИС “Академик Страхов” к югу от ЮАР в 2006 г. [27].

8.7 Заключительные замечания

Для понимания изменений, происходящих в океане, нужно охватить весь комплекс вопросов, связанных с течениями в океане, циркуляцией, притоком вод с континентов, метеорологическими и климатическими факторами. Над созданием моделей циркуляции океана, учитывающих атмосферные воздействия и всевозможные наблюдательные данные, работают в наше время целые институты [387]. В этой небольшой главе диссертации мы лишь упомянули некоторые из проблем изучения океана. Нас интересовал океан как звено, которое, наряду с атмосферой и ядром, вызывает колебания положения оси вращения планеты и скорости её вращения, выступающее посредником между изменениями климата и вращением Земли.

Мы выполнили анализ многолетних естественных колебаний климатических индексов температуры T и уровня моря SL , которые могут быть связаны с наблюдавшейся в последнее десятилетие паузой в глобальном потеплении “Hiatus” [355, 335, 356, 492]. Выявлено одновременное присутствие в данных по температуре и уровню моря квази- 60-, 20- и 10-летних колебаний. Связанная с АМО 60-летняя компонента температуры на 20-30 лет опережает по фазе изменения уровня моря. Мы склонны считать это следствием отклика температуры АМО на проинтегрированное циркуляцией океана NAO [321, 369, 392]. В рамках такой гипотезы учащение отрицательных фаз NAO может привести к некоторому замедлению роста температуры на Земле.

В работах специалистов по циркуляции атмосферы и океана [10, 14, 20, 181, 321, 351, 368, 238, 169] уже не раз высказывались предположения о том, что чандлеровское колебание, квазидвухлетнее атмосферное колебание, ЭНЮК, NAO и АМО взаимосвязаны. Эти глобальные климатические моды затрагивают глубинные и верхние слои океана, атмосферу, и находят отражение в вариациях глобальной температуры на Земле. Однако современные климатические модели все еще с трудом воспроизводят их. Предсказание ЭНЮК затруднительно из-за его нелинейности [392], АМО воспроизводится разными моделями по-разному [331, 369]. Особенно трудно воспроизвести фазу наблюдаемого колебания. Модель циркуляции океана $INMOM$, разработанная в Институте вычислительной математики РАН, частично воспроизводит медленные колебания в Северной Атлантике [387], указывая на то, что они охватывают, по меньшей мере, километровую толщу океана. В угловых моментах океана (ОАМ), получаемых из моделей Международного климатического проекта сравнения $CMIP5$, на интервалах в десятилетия могут присут-

ствовать погрешности. Недостаточно точное представление об изменчивости течений в глубинах океана на временах в 20-60 лет может вести к неточностям в оценке влияния океана на климат и вращение Земли. Состояние дел в этой области все еще далеко от ясности. Ведь глубины океана изучены еще меньше, чем поверхность Луны или Марса.

Мы выполнили исследование вклада экваториальной массовой компоненты ЕССО ОАМ в движение полюса на интервале 1993-2010 гг. МС-СА анализ позволил подстроить карты различных типов изменчивости ОАМ, локализовать регионы интенсивной годовой изменчивости, источники трендов в ОАМ. Последние связаны с климатическими процессами, притоком вод от тающих континентальных ледников, изменением стока рек и др. Перераспределения массы океана и изменения в его циркуляции отражаются на придонном давлении и массовой компоненте ОАМ.

Из анализа полученных карт можно заключить, что наибольшие изменения и аномалии в ОАМ наблюдаются у побережий Латинской Америки, Австралии, Северной Америки, Антарктиды и Гренландии, – там где активно идут климатические изменения, тают ледники, меняется циркуляция водных масс.

Нами рассматривалась возможность фильтрации экваториальных данных ОАМ на сетке в чандлеровском диапазоне частот, однако для выделения сигнала в столь узкой полосе частот и отделения ее от годовой компоненты необходимы ряды наблюдений продолжительностью не менее 40 лет. В дальнейшем, по мере накопления данных, появится возможность изучения влияния океана на чандлеровское колебание полюса более подробно, чем в [353].

В нашу работу не вошло рассмотрение океанических приливов, передающихся LOD и вызывающих значительную часть векового увеличения длительности суток [126, 99], а также полюсного прилива (см. раздел 11.4), возникающего из-за отклонений оси вращения планеты и сказывающегося, посредством обратной связи, на коэффициентах как классического (5.1), так и обобщенного (5.2) уравнений Лиувилля. Его изучение крайне важно, и надежды здесь следует возлагать на данные спутниковых альтиметрических миссий. Значительный вклад в совершенствование приливных моделей вносят также гравиметрические спутники GRACE и GRACE FO, о которых пойдет речь в следующей главе.

Глава 9

Анализ данных о гравитационном поле со спутников GRACE

*Ну, какая у вас на сегодня программа?
Проблемы долгожительства?
Или влияния муравьиной кислоты
На окисление земной оси?
О. Заградник, “Соло для часов с боем”*

9.1 О миссии GRACE

В данной главе мы представим результаты анализа перераспределений масс суши и океана по данным GRACE. Несмотря на то, что заряд аккумуляторов спутника GRACE В иссяк, и спутник пошел на снижение, что привело в ноябре 2017 г. к завершению миссии, проработавшей 15 лет, мы будем писать о ней в настоящем времени. Тем более что в мае 2018 года произведен успешный запуск следующей подобной миссии – GRACE Follow-on Mission (GRACE FO), данные от которой начнут поступать уже осенью.

Космические средства наблюдений в последние десятилетия внесли существенный вклад в научные исследования. Большой объем данных дистанционного зондирования Земли позволил научному сообществу продвинуться в исследованиях изменений климата. Суммарный эффект от перераспределения масс в оболочках Земли приводит к изменениям гравитационного поля. Гравиметрия – наука с давней историей. Методы гравиметрических измерений совершенствовались на протяжении всего XX века. Но лишь космическая эра открыла путь к полномас-

штабному исследованию глобального гравитационного поля планеты, в том числе на труднодоступных протяженных территориях, и позволила научному сообществу опереться на глобальные данные в дискуссионных вопросах по климату.

Технологическим достижением нашей эпохи стали спутники-близнецы GRACE (Gravity Recovery And Climate Experiment – Эксперимент по исследованию гравитационного поля и климата), разработанные Национальным аэрокосмическим агентством США (NASA) и Германским аэрокосмическим центром (DLR), выведенные на орбиту с северного российского космодрома “Плесецк” в марте 2002 г.

Спутники GRACE находятся на околополярной орбите с наклоном 89° и высотой около 500 км, следуя друг за другом на расстоянии 220 км. Ускорение каждого спутника, возникающее при пролете над аномальными массами, оказывает влияние на дальность между двумя спутниками, которая измеряется микроволновым радаром в К-диапазоне. Эта дальность является исходной величиной, содержащей информацию о гравитационном поле. При прохождении над гравитационными неоднородностями характер движения спутников меняется: полет спутников “возмущается” гравитационным полем Земли. Ситуацию можно проиллюстрировать так: первый аппарат (ведущий), попав в аномалию, ускоряется, и это меняет расстояние между спутниками. Когда же аномалию проходит второй аппарат (ведомый), то ускоряется уже он, и это вновь меняет расстояние между близнецами. Расстояние вместе со скоростью, непрерывно измеряемые в микроволновом диапазоне с микрометровой точностью, и служат теми исходными величинами, из которых извлекается информация о гравитационном поле. Однако необходимы поправки за другие источники ускорения, которые учитываются по моделям и наблюдениям бортовых приборов в процессе редукции данных. Собственное движение и ориентация спутников регистрируются с помощью высокоточных навигационных инструментов — систем глобального позиционирования GPS, акселерометров и звездных датчиков. За сутки зонды проходят по своей орбите примерно 15 раз (орбитальный период равен 91 мин). Поскольку за это время невозможно густо покрыть измерениями всю поверхность Земли, выполняется накопление данных за 30-дневный период. Таким образом, для надежного картирования поля всей Земли, требуется один месяц.

Данные со спутников поступают на обработку в Германский геофизический центр (GFZ, г. Потсдам), в Центр космических исследований (CSR, г. Остин) и в Лабораторию реактивного движения (JPL, г. Пасадена). С учетом показаний бортовых GPS, акселерометров, звездных

камер и другой аппаратуры, получают продукт (данные) первого уровня (L1) [265]. Затем, используя сложный алгоритм решения обратной задачи с регуляризацией [3, 106, 170], учитывая поправки за изменения атмосферного давления над сушей и океаном, величину прилива: твердотельного, океанического (EOT 11a, FES2014) и полюсного (модель Desai, 2004), – получают данные второго уровня (L2) [470]. Они представляют собой разложение ежемесячного гравитационного поля по сферическим функциям в виде коэффициентов, названных по имени английского математика Дж. Г. Стокса (1819–1903) [125, 130, 132].

Определение модели усредненного по времени гравитационного поля (геоида) является основной целью космических гравиметрических миссий [333]. Современные модели (GGM05, EIGEN6C4, GOCO06s) [478] основаны на данных измерений спутников CHAMP (CHallenging Minisatellite Payload), GRACE и GOCE (Gravity field and steady-state Ocean Circulation Explorer). Дополнительное преимущество GRACE состоит в том, что они дают ежемесячные аномалии.

При вычитании среднего поля из ежемесячных коэффициентов Стокса, получаемых GRACE, можно наблюдать изменения гравитационного поля от месяца к месяцу с точностью до одного мкГала (1 Гал = 0.01 м/с²) и пространственным разрешением около 300 км. Файлы данных уровня L2 релиза RL05 находятся на серверах GFZ, CSR и JPL в открытом доступе [491]. Их можно использовать в геофизических, геологических, океанографических и гидрологических исследованиях, при изучении вращения Земли, в геодинاميке, сейсмологии и климатологии [175, 180, 215]. Однако для полноценного использования данных уровня L2 необходима фильтрация меридиональных коррелированных шумов, имеющих вид полос, или страйпов (stripes). Их источниками являются орбитальные резонансы, возникающие на полярных орбитах такой конфигурации [142], ведущие к недостаточно хорошему отражению гравитационного сигнала. Научные группы работают над созданием оптимальных алгоритмов фильтрации этих шумов в данных GRACE. В Потсдаме идет работа над созданием более точного релиза данных L2 RL06, который появится в 2018 г. Не отстают и исследователи в Тулузе и Шанхае.

Для самой большой страны в мире, России, недостаточно покрытой метеорологическими и гидрологическими сетями наблюдений, данные космической гравиметрии особенно полезны. Мы используем уникальный подход к обработке данных GRACE — многоканальный сингулярный спектральный анализ (МССА), который позволяет устранять меридиональные шумы – страйпы, обусловленные нахождением обоих спутников на полярной орбите и орбитальными резонансами, а также

разделять главные компоненты (ГК) сигнала. По сравнению с другими методами удаления страйпов [328, 386, 393, 401], МССА, несмотря на математическую сложность, более гибок, поэтому предпочтение в данном исследовании отдано ему.

9.2 Обработка данных GRACE

9.2.1 Подготовка исходных данных

Мы использовали данные GRACE JPL второго уровня L2 релиза RL05.1 в виде ежемесячных коэффициентов Стокса с 01.2003 по 06.2017, набор коэффициентов полон до 60-й степени и порядка. Релиз 5 (RL05-01) данных L2 более точен, чем предыдущие версии (RL04), в основном, благодаря уточненной модели. Девятнадцать месяцев пропущенных данных (06.03, 01.11, 06.11, 05.12, 10.12, 03.13, 08.13, 09.13, 02.14, 07.14, 12.14, 05.15, 06.15, 10.15, 11.15, 04.16, 9.16, 10.16, 02.17) были линейно проинтерполированы (всего $N = 174$ файла использовано). Отсутствие некоторых из месячных решений связано с поддержанием режима заряда батарей при заходе спутников в тень, в особенности в последние месяцы работы.

Разложение гравитационного поля по сферическим функциям дается выражением

$$V(\varphi, \lambda, r) = \frac{GM}{r} \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{a}{r}\right)^n (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) P_n^m(\sin \varphi), \quad (9.1)$$

здесь \bar{C}_{nm} , \bar{S}_{nm} – нормализованные коэффициенты Стокса, n – степень, m – порядок сферической гармоники, P_n^m – полностью нормализованные ассоциированные полиномы Лежандра, a – средний экваториальный радиус Земли, аргументы φ , λ соответствуют широте и долготе, r – радиусу точки на сфере [123].

Коэффициенты нулевой и первой степени обнуляются благодаря выбору системы координат. GRACE нечувствителен к коэффициентам первой степени (геоцентру). Оценки коэффициентов \bar{C}_{20} (сжатия) по GRACE определяются с погрешностью, поэтому их заменяют решением, полученным по лазерной локации спутников ЛЛС (см главу 10). Поскольку нас интересуют ежемесячные изменения, среднее поле за 14 лет вычтено. Изменения даны относительно значений коэффициентов Стокса, усредненных за весь период наблюдений. Эффект послеледникового поднятия GIA (Glacial Isostatic Adjustment), связанный с восстановлением изостатического равновесия в районах, где 20000 лет назад находи-

лись ледниковые щиты (Канада, Скандинавия) вычтен по модели Паулосна, 2007 [388]. С 2013 г. рекомендована также модель Пелтье ICE-5G [389]. Результаты преобразованы в эквивалентный уровень воды (ЭУВ), выраженный в сантиметрах по формуле Дж. Вара [430]

$$\Delta h(\varphi, \lambda, t) = \frac{2\pi a p_{ave}}{3p_w} \sum_{n=2}^{60} \sum_{m=0}^n \frac{2n+1}{1+k_n} W_n(\Delta \bar{C}_{nm}(t) \cos m\lambda + \Delta \bar{S}_{nm}(t) \sin m\lambda) P_n^m(\sin \varphi), \quad (9.2)$$

здесь $\Delta \bar{C}_{nm}(t)$, $\Delta \bar{S}_{nm}(t)$ — изменения нормированных коэффициентов Стокса относительно среднего поля (модели), p_{ave} и p_w — средние плотности Земли и воды, k_n нагрузочный коэффициент Лява для степени n , W_n — коэффициент спектрального фильтра, они устанавливались равными единице, т.о. никакой фильтрации, кроме МССА, не выполнялось.

9.2.2 МССА-фильтрация данных GRACE

Данные GRACE содержат меридиональные шумы — страйпы. В первом приближении они вызваны тем, что спутники следуют друг за другом по одной полярной орбите и система KBR измеряет лишь взаимное расстояние вдоль неё и изменения этой величины (range rate), что делает обратную задачу восстановления гравитационного поля довольно плохо обусловленной. Орбитальные и инструментальные погрешности коррелированы в резонансных степенях сферических гармоник и соответствующих им коэффициентах Стокса, что является причиной высокочастотных пространственных шумов — страйпов. Они хорошо видны на рис. 9.1, где показана разность между 2017 и 2003 гг., полученная по нефигурованным данным. Красным отмечены положительные аномалии (избыток массы), синим — отрицательные, на них накладываются шумы — страйпы, искажающие и скрывающие полезный сигнал. Отфильтрованная МССА карта будет представлена на рис. 9.9.

Разными авторами были предложены всевозможные методы фильтрации для удаления страйпов и минимизации шумов в ежемесячных решениях GRACE. Среди них — гауссовская фильтрация с симметричным и асимметричным ядром [325], фильтры Винера [334] и регуляризирующие фильтры [343], коэффициенты которых зависят от степени и порядка, дестрайпинговые/сглаживающие фильтры [297, 322, 421] предназначенные устранить аномально большие резонансные коэффициенты Стокса.

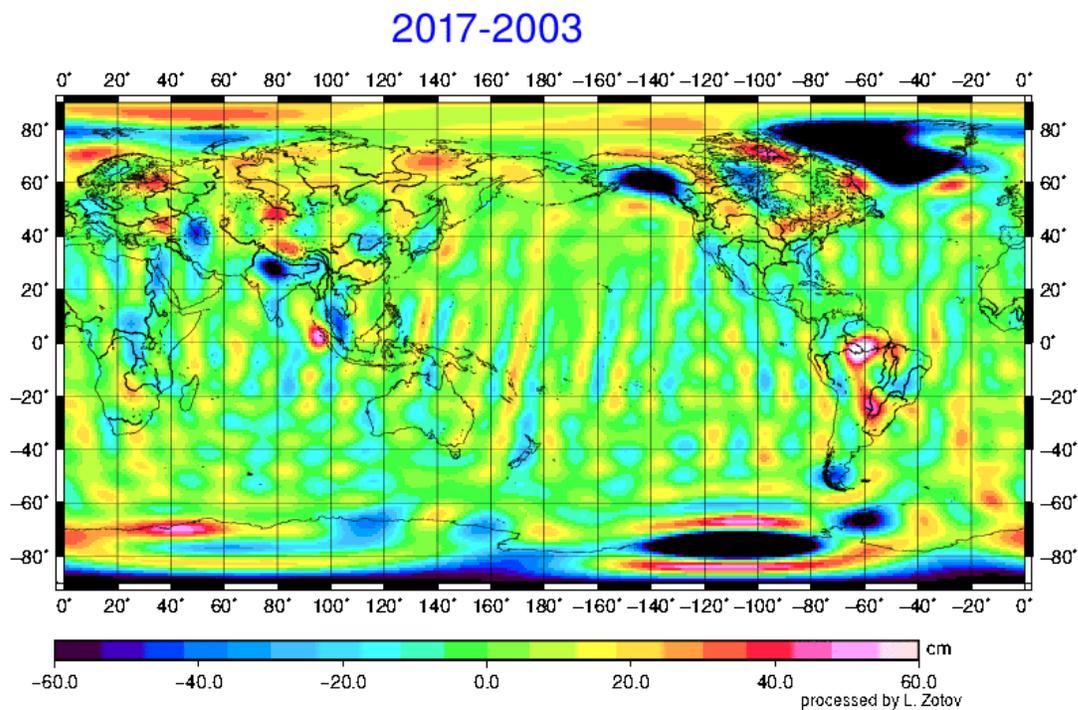


Рис. 9.1: Нефильтрованные данные GRACE ЭУВ, разность между 06.2017 и 01.2003. Вертикальные полосы-страйпы искажают сигнал.

Методы фильтрации, базирующиеся на методе главных компонент (МГК), эмпирических ортогональных функций (ЭОФ), сингулярном спектральном анализе (ССА), и анализе независимых компоненты (АНК) также предлагались в работах Е. Рангеловой, Е. Шрамы, Б. Вутерса [399, 415, 440]. МГК под названием ЭОФ-анализа также применялся к данным GRACE. В работе [399] был протестирован ССА. Вращение компонент МГК предложено для повышения их значимости в [400]. Неизотропный фильтр применен в [325]. Выполялось также ныне весьма популярное разложение на эмпирические моды Empirical Mode Decomposition (EMD) [386], базирующееся на преобразовании Гильберта-Хуанга – нелинейной модификации ЭОФ-анализа для нестационарных временных рядов, где главные компоненты получают вычислением огибающих и их ортогонализацией. На конференции EGU 2018 появилась работа молодой исследовательницы из Эколь Нормаль Супериор в Париже, П. Превост с соавторами, как и мы, применивших МССА к данным GRACE [395].

Обзор методов, основанных на ЭОФ, в применении к данным GRACE можно найти в [254]. Все эти методы довольно близки к МССА, но последний мощнее. Впервые мы применили МССА для фильтрации дан-

ных GRACE в 2009 г. в работе [26]. В [401] МССА был независимо применен к региональным данным GRACE, но длина лага L на то время была еще слишком мала, чтобы хорошо разделить компоненты сигнала.

Методика многоканального сингулярного спектрального анализа кратко описана в приложении Г 11.4. МССА содержит ту же последовательность операций, что и ССА. Вначале (а) выбирается параметр задержки L . Рекомендации по его выбору даны в [157, 92]. В первых работах с данными GRACE мы использовали $L = 24$ [26, 39]. Но, с увеличением продолжительности наблюдений, остановились на $L = 48$ месяцев (4 года), что позволило лучше разделять компоненты.

Как уже было продемонстрировано в главе 6, приложении Г и в работах [26, 39], МССА более гибок, чем простой ЭОФ, и позволяет выделить тренды, модулированные по амплитуде колебания разных периодов, и отфильтровать многомерные временные ряды от белых, а в нашем случае, и меридионально-коррелированных шумов. Различные каналы “помогают” друг другу выделиться, формируя районы коррелированного пространственно-временного поведения. Матрица \mathbf{X} с лагом позволяет найти их в L -мерном пространстве. Полученные ГК содержат сигналы, которые одновременно присутствуют во всех каналах, возможно, отличаясь фазами.

9.3 Гидрология России по данным GRACE

Рассмотрим результаты применения МССА в спектральной области к коэффициентам Стокса (9.1). Распределение сингулярных чисел (СЧ) показано на рис. 9.2. Они были сгруппированы в ГК и переведены в пространственные карты ЭУВ. Первое СЧ дало ГК 1, представляющую годовой цикл, следующие два СЧ были объединены в ГК 2, представляющую тренд (медленные изменения). Сумма МССА-компонент с 1 по 10 (СЧ 1-10) содержит значительную часть изменчивости (энергии) сигнала. Сингулярные числа с номерами больше 10 (СЧ > 10) содержат высокочастотную изменчивость, связанную с шумами, страйпами и часть сигнала от транзиентных событий, таких как ко- и постсейсмические деформации при землетрясениях. Детальный анализ карт проведен в [26].

Мы воспользовались базой данных бассейнов рек Simulated Topological Networks (STN-30p) [499] для наложения маски по бассейнами 15 крупнейших рек России (рис. 9.3 слева). В таблице 9.1 собрана информация по ним. Карты суммы СЧ 1-10 для июня 2013 г. в выбранном регионе показана на рис. 9.3, справа. Эта карта включает вклад от годовой ГК 1, долгопериодической ГК 2, и других компонент, за ис-

ключением страйпов, которые, в основном, исключены (они отошли к $СЧ > 10$). Анимированные карты всех полученных компонент доступны в интернете по ссылке [463].

Сигнал был усреднён над территорией, ограниченной бассейнами 15 крупных рек России. Результаты показаны на рис. 9.4. На графике слева черная кривая иллюстрирует среднюю сумму $СЧ$ 1-10. Фиолетовая пунктирная кривая показывает исходные данные (сумма всех ГК) до применения МССА. Видно, что сумма $СЧ$ 1-10 включает практически всю изменчивость исходных данных. Тренд (ГК 2) показан синим. В целом, он возрастающий, что определяется бассейнами сибирских рек (рис. 9.4 слева). Мы сделали попытки прогноза кривой суммы $СЧ$ 1-10 с использованием нейронной сети [5], см. раздел 11.2.4. Однако достоверность прогноза не высока. Выполнявшиеся ранее прогнозы не оправдались и, судя по всему, они лишь позволяют охарактеризовать границы, в пределах которых следует ожидать массонакопления. Очевидно, гидрологические факторы не поддаются прогнозу элементарной нейронной сетью.

На рис. 9.4 справа показана усредненная по России компонента только для годового колебания ГК 1. Наблюдается некоторый рост его амплитуды до 2010 г. и спад – после. Последние данные GRACE, когда спутники уже работали в ограниченном режиме, уступают по качеству предшествующим, поэтому относится к ним следует с осторожностью.

Карты годового колебания ГК 1 показаны на рис. 9.5 для шести месяцев с января по июнь 2013 г. Значения даны относительно среднего для тех же месяцев за предыдущие 10 лет. Показана вся Евразия; однако нам более всего интересна территория России, Украины, Белоруссии и других стран Союза. Видно, что на Европейской части, в Западной Сибири, на Чукотке и Дальнем Востоке запасы воды в снежном покрове весной 2013 года существенно превосходят средние значения. Положительные аномалии росли с февраля, достигли максимума в апреле и пошли на убыль в июне.

Для климатических условий в пределах России, Украины, Белоруссии характерны отрицательные температуры воздуха в зимний период, большая часть рек зимой покрыта льдом [22, 44]. Приток подземных вод в этот сезон года можно считать постоянным. Исходя из этого, можно предположить, что увеличение масс, наблюдаемое с GRACE в зимние месяцы, в значительной степени связано со снегонакоплением. По данным Российского гидрометцентра количество запасенной в снеге воды зимой 2012-2013 гг. было максимальным с 1967 года [496]. Таяние этого снега в апреле-июне вызвало на многих реках Европейской территории

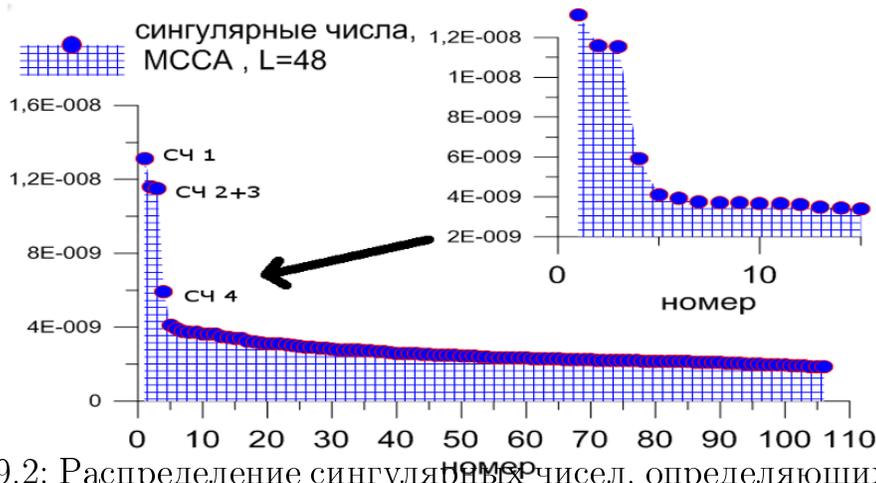


Рис. 9.2: Распределение сингулярных чисел, определяющих энергию компонент МССА.

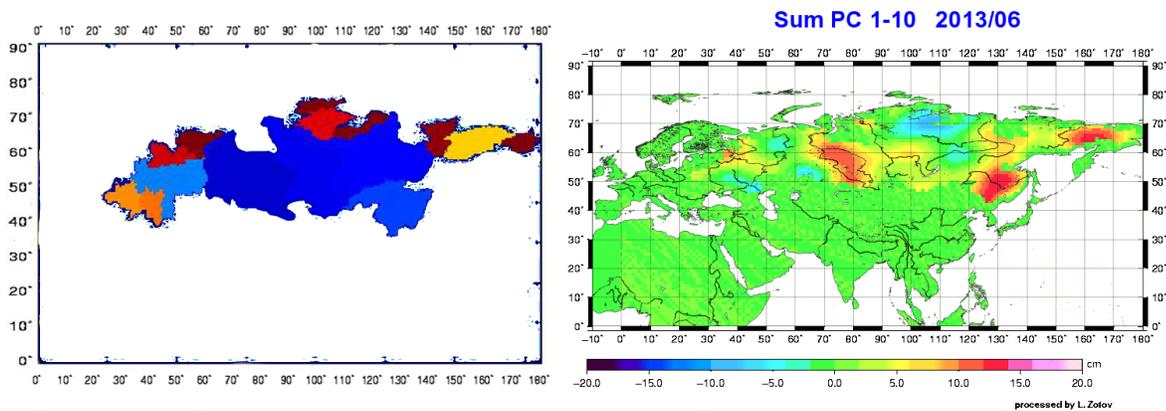


Рис. 9.3: Бассейны 15 крупнейших рек России и сумма СЧ 1-10 по ним для 06.2013

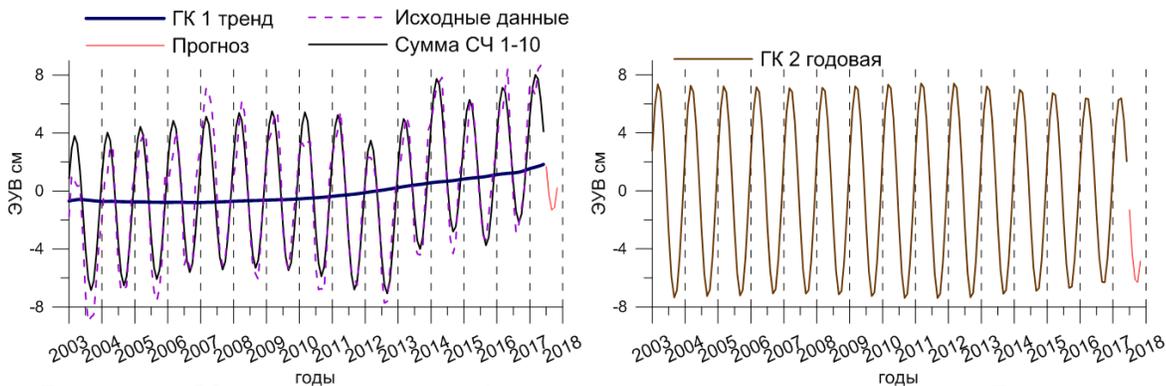


Рис. 9.4: Усредненные по бассейнам 15 крупнейших рек России изменения масс, сумма СЧ 1-10, тренд ГК 2 (вверху) и годовая компонента ГК 1 (внизу). Прогноз суммы СЧ 1-10 нейронной сетью показан справа.

Таблица 9.1: Сводные данные по 15 бассейнам крупнейших рек России, использованных в данном исследовании (STN-30p).

| Название | Длина бассейна, км | Площадь бассейна, км ² | Название | Длина бассейна, км | Площадь бассейна, км ² |
|----------------------------|--------------------|-----------------------------------|------------------------------|--------------------|-----------------------------------|
| Реки арктического бассейна | | | Реки арктического бассейна | | |
| (Азия) | | | (Европейская часть) | | |
| Обь | 4257.41 | 3025923.25 | Северная Двина | 1414.96 | 360944.03 |
| Енисей | 4898.93 | 2578730.25 | Печора | 1491.99 | 314291.81 |
| Лена | 4365.71 | 2441815.75 | Реки тихоокеанского бассейна | | |
| Колыма | 1971.77 | 665648.06 | (Дальний Восток) | | |
| Хатанга | 1370.25 | 370352.91 | Амур | 3644.61 | 1754681.0 |
| Индигирка | 1451.13 | 334126.38 | Реки Европейской части | | |
| Анадырь | 1011.96 | 225847.92 | Днепр | 1543.60 | 508839.19 |
| Яна | 997.73 | 224992.69 | Волга | 2785.36 | 1476411.38 |
| Оленек | 1644.33 | 223189.27 | Дон | 1400.51 | 423038.44 |

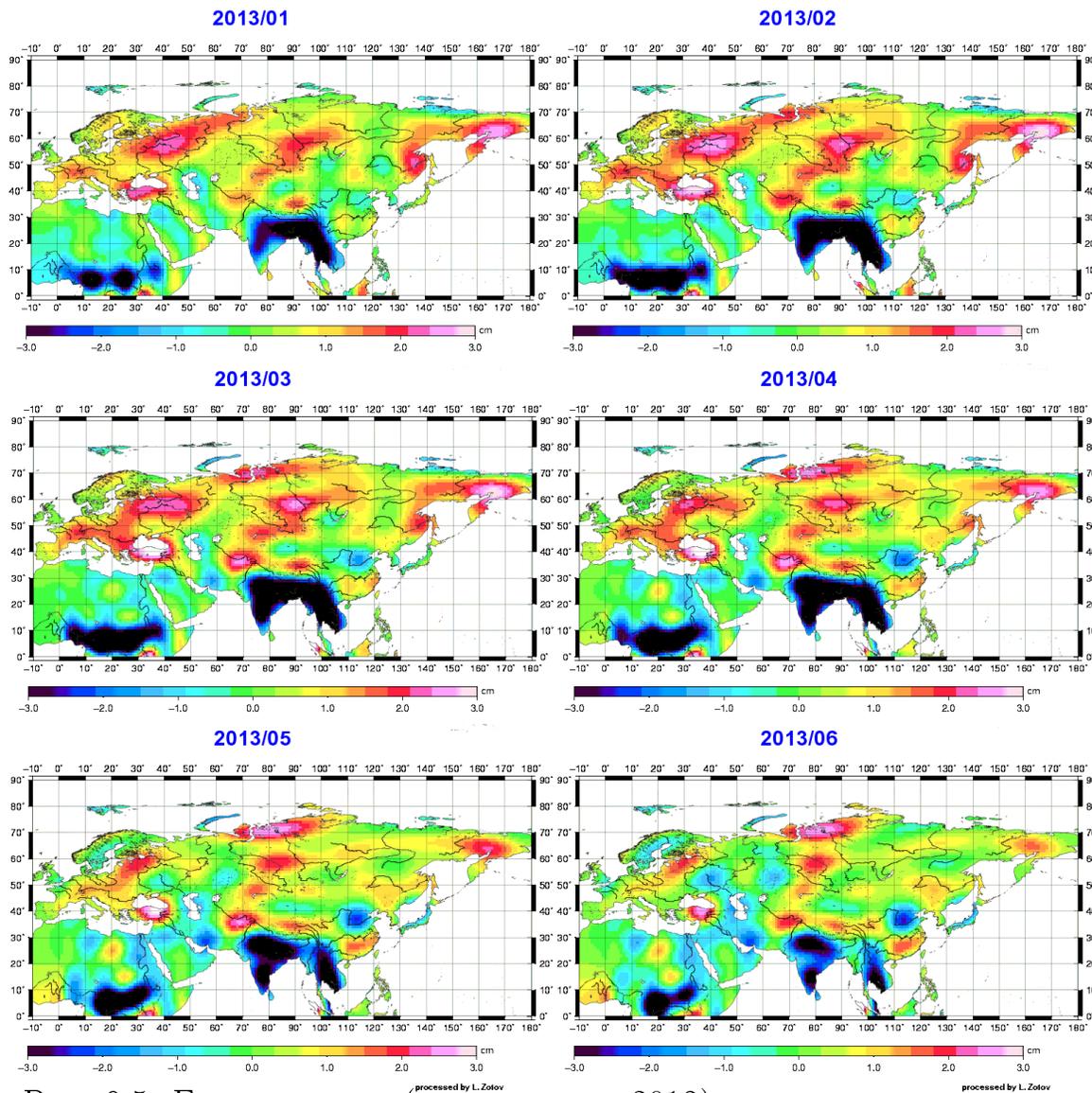


Рис. 9.5: Ежемесячные (январь-июнь 2013) аномалии массонакопления для годовой компоненты (ГК 1) по сравнению со средними за предыдущие 10 лет (2003-2012) для соответствующих месяцев.

России повышенную волну половодья (обеспеченностью около 2% - событие происходящее раз в 50 лет), уровни рек возросли весной на несколько метров, что было зафиксировано измерителями уровня рек Центра регистра и кадастра [467]. К осени 2014 года сложилась обратная ситуация. В бассейнах многих крупных рек Европейской части, севера и Сибири количество влаги убывало. Небольшое количество осадков в осенний период привело к пониженным запасам влаги в почве и в руслах рек к началу зимы 2014-2015 гг.

Мы усреднили аномалии масс по данным GRACE для конкретных бассейнов рек Сибири, Европейской части России, Севера и Дальнего Востока, рис. 9.6. Полученные МССА-кривые хорошо согласуются с данными для конкретных бассейнов CNES RL03-v1, доступными на сайте [476]. Реки Европейской территории и Сибири различаются по амплитуде сезонных колебаний и направленности трендов общих влагозапасов. Если для европейских рек (рис. 9.6, вверху) скорее характерны убывающие тренды, то для сибирских рек (рис. 9.6, центр) – возрастающие. Поскольку бассейны сибирских рек велики (таблица 9.1), они определяют общие тренды массонакопления на всей территории России (ГК 2 на рис. 9.3). Сток этих рек во многом определяет и климат Арктического региона [188]. Если средние изменения массы умножить на площадь бассейнов (из таблицы 9.1), получим полную аномалию запаса влаги.

Кривая для бассейна реки Амур (рис. 9.6, внизу) отличается тем, что на фоне небольшой годовой амплитуды в 2012-2013 гг. наблюдается быстрый прирост масс. Повышенный влагозапас в бассейне Амура после весеннего половодья во многом способствовал развитию катастрофических наводнений после выпадения осадков летом и осенью 2013 г. Исследования показывают [404], что использование данных GRACE способствует увеличению точности прогнозов наводнений и паводков. Этот вывод можно распространить и на засухи, также прекрасно детектируемые в данных GRACE. Так, для бассейна Волги можно выделить минимум общих влагозапасов летом 2010 (во время волны жары и лесных пожаров [244]) и 2014 г., связанных с маловодьем, охватившим весь бассейн (рис. 9.6, вверху). Подобный минимум наблюдался также осенью 2014 и 2015 года в бассейне Днепра.

К началу зимы 2014-2015 гг. запас влаги в почве, судя по данным GRACE, оказался меньше среднего. Поэтому для рек Европейской части России, Западной Сибири, высокого половодья не ожидалось. Как и обещал Росгидромет, оно оказалось близким к норме. Впрочем, из рис. 9.6 видно, что на Енисее и Оби массонакопление (влагозапас) осенью 2014 оказался немного выше, чем в 2013 г. В последние два года работы

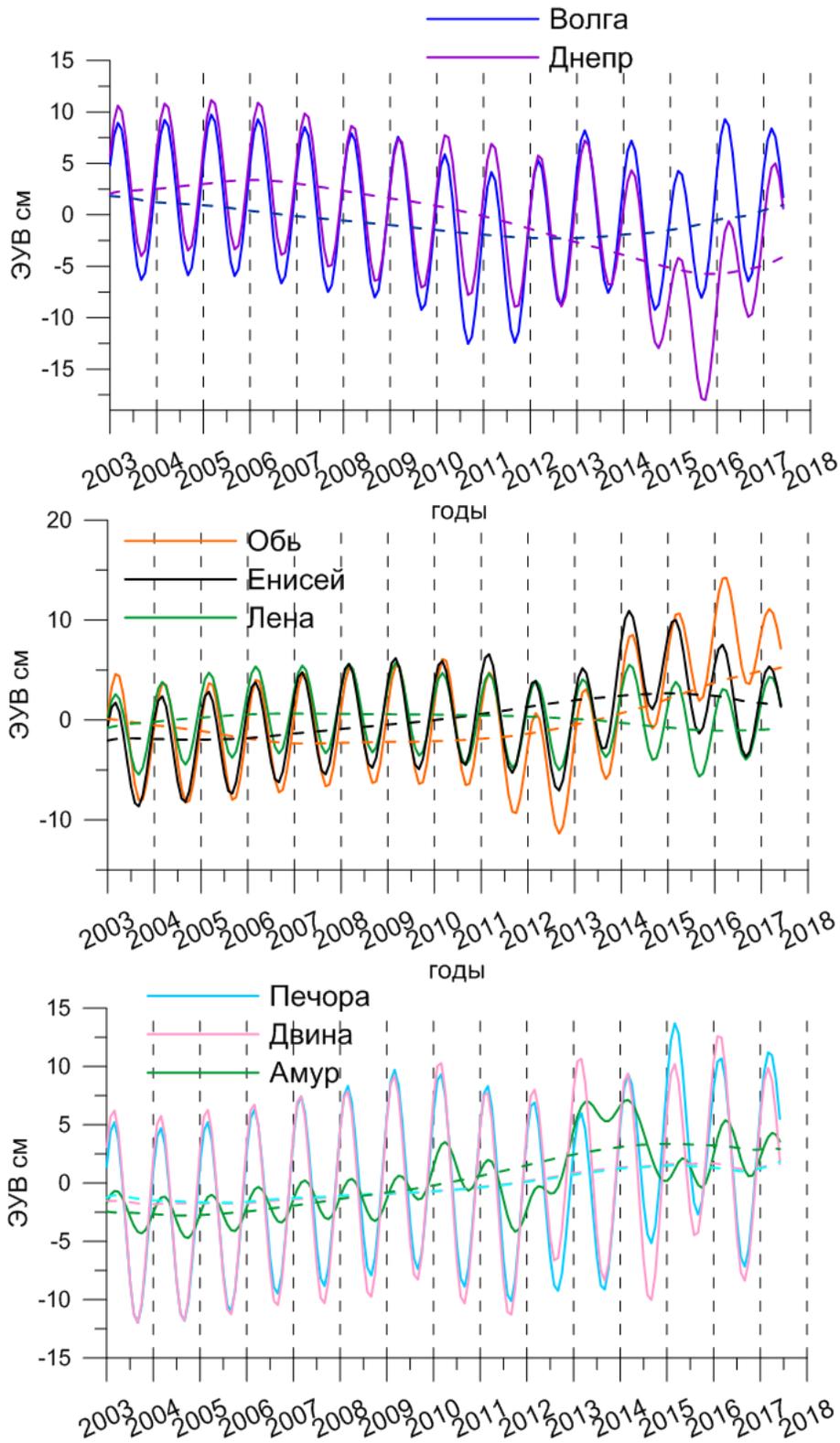


Рис. 9.6: Средние изменения массы для бассейнов отдельных рек России. Суммы СЧ 1-10 показаны сплошной линией, тренды (ГК 2) — пунктирной.

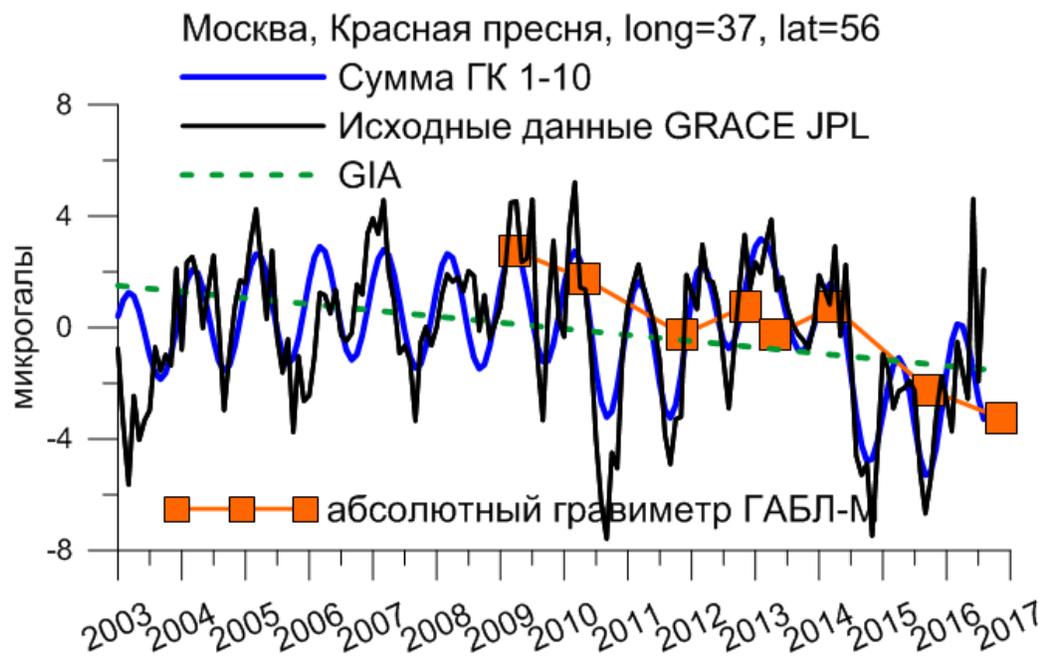


Рис. 9.7: Сравнение показаний абсолютного гравиметра ГАБЛ-М в обсерватории на Красной Пресне с данными GRACE для широты и долготы Москвы. Пунктиром дан тренд GIA [388].

данные GRACE имеют худшее качество.

Любопытно сравнить спутниковых данные с результатами гравиметрической съёмки наземными абсолютными гравиметрами. Такое сравнение для Главного гравиметрического пункта бывшего СССР в обсерватории на Красной Пресне представлено на рис. 9.7. Кривые GRACE для Москвы сопоставлены с измерениями, выполненными В.Д. Юшкиным с гравиметром ГАБЛ-М. И, хотя такого рода сравнение не совсем правомерно, ведь GRACE дает только усредненные по 300-км территории значения, они, за вычетом среднего, на удивление хорошо совпадают [7].

Карты климатологически-индуцированных трендов, выделенных в ГК 2, представлены на рис. 9.8 по Евразии и на рис. 9.9 для всего Земного шара. Карта разности между 2017 и 2003 гг. отражает изменения гравитационного поля за 14 лет. Она существенно менее зашумлена, чем карта на рис. 9.1, поскольку шумы отошли к $SЧ > 10$. Таяние ледников в Гималаях, эффект от Суматранского землетрясения, изменения в Китае, Индии, Африке, хорошо заметны на представленных картах, но выходят за пределы рассмотрения данной главы. Увеличение массы в некоторых районах Сибири, таких как истоки Лены и Енисея, связано с деградацией вечной мерзлоты [304, 347]. В результате глобального потепления почвенный лед замещается водой, это увеличивает плотность и, следовательно, массу, что находит отражение в гравитационном поле. Отрицательная аномалия в данных GRACE над Каспийским морем, усредненная на рис. 9.10 слева, связана с уменьшением его уровня [172, 273]. Положительная аномалия над Черным море, показанная на том же рисунке справа, ждёт своего объяснения.

9.4 О роли GRACE при определении нестерической компоненты изменений уровня моря

Как уже говорилось в главе 8, интерес к вопросу повышения уровня моря в нашу эпоху обусловлен происходящим на наших глазах изменением климата. Изменение температуры на Земле, отчасти вызванное антропогенным воздействием, во многом регулируется океаном, теплоемкость которого на три порядка превышает теплоемкость атмосферы. Океан поглощает и отдает CO_2 , регулируя его концентрацию в атмосфере [183]. Тепловое расширение верхнего километрового слоя океана, приток пресной воды из-за таяния ледников суши, изменчивость атмосферных ветров и давления, приводят к росту уровня моря, в последние десятилетия в среднем на 3 мм/год [152]. [438].

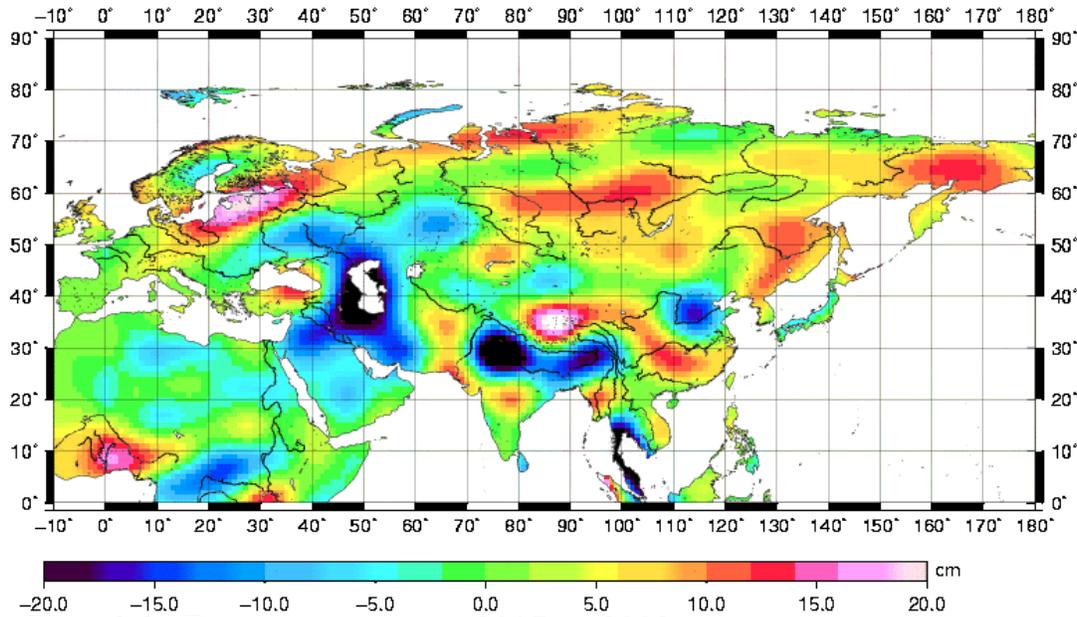


Рис. 9.8: Разность между 2017 и 2003 годами для компоненты тренда (ГК 2) по Евразии.

2017-2003

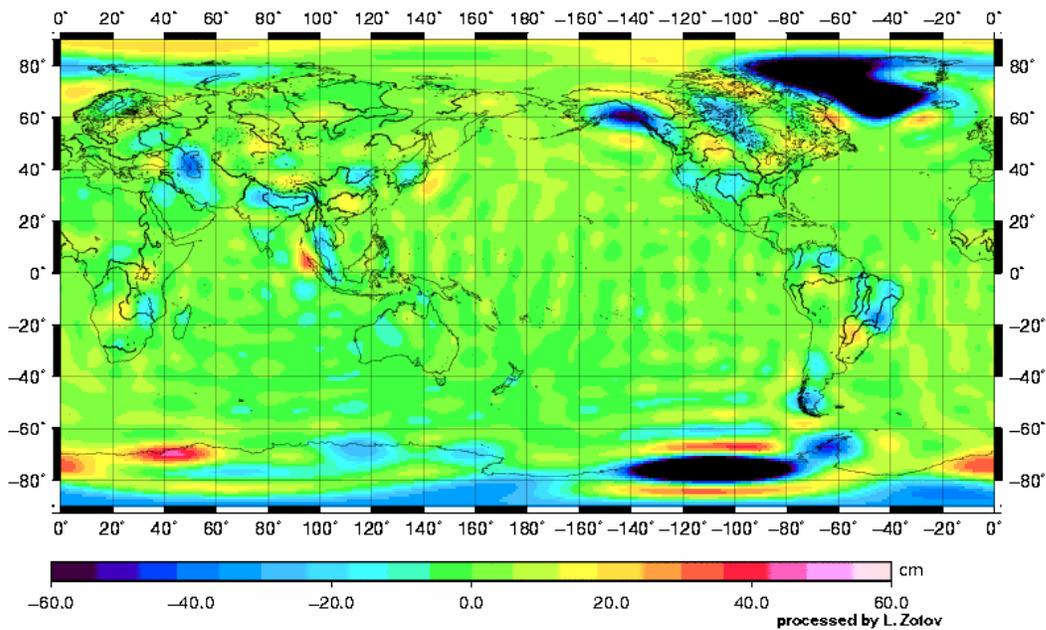


Рис. 9.9: Разность между 2017 и 2003 годами для компоненты тренда (ГК 2) по всей Земле.

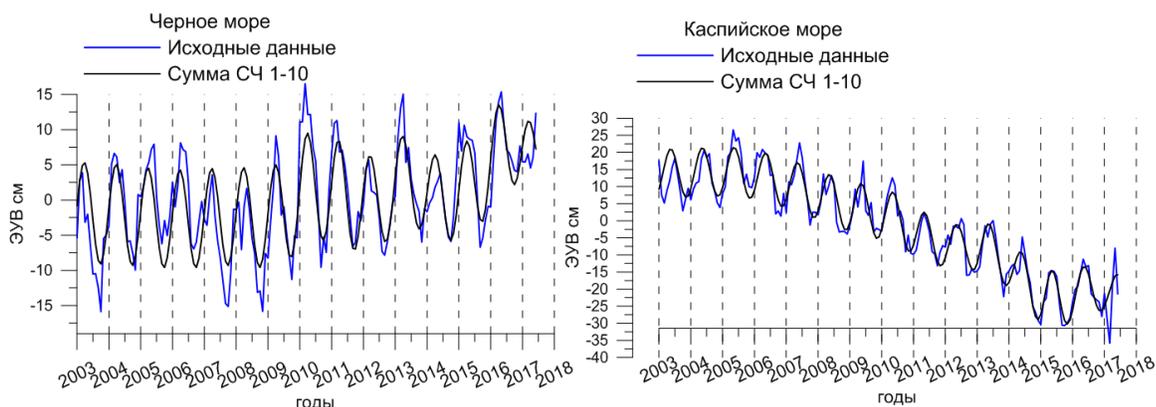


Рис. 9.10: Изменения гравитационного поля (эквивалентного уровня моря) в районе Черного (слева) и Каспийского (справа) морей по данным GRACE.

По оценкам, около 145 миллионов человек живут на территории, с отметкой не выше 1 м от уровня моря [284]. Его повышение может оставить этих людей без крова. Только в Соединенных Штатах Америки 30% населения живет в прибрежных районах (до 200 км). Это делает крайне важным разработку как можно более точных прогнозов роста уровня моря на ближайшие десятилетия [329]. Имеющиеся на сегодня прогнозы неоднозначны из-за сложности моделирования поведения ледниковых щитов, наличия естественных колебаний [12, 32], неопределенностей в прогнозах разных климатических моделей и связанных с этим разногласий среди исследователей. Выделяют две компоненты, вносящие вклад в изменения уровня моря: *стерическую*, обусловленную изменениями плотности морской воды, прежде всего за счет изменений ее температуры или солености, и *нестерическую*, связанную с изменением массы океана. Мониторинг суммарных стерических и массовых вариаций уровня моря (рис. 8.2) проводится альтиметрическими спутниковыми миссиями OSTM Jason, Envisat и др.

Для изучения стерических изменений проводятся океанографические экспедиции [27], создана система плавучих буйков ARGO, опускающихся до глубины 2 км и, при всплытии каждые 10 дней, передающих свои координаты и накопленные данные о температуре, солености, плотности воды по спутниковым каналам связи.

Спутники-близнецы GRACE позволяют изучать аномалии распределения масс не только на суше, но и на море. В настоящее время GRACE – единственная космическая миссия, дающая возможность оценить вклад

нестерической компоненты в изменения уровня моря. Однако для использования данных GRACE над океаном необходима особенно тщательная фильтрация шумов.

Ниже мы кратко представляем результаты исследования изменений гравитационного поля океанов по данным GRACE.

9.5 Данные GRACE по массе океана

Мы используем специальный продукт GRACE по массе океана (придонному давлению – ocean bottom pressure) ОВР GRACE релиза RL05, основанный на сферических гармониках, полученных центром GFZ. Как и в случае выполненного выше анализа данных по всей Земле, коэффициенты C_{20} заменяются решениями из спутниковой лазерной локации [471], поскольку значения C_{20} , полученные из наблюдений GRACE менее точны, чем SLR-значения (см. главу 10). Коэффициенты Стокса первой степени (связанные с центром масс) также заменяются, как предложено в [422]. Эффекты послеледникового поднятия для дна океана (GIA) учитываются по методике Геруо, Вара и Джонга [307]. Для выделения сигнала над океаном применяются три фильтра. Первый фильтр предназначен для устранения шумовых полос-страйпов. Второй, 500-километровый гауссовский фильтр, сглаживает наблюдения GRACE, приводя к лучшему согласию с альтиметрическими наблюдениями за вычетом стерических эффектов по данным ARGO. Третий фильтр основан на обрезании гармоник со степенями и порядком выше 40-го. В дополнение к этому, специальная итерационная процедура применена для исключения проникновения гидрологического сигнала с континентов в область над океаном. Такая многоуровневая обработка выполняется JPL в соответствии с методикой Чамберса и Бонини [271]. Мы используем готовый специальный продукт GRACE для океанов в виде месячных файлов массы океана (придонного давления) на сетке с шагом $1^\circ \times 1^\circ$ с сайта GRACE Tellus [477].

9.6 Результаты МССА-обработки данных по массе океана

К описанным выше ежемесячным данным ОВР GRACE GFZ по массе океана (придонному давлению) релиза RL05 с 08.2002 по 04.2015 применен МССА с параметром задержки $L = 60$ (пять лет). Пятнадцать месяцев пропущенных данных были линейно проинтерполированы (всего использовано $N = 153$ файла).

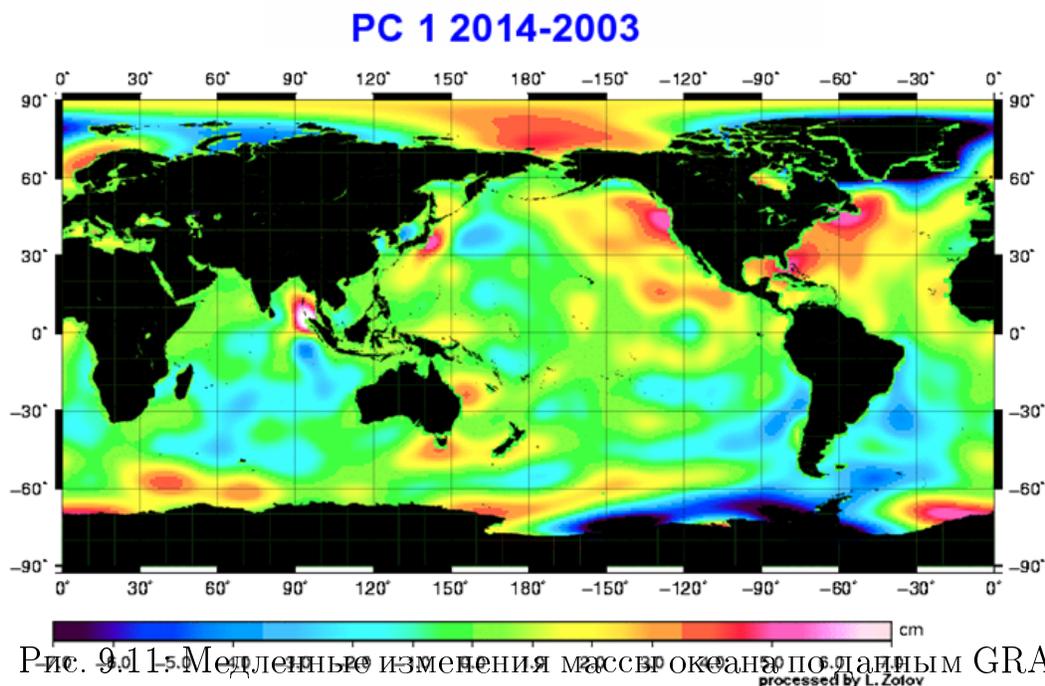


Рис. 9.11. Медленные изменения массы океана по данным GRACE (тренд ГК-1) с 2003 по 2014 гг.

В ходе выполнения МССА мы исследовали и сгруппировали сингулярные числа: 1-му СЧ соответствует медленный тренд (ГК 1); СЧ 2 и 3 были объединены в ГК 2, представляющую годовой цикл; СЧ 5 и 6 оказались соответствующим четырехлетней изменчивости (ГК 4). Компоненты бóльших порядковых номеров включают шумы и высокочастотную изменчивость ОВР.

Карта разности между 2014 и 2003 годами для тренда ОВР (ГК-1) показана на рис. 9.11. Видно, что к концу периода отрицательные аномалии образовались в области Западной Антарктиды и Гренландии, что, вероятно, связано с притоком масс пресной воды с ледников. У берегов Восточной Антарктиды аномалии положительны. Заметны изменения, связанные с землетрясениями на Суматре и в Японии. Положительные аномалии над Беринговым проливом в Арктике могут быть связаны с нагоном воды и Арктическим колебанием. Отличие тренда массы океана ОВР GRACE, представленного на рис. 9.11, от тренда массовой компоненты ОАМ ЕССО, представленному на рис. 8.13 объясняется тем, что первый представляет именно массу океана, в то время как в результатах модели ЕССО, форсингом которой является атмосферные воздействия на поверхности океана, находят отражение особенности циркуляции оке-

ана. Пример того, как следует учитывать вклады массы по GRACE и циркуляции по модели ЕССО дан в работе [277].

9.7 Перспективы использования данных GRACE

В представленной главе мы описали глобальные данные GRACE по гравитационному полю Земли. Применяв к ним МССА, мы выделили главные компоненты (ГК) с разными периодами, отфильтровали шумы-страйпы. Это позволило получить карты долгопериодической, годовой и др. изменчивости, выявить районы наибольших изменений. Мы не использовали никаких дополнительных фильтров (например, гауссовского) в формуле (9.2).

Для столь крупных территорий, как Россия, спутниковая гравиметрия представляет важный канал получения информации, в том числе гидрологической. Ежемесячные данные по гравитационному полю со спутников GRACE после обработки были переведены в карты эквивалентного уровня воды (ЭУВ) и осреднены в бассейнах 15 крупнейших рек России.

Годовая компонента представлена ГК 1 (рис. 9.5). Тренд – ГК 2. Для среднего по России, в целом, характерен возрастающий тренд (рис. 9.4), обусловленный изменением влагозапасов, в первую очередь, Сибирских рек. Карта тренда (рис. 9.8) показывает прирост масс в районах Сибири, на Чукотке и у берегов Балтики, их уменьшение на Каспийском море.

Сумма первых 10 СЧ хорошо воспроизводит общую изменчивость сигнала. Максимум в бассейне Волги и Днепра весной 2013 г. вызван большим снегонакоплением на Европейской территории России (рис. 9.6), минимум 2010 г. - аномальной жарой над Европейской частью страны. Такого рода аномалии отчетливо прослеживаются в данных GRACE.

Конечно, мы не можем ответить на вопрос, что стало причиной последовательного прохождения летом 2010 г. двух антициклонов, повлекших жару над Европейской частью, и почему зимой 2013 над территорией России возросло количество снежных осадков, а в 2014 г. снизилось. Эти явления могут быть связаны с аномалиями переноса масс с Атлантики, фазой NAO, циркуляцией течения Гольфстрим, условиями в Арктике, и даже состоянием Южного колебания El Nino/La Nina. Ответы на все эти вопросы могут быть найдены лишь в рамках междисциплинарных исследований, с привлечением климатологических, метеорологических данных и суперкомпьютерных моделей. Некоторое обсуждение, например того, чем может быть вызвана пауза в глобальном потеплении (Hiatus) [356] проводится в главе 10. Прогнозы осадков и аномальных

температур на будущее могут быть найдены в Пятом отчете по климату МГЭИК [488] или в отчетах Гидрометцентра России [496].

В данной главе мы и не ставили задачи найти объяснения локальных изменений. Нашей целью было представить данные наблюдений GRACE и показать их необычайную ценность для гидрологии и климатологии в целом. Показать роль космической гравиметрии в комплексных геофизических исследованиях нашей планеты.

Мы использовали МССА для фильтрации данных GRACE и разделения главных компонент изменчивости. Видится весьма перспективным создание на его основе своего собственного продукта, например Российского релиза данных GRACE. Ведь метод коррекции данных GRACE, основанный на “мягком” отсечении малых сингулярных чисел уже используется французским космическим агентством CNES для получения собственного продукта уровня L2 [349, 476]. По мнению Е. Шрама, уже с четвертого релиза данных GRACE, JPL, в том или ином виде, использует отсечение малых сингулярных чисел. На сайте GRACE Tellus [477] имеется продукт (набор данных), полученных на основе объединения первых пятнадцати компонент эмпирического ортогонального разложения (EOF) придонного давления.

МССА также использован нами для фильтрации данных и разделения главных компонент изменчивости массы океана, полученной на основе данных GRACE по методике Чамберса и Бонини [271] на сетке широт и долгот с шагом в 1° . Удалось разделить долговременный тренд, годовое и четырехлетнее колебание, отфильтровать шумы. Особенно интересны медленные изменения (рис. 9.11), вносящие непосредственный вклад в изменения уровня моря, а также, через тензор инерции, влияющие на вращение Земли (см. главу 8). Всё же, вариации гравитационного поля в океане находятся на уровне шумов GRACE и, даже после многократной фильтрации, не дают четкой картины изменчивости. Прав был Дон Чамберс, который в личном разговоре с автором отметил, что каждый океан живет своей жизнью и требует отдельного пристального рассмотрения.

Точная физическая интерпретация полученных сигналов на суше требует сравнения с гидрологическими моделями (GLDAS, WGHM) и наземными гравиметрическими наблюдениями, а на море – с данными придонных станций. Полученные по GRACE результаты нашли подтверждение на основе сравнения с моделями стока рек Института водных проблем РАН [53] и измерениями абсолютных гравиметров. Для сравнений на море необходимо проведение экспедиций и установка придонных буйков. Когда-нибудь в будущем, как считает В.Л. Пантелеев, удастся сконструировать абсолютные морские гравиметры, которые будут устанавливать-

ся прямо в океане и фильтровать ускорения негравитационной природы в реальном времени на основе показаний GPS и др.

В целом, по результатам МССА можно сказать, что этот метод имеет большую гибкость, чем EOF и может быть полезным не только для обработки данных GRACE, но и других спутниковых данных, например, по альтиметрии, концентрации водяных паров в атмосфере [463], осадкам и др. [39].

Остаются следующие вопросы к методике: (i) какова полезная компонента сигналов ГК 1 и ГК 2; (ii) как уменьшить краевые эффекты для начальных и конечных точек ГК; (iii) как лучше разделить вековые изменения от годовых и изменений прочих периодических сигналов? Что касается последнего вопроса, к счастью, в нашем распоряжении имеется 14 лет наблюдений GRACE. Сделанный нами выбор параметра L позволяет довольно хорошо разделить компоненты.

22 мая 2018 г. состоялся пуск миссии GRACE FO, которая с осени этого года начнет предоставлять данные. Использование данных GRACE и GRACE-FO на суше способствует увеличению точности прогнозов паводков [404], половодий, урожайности сельскохозяйственных культур [174] и др. Гравитационное поле над океанами позволяет исследовать перераспределения масс океана, течения в нем, приток масс. В последние десятилетия методы дистанционного зондирования гравитационного поля дали впечатляющие результаты в виде моделей гравитационного поля Земли (GRACE, GOCE) и Луны (GRAIL, Gravity Recovery and Interior Laboratory). Космические миссии к планетам солнечной системы и их спутникам могут существенно выиграть от экспериментов с использованием гравиметрических и градиентометрических сенсоров и геодезических инструментов, которые позволяют уточнить модели внутреннего строения небесных тел [168, 197].

Глава 10

Анализ первых гармоник гравитационного потенциала Земли

*Мне нет необходимости
Искать для них права,
Коль вся Земля с судимостью
И ось её – крива!*
В. Божов, “Ночь на нарах”

10.1 Введение

Гравитационное поле Земли тесно связано с фигурой планеты, её внутреннем строением, отражает характер распределения масс в оболочках Земли. Большой интерес представляют колебания первых коэффициентов разложения гравитационного потенциала Земли, связанные с различными глобальными процессами на Земле и в Космосе, в частности, с перераспределением масс атмосферы и океана в годовом цикле и под действием приливных возмущений.

Перераспределения масс в поверхностном слое Земли происходят под действием многих геофизических процессов, в частности, изменений климата. Они связаны с таянием ледников, изменением массы и циркуляции океана и атмосферы, стока рек и др. То, как перераспределения масс Земли сказываются на гравитационном поле, также зависит от реологических свойств вязко-упругой Земли, определяющих ее отклик на нагрузку [81]. Коэффициенты Стокса разложения гравитационного поля Земли измеряются с высокой точностью методами лазерной локации спутников (SLR) и специальными гравиметрическими миссиями (GRACE, GOCE). Спутники GRACE, о которых шла речь в предыдущей главе, не чув-

ствительны к смещению геоцентра (коэффициентам первой степени) и менее чувствительны ко вторым гармоникам, чем SLR. Они, в основном, используются для изучения компонент гравитационного поля более высоких степеней и порядков. И хотя при обработке данных GRACE значения коэффициентов Стокса $\bar{C}_{20} = -J_2/\sqrt{5}$ принято заменять более точными, полученными из SLR-наблюдений (рис. 10.4) [8], мы будем также использовать данные GRACE для сравнения. В данной главе будет проведен анализ коэффициентов первой и второй степени, определяющих смещение центра масс и изменения моментов инерции.

10.2 Источники рядов координат геоцентра

Начнем с гармоник гравитационного потенциала первой степени, определяющих смещение геоцентра. Оно определяется относительно начала Международной земной системы отсчета ITRF, являющейся основой для геодезических исследований в области наук о Земле. Большинство современных геодезических измерительных систем опираются на данные слежения с наземных станций за искусственными спутниками. Центр масс Земли (геоцентр) в задачах динамики орбиты спутников определяется как центр масс всей системы, включая твердую Землю, океан, криосферу и атмосферу. Геоцентр используется в качестве начала орбитальной системы координат и системы координат, использованной при выводе уравнений динамики вращения твердого тела. Под движением геоцентра подразумевается движение центра масс по отношению к центру фигуры твердой поверхности Земли, на которой размещены станции наблюдений. Эти смещения весьма малы, но их изучение необходимо для связи систем координат и геодинамических задач.

В настоящее время лазерная локация спутников (SLR) является одним из наиболее точных способов получения данных о геоцентре. Ряд SLR начинается в 1976 году, когда был запущен спутник LAGEOS-1. Через 16 лет был запущен LAGEOS-2 [490]. На основе измерений расстояний до этих спутников [341, 253], оснащенных лазерными отражателями, определяются координаты спутников и вызванные неоднородностями гравитационного поля возмущения в их орбитах. Это позволяет определить не только вариации положения геоцентра, но и других низших коэффициентов гравитационного поля Земли, в частности, J_2 [280], уточнить ПВЗ [298] и др. [500]. Точность определений смещений геоцентра относительно начала земной системы координат ITRF по SLR за последние 15 лет существенно возросла благодаря появлению новых систем наблюдений, а также новых спутников Starlette, Stella и др. Се-

годня служба SLR проводит регулярные определения орбит нескольких десятков специализированных спутников. В России станции наблюдений находятся во ВНИИФТРИ [462]. Определением ПВЗ и координат геоцентра занимаются также в ИНАСАН [298].

Вычисление положения геоцентра ведется также службами GPS и DORIS, однако, малые смещения центра масс, едва достигающие 1 см, определяются ими с большими погрешностями. Решения GPS и DORIS дают амплитуды смещений X и Y , отличающиеся, от SLR, но наиболее велики разногласия для Z компоненты [344].

SLR, DORIS и GPS в различной степени чувствительны к колебаниям геоцентра. Трудности при моделировании негравитационных сил, действующих на спутники, ограничивают возможность методов GPS и DORIS для точного измерения вектора положения геоцентра [1]. Из личной беседы с З. Альтамими, директором центра по системам координат IERS, автор заключил, что продукт центра IGS по координатам центра масс в настоящее время вообще не следует использовать.

Наблюдаемые смещения геоцентра обусловлены геофизическими и климатическими процессами в мировом океане, гидрологическими изменениями на суше, таянием ледников [280]. Однако модели этих процессов на сегодняшний день ещё недостаточно точны, чтобы воспроизвести все тонкости в движении геоцентра. Сказывается нехватка наблюдений за таянием ледников, процессами в недрах и др. [442]. В последнее время предпринимаются попытки оценить положение геоцентра на основе моделей изменчивости придонного океанического давления ОВР построенных по гравитационному полю со спутников GRACE.

Гравитационный потенциал Земли выражается посредством сферических гармоник с помощью коэффициентов Стокса \bar{C}_{nm} и \bar{S}_{nm} (9.1). Он является функцией глобального распределения масс, интегрируемых по объему, охватывающему всю Землю с ее оболочками. Координаты центра масс в принятой системе координат определяются нормированными коэффициентами сферических гармоник \bar{C}_{10} , \bar{C}_{11} и \bar{S}_{11} первой степени. Если бы земля была абсолютно твердым телом, начало координат было бы выбрано раз и навсегда в центре инерции и все коэффициенты первой степени были бы равны нулю. Однако для реальной Земли с атмосферой и океаном это не так.

Вектор положения геоцентра, проведенный из выбранного начала системы координат (ITRF), задается в виде:

$$\mathbf{r}_{cm} = a_e \sqrt{3} (\bar{C}_{11}, \bar{S}_{11}, \bar{C}_{10}),$$

где a_e – экваториальный радиус Земли. Он может быть выражен как

$\mathbf{r}_{cm} = \mathbf{r}_{cm}^s + \mathbf{r}_{cm}^f$. Вектор \mathbf{r}_{cm}^s задаёт координаты центра масс твердой Земли, он определяется интегрированием по её объёму произведения элементарных масс на их радиусы-векторы, а вектор \mathbf{r}_{cm}^f – интегрированием по жидкому тонкому поверхностному слою, в пределах которого масса может свободно перераспределяться. Вклад в гравитационное поле определяется коэффициентами

$$\bar{C}_{10}^f = \frac{a_e^2}{3M} \int \int \Delta\sigma(\phi, \lambda) \sin \phi dS,$$

$$\bar{C}_{11}^f = \frac{a_e^2}{3M} \int \int \Delta\sigma(\phi, \lambda) \cos \phi \cos \lambda dS,$$

$$\bar{S}_{11}^f = \frac{a_e^2}{3M} \int \int \Delta\sigma(\phi, \lambda) \cos \phi \sin \lambda dS,$$

где dS – элемент площади поверхности, $\Delta\sigma(\phi, \lambda)$ – проинтегрированная по толще поверхностная плотность выбранного тонкого слоя в точке с широтой ϕ и долготой λ . Тригонометрические функции появляются из представления функции Лежандра $P_1^1(\cos(\phi))$. Смещение \mathbf{r}_{cm}^f учитывает нагрузку от массы тонкого слоя (описываемую с помощью \bar{C}_{10}^f , \bar{C}_{11}^f , \bar{S}_{11}^f) и нагрузку, вызванную деформацией земной поверхности.

Оба вектора \mathbf{r}_{cm}^s и \mathbf{r}_{cm}^f определены относительно начала выбранной системы координат (ITRF или GTRF) [471], которое, как правило, совпадает со средним центром масс. Вектор мгновенного положения геоцентра \mathbf{r}_{cm} представляет собой смещение между началом координат ITRF и мгновенным центром масс [471]. К сожалению, он не измеряется напрямую расположенными на поверхности Земли обсерваториями, но может быть определен из анализа данных SLR. Словами С.К. Татевян, имеющиеся у нас ряды геоцентра отражают перемещения спутниковой группировки, летающей вокруг центра масс, относительно системы станций слежения, т.е. земной коры.

10.3 Анализ рядов геоцентра

Для анализа были взяты данные Международной службы лазерной локации спутников ILRS пятого релиза за период с 1992.87 по 2017.13 с шагом в месяц [501], содержащие положения геоцентра в мм по осям X , Y и Z системы ITRF. Ряды данных представлены на рис. 10.1 слева вместе с линейными трендами вида $y = Ax + B$. Оценки параметров даны в таблице 10.1. Наибольшая амплитуда изменчивости наблюдается по

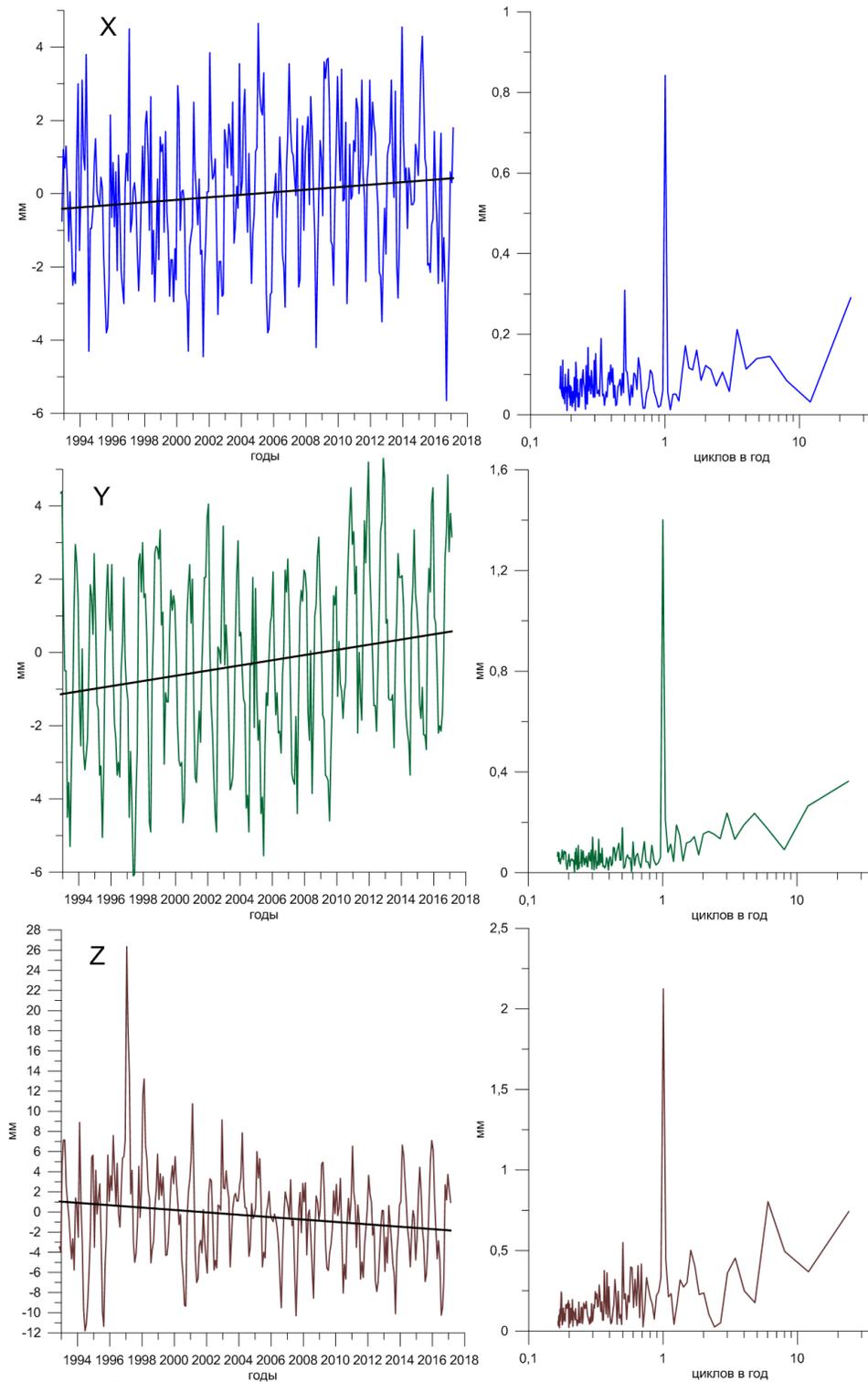


Рис. 10.1: SLR X , Y , Z -координаты геопотенциала с 1992 по 2017 гг. и их линейные тренды (слева). Спектр координат геопотенциала (справа).

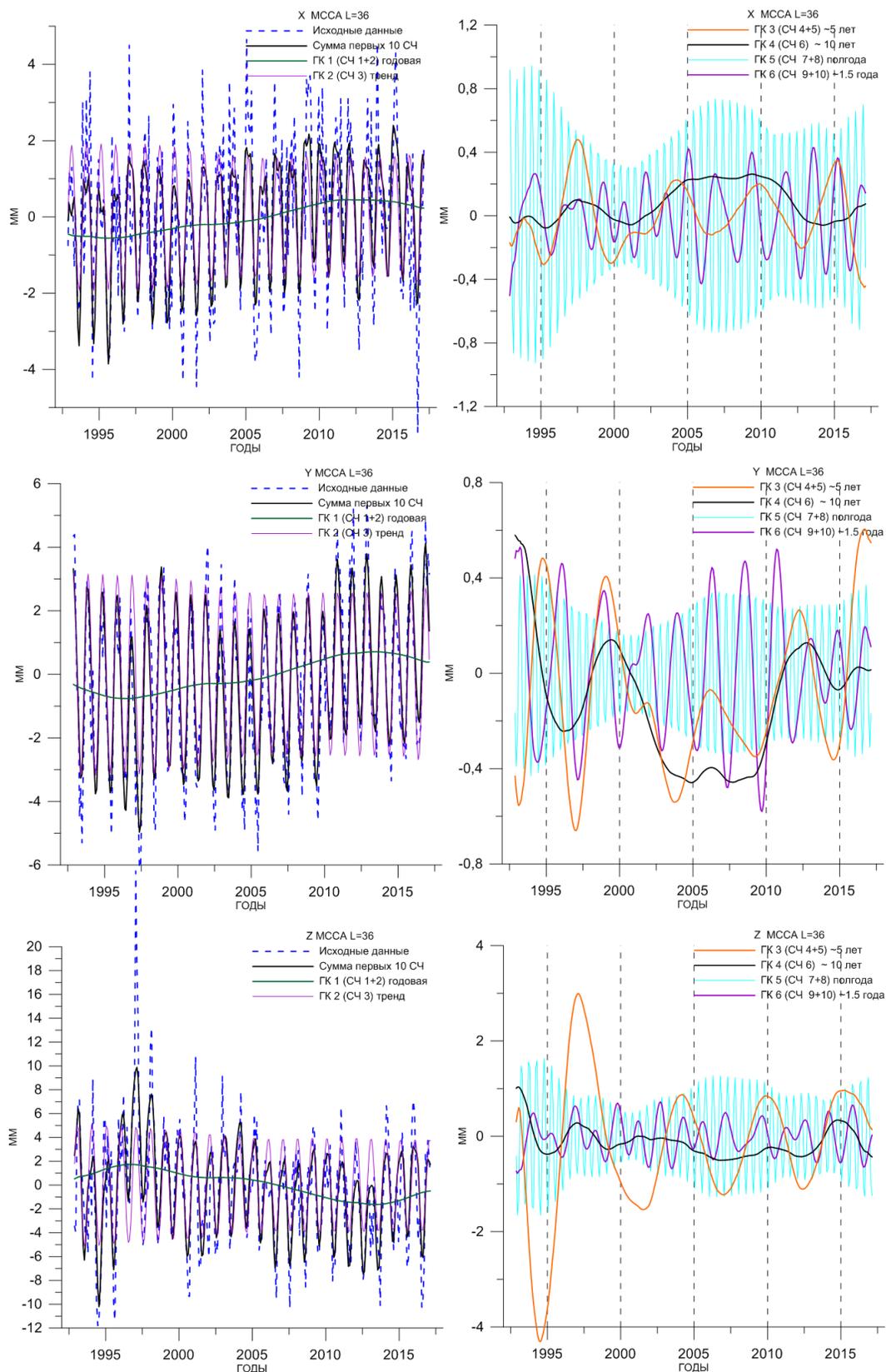


Рис. 10.2: Главные компоненты, выделенные МССА для X (вверху), Y (в центре) и Z (внизу) координат геоцентра.

Таблица 10.1: Модель тренда для координат геоцентра, $A(t - t_0) + B$, $t_0 = 1995$ г. с погрешностями σ .

| координата | A, мм/год | σ_A , мм/год | B, мм | σ_B , мм |
|------------|-----------|---------------------|-------|-----------------|
| x | 0.034 | 0.016 | -0.35 | 0.20 |
| y | 0.071 | 0.020 | -0.99 | 0.25 |
| z | -0.119 | 0.040 | 0.80 | 0.48 |

Z -координате, погрешности этой проекции геоцентра также максимальны. При переводе в сферическую систему, тренд геоцентра получается равным 0.143 мм в год и направлен в точку с координатами ($\varphi = -87.0$, $\lambda = 64.4$). В 1997 году в данных по оси Z имеется выброс неизвестной нам причины. Спектры для каждой из компонент представлены на рис. 10.1 справа. Они демонстрируют колебания с периодами геофизических процессов, вызывающих глобальные перераспределения масс. Основная составляющая – сезонная.

Нами выполнен совместный МССА для всех трех координат. Параметр L выбран равным 36 месяцам (3 годам). По полученным сингулярным числам были восстановлены главные компоненты изменчивости и построены графики для каждой из координат X , Y , Z .

На рис. 10.2 представлены главные компоненты (ГК), полученные объединением сингулярных чисел (СЧ) со сходным поведением. ГК 1 – годовая компонента, является результатом группировки СЧ 1 и 2. Полученная из СЧ 3 компонента ГК 2 представляет собой тренд. ГК 3 (СЧ 4+5) имеет период колебаний около пяти лет. ГК 4 имеет медленную квазидесятилетнюю изменчивость. ГК 5 (СЧ 7+8) – полгода. ГК 6 (СЧ 9+10) – полтора года. Прочие компоненты мы не рассматривали.

Декартовы координаты геоцентра были переведены в сферические. По представленному на рис. 10.3 распределению исходных значений (r, ϕ, λ), а также значений, полученным по сумме ГК 1-6 (после МССА) на интервале 1992-2017 гг., видно, что смещения геоцентра группируются в некоторой выделенной полосе, наклоненной к экватору. Это может являться артефактом, связанным с чувствительностью системы SLR, но, скорее всего, свидетельствует о коррелированности движения по z -координате с положением геоцентра в x, y плоскости [285].

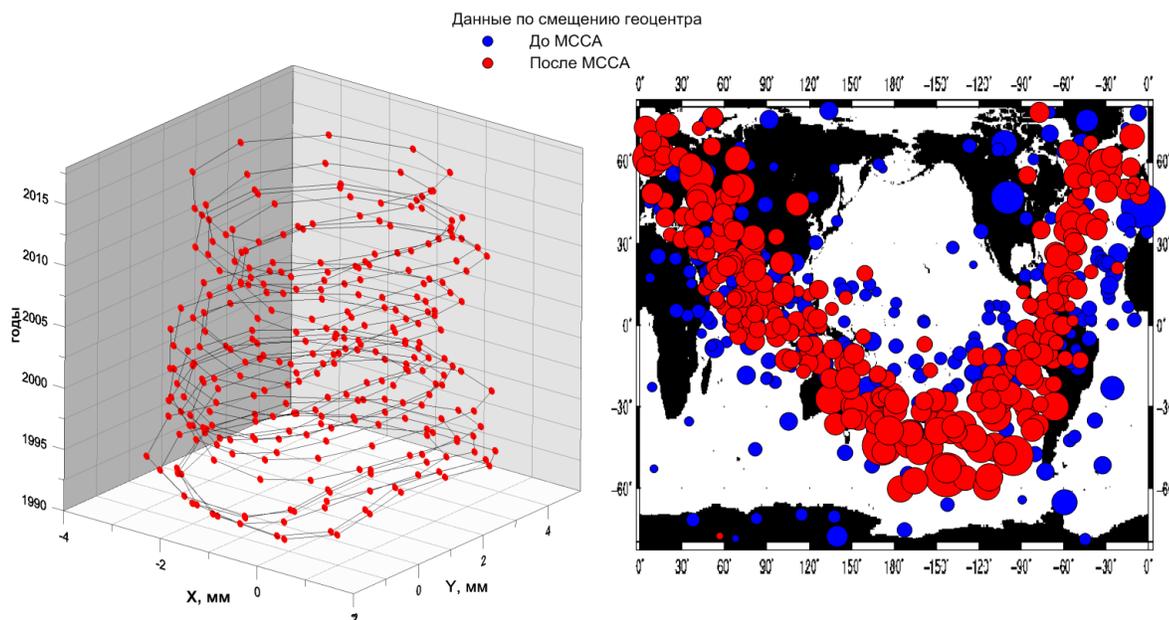


Рис. 10.3: Карта смещений геоцентра в экваториальной плоскости x - y (слева) и в сферической системе координат (справа) на интервале 1992-2017 гг. Широта и долгота определяют направления смещений, радиус кружков определяется модулем $|r|$.

10.4 Динамический форм-фактор J_2 по данным SLR и GRACE

Перейдем к анализу коэффициента $J_2 = -\sqrt{5}\bar{C}_{20}$ гравитационного поля Земли. Использован временной ряд коэффициента разложения гравитационного потенциала J_2 с 1976 по 2011 гг. с месячным шагом по данным лазерной локации спутников [493], дополненный рядом с 2011 по 2017 г. [472]. Сравнение значений J_2 по данным SLR с менее точными значениями GRACE представлено на рис. 10.4.

10.5 Сингулярный спектральный анализ J_2

Нами выполнен сингулярный спектральный анализ (ССА) временного ряда вариаций J_2 после вычитания среднего значения $\langle J_2 \rangle = 1082.636 \cdot 10^{-6}$ за период с 1976 по 2016 гг. Метод ССА, подробно описанный в [1, 8, 194, 92, 157], является одномерной версией МССА, описанного в предыдущих главах 6, 9.

Для временного ряда J_2 с месячным шагом мы сопоставили результаты ССА для значений параметра задержки $L = 5, 10, 12, 18$ и 20 лет.

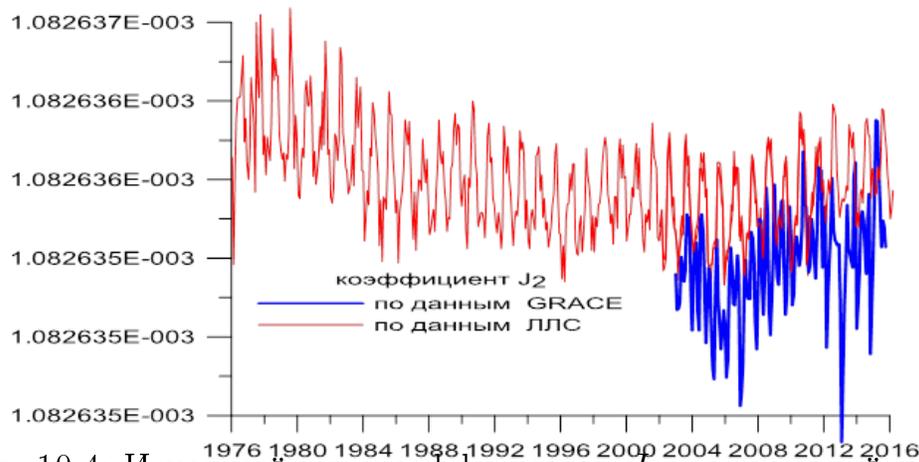


Рис. 10.4: Исходный ряд коэффициента J_2 , полученный по данным SLR с 1976 по 2017 гг. в сравнении со значениями на основе данных GRACE с 2003 г.

Был выбран оптимальный на наш взгляд лаг $L = 216$ (18 лет). Для первых сингулярных чисел была проведена группировка. Так, в главную компоненту ГК 1 вошли СЧ 1 и 2, вобравшие в себя годовое колебание. Тренд, представленный СЧ 3 и 4 отошел к ГК 2. ССА позволил также выделить квази-20-летнюю (ГК 3, СЧ 5), квази-10-летнюю (ГК 4, СЧ 6 и 7), полугодовую (ГК 5, СЧ 8+9) компоненты изменчивости. Они представлены на рис. 10.5. Компоненты, соответствующие СЧ ≥ 10 , в нашем исследовании не учитывались.

Убедиться в том, что сумма первых шести главных компонент хорошо аппроксимирует ряд вариаций δJ_2 и практически полностью выбирает его изменчивость можно, взглянув на рис. 10.5, где слева представлен исходный ряд и сумма первых десяти СЧ. Справа на рис. 10.5 представлены годовая, полугодовая, квази-20-летняя и 10-летняя компоненты. Зеленым цветом показана компонента, соответствующая шумовому СЧ 10. В начале спутниковых измерений в 1970-е годы результаты были менее точными, чем в конце периода наблюдений, в них было больше шумов.

Наиболее выраженными компонентами изменчивости δJ_2 являются ГК 1 (годовая) и ГК 5 (полугодовая). Видно, что ГК 1 имеет амплитуду около $3 \cdot 10^{-10}$, ГК 5 имеет амплитуду около $5 \cdot 10^{-10}$. ГК 1 достигает минимума в январе-феврале, максимума – в июле-августе (рис. 10.5). ГК 5 достигает минимума в мае и октябре, максимума – в феврале и июле. Это связано с сезонностью перераспределения масс в океане и атмосфере

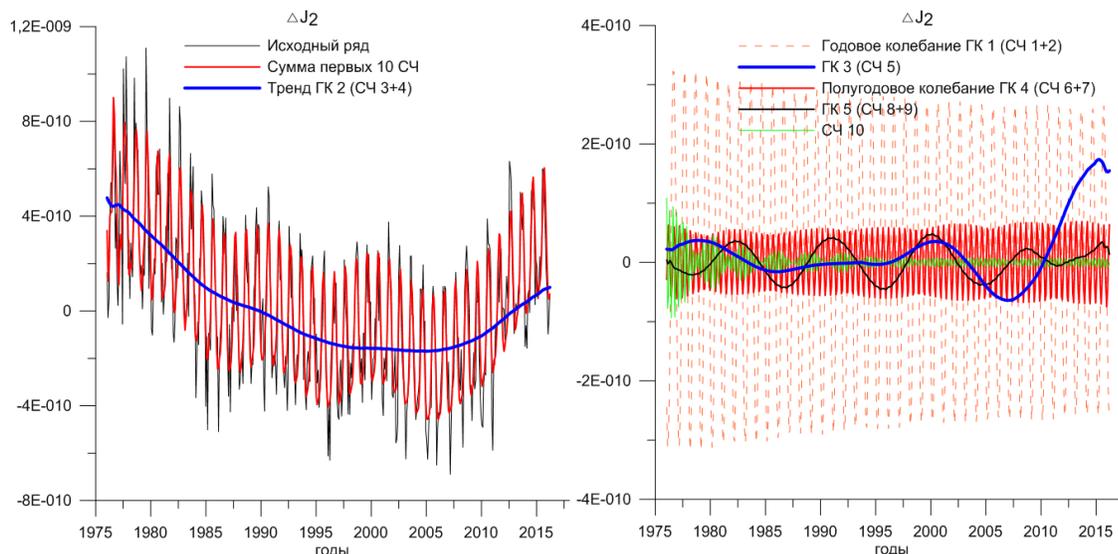


Рис. 10.5: Сопоставление исходного ряда δJ_2 и его аппроксимации первыми десятью СЧ слева. Показан также тренд ГК 2. Графики годовой компоненты ГК 1, декадной ГК 3, квази-20 летней ГК 4 и полугодовой ГК 5 показаны справа.

Земли [280, 441]. На рис. 10.5 справа также представлены 20-летняя ГК 3 и 10-летняя ГК 4. Компонента ГК 4 нестабильна. Она сильно возрастает к правому краю интервала, что может являться следствием краевого эффекта, либо отражает ускоренный рост после 2005 г. При общей малости амплитуды 20-летней компоненты (порядка $5 \cdot 10^{-11}$) она четко выделяется методом ССА. В работе [280] в ряде J_2 также была обнаружена гармоника с периодом 18.6 лет, сходной амплитуды. То, квази-20-летняя ГК 3 может соответствовать гармонике с периодом 18.6 лет, вызванной прецессией узлов лунной орбиты. В этом цикле максимальные склонения Луны изменяются от $\pm 29^\circ$ до $\pm 18^\circ$, что влияет на амплитуду прилива и может сказываться на сжатии планеты и коэффициенте J_2 . Компонента ГК 4 объединяет в себе СЧ 8 и 9 с периодами 10 и 8 лет. Минимумы этой компоненты наблюдались в 1987, 1995, 2004 и 2011 годах, максимумы – в 1991, 1999 и 2008 г. Данная компонента может быть связана с модуляцией прилива под влиянием движения перигея лунной орбиты, период которого 8.85 года [213], с процессами в океане, влияющими на сжатие планеты, либо с 9.3-летним приливом, связанным с полупериодом прецессии орбиты Луны, график которого представлен на рис. 8.3 внизу слева.

Заметим, что два минимума (1987, 1995) и два максимума (1991, 2009)

компоненты ГК 4, с некоторым разбросом, совпадают с годами максимумов и минимумов Солнечной активности (рис. 10.5 внизу справа). В ряде работ [91, 213, 332, 356] выдвигаются предположения о связи циклов солнечной активности и колебаний климата на Земле. Косвенно это может сказаться и на перераспределении масс и вызвать вариации в J_2 . Однако, как показано в [118, 201] кумулятивное (накопленное) влияние солнечной активности на климат проявляется лишь на периодах более 50 лет, в предположении, что излучение нашего светила относительно стабильно.

Весьма любопытен, на наш взгляд, тренд J_2 – компонента ГК 2, представленная на рис. 10.5 слева синим. Этот тренд был также выделен МНК как полином второго порядка и показан на рис. 10.7 красным. Возможно, он является частью незавершенного колебания с периодом большим, чем длительность спутниковых измерений. На графике 10.7 видно, что с начала наблюдений SLR в 1976 г. тренд спадал, в начале 2000-х достиг минимума, и, пройдя абсолютный минимум в 2003-2005 гг., стал стремительно расти. Если предположить, что в 70-е годы данная компонента находилась в максимуме, то её период может быть оценён в 60-70 лет.

Подобная изменчивость присутствует также в огибающей ЧДП (рис. 4.2) и длительности суток LOD [32, 12] с экстремумами в 1970-е и 2000-е годы. В колебаниях глобальной температуры на Земле также выделяют 60-ти летнюю периодичность, идущую в противофазе с длительностью суток LOD и связанную с многолетним атлантическим колебанием [492, 356]. Конечно, продолжительность наблюдений J_2 для однозначного вывода еще недостаточна, но если со временем выяснится, что выделенная ГК 6 действительно представляет часть 60-летнего колебания, идущего в фазе с климатическими изменениями и вариациями во вращении Земли, то это будет неудивительно. Даже в древнем Китае и Вавилоне 60-летний цикл был одним из основных календарных периодов. Известны циклы Кондратьева в мировой экономике с подобными периодами и многие другие.

10.6 О влиянии коэффициентов гравитационного потенциала второй степени на вращение Земли.

Перераспределения масс, связанные с коэффициентами гравитационного потенциала C_{21} , S_{21} и $J_2 = -\sqrt{5}C_{20}$, вызывают изменения тензора

инерции Земли ([153], стр. 161)

$$\begin{aligned} Ma^2\Delta C_{20} &= -(\Delta I_{33} - \frac{1}{2}(\Delta I_{11} + \Delta I_{22})), \\ Ma^2\Delta C_{21} &= -\Delta I_{13}, \quad Ma^2\Delta S_{21} = -\Delta I_{23}, \\ Ma^2C_{22} &= \frac{1}{4}(I_{22} - I_{11}), \quad Ma^2S_{22} = -\frac{1}{2}I_{23}. \end{aligned}$$

Здесь I_{ii} – главные моменты инерции, I_{ij} – произведения инерции (см. главу 11.4), M – масса Земли, a – экваториальный радиус.

Их вклад в функции углового момента может быть вычислен по формулам [272, 410]

$$\begin{aligned} \chi_1 &= -\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}(1+k'_2)} \frac{1.098R^2M}{C-A} \Delta\bar{C}_{21}, \\ \chi_2 &= -\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}(1+k'_2)} \frac{1.098R^2M}{C-A} \Delta\bar{S}_{21}, \end{aligned} \quad (10.1a)$$

$$\chi_3 = -\frac{2\sqrt{5}}{3(1+k'_2)} \frac{0.753R^2M}{C_m} \Delta\bar{C}_{20}, \quad (10.1b)$$

где $k'_2 = -0.3081$ – нагрузочный коэффициент Лява второй степени, $C = I_{33}$ и $A = I_{11}$ – полярный и экваториальный моменты инерции, C_m – главный момент инерции мантии, R – средний радиус Земли. Крышка над коэффициентами Стокса означает их нормализацию: $(C_{nm}, S_{nm}) = k_{nm}(\bar{C}_{nm}, \bar{S}_{nm})$, где коэффициент $k_{nm} = \sqrt{\epsilon_m(2n+1)(n-m)!/(n+m)!}$ зависит от $\epsilon_0 = 1$, $\epsilon_{m>0} = 2$ для степени n и порядка m .

Для осевой компоненты $m_3 = -\chi_3 = -\Delta LOD/LOD$ (см. раздел 1.3). Исходя из этого, можно вычислить влияние коэффициента J_2 на длительность суток и прийти к формуле из работы [451], немного отличающейся от (10.1b)

$$m_3 = \frac{\Delta\omega(J_2)}{\omega} = -\Delta J_2 \frac{2Ma^2}{3C}, \quad (10.2)$$

но дающей результат того же порядка.

10.7 Вариации во вращении Земли, вызванные изменениями C_{21} , S_{21} и C_{20}

Мы вычислили вариации, вызванные C_{21} и S_{21} по данным GRACE и SLR, согласно уравнениям (10.1a), и сравнили их с линейными трендами

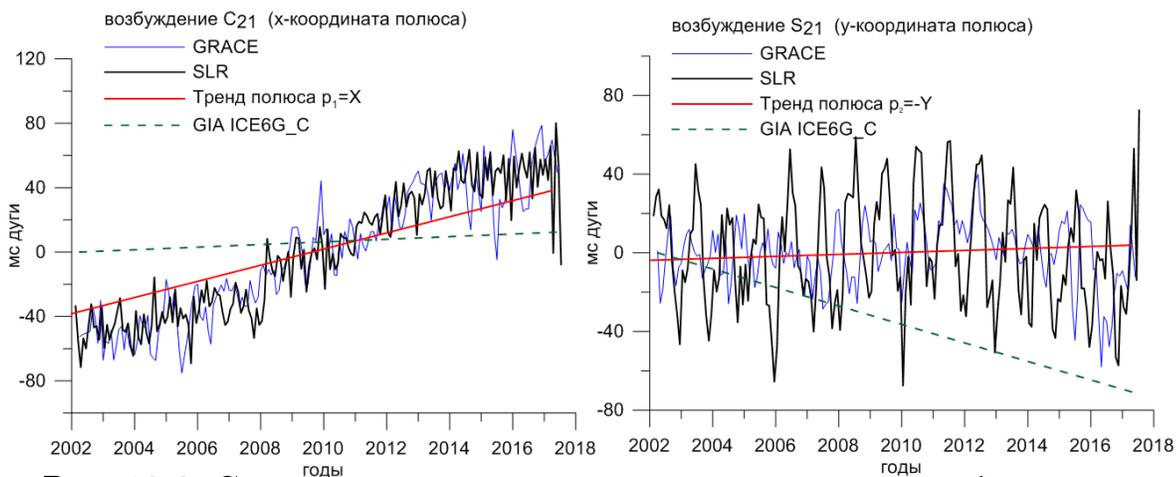


Рис. 10.6: Сравнение трендов в движении полюса с возбуждениями, реконструированными по C_{21} и S_{21} со спутников GRACE и SLR. Среднее вычтено. GIA модель ICE6G_C показана пунктиром. [12].

в ДП $p_1 = x$ и $p_2 = -y$ за последние 15 лет. Уравнение (12.29) пропускает низкочастотный тренд без искажений, поэтому можно не переводить линейный тренд в возбуждение, тем более, что низкочастотная фильтрация приведет к краевым эффектам. Хорошее согласие геофизических возбуждений с трендами ДП на рис. 10.6 указывает на то, что драйвером дрейфа полюса действительно могут являться перераспределения масс под действием изменений климата. Перед тем как построить график на рис. 10.6, средние были вычтены. Они связаны с начальными условиями и подбираются по ним при интегрировании уравнений Эйлера-Лиувилля. Однако мы не вычитали глобальный вековой дрейф полюса, как в работе [234]. Он, как предполагается, вызван послеледниковым поднятием и должен описываться моделью GIA. Сделанные нами оценки представлены в таблице 10.3.

Тренды GIA различны для разных моделей. К примеру, коэффициенты Стокса второй степени в модели Паулсона 2007 [388], рекомендованной к использованию для обработки данных GRACE до 2013 г., не согласуются с более современной моделью Пелтье ICE6G_C [389]. Моделирование послеледникового поднятия, требующее знаний о вязких свойствах астеносферы, все еще вносит неопределенности. Коэффициенты трендов, посчитанные по значениям C_{21} , S_{21} 16 моделей GIA использованных в [322] посчитаны и представлены нами в таблице 10.2.

Помимо GIA, мы представили оценки трендов по данным ААМ NCEP/NCAR и ОАМ ECCO в таблице 10.3. Суммарный эффект

ОАМ+ААМ (масса+движение) оказался несколько больше, чем эффект атмосферной и океанической массы (АОМ), который вычитается из данных GRACE при обработке и был добавлен вновь в работе [234].

Наблюдаемое и модельное возбуждения, представленные на рис. 10.6, неплохо согласуются, как и в [234], однако наблюдаются и расхождения. Для χ_1 тренд в p_1 на 3.37 мс дуги в год меньше тренда по данным GRACE. Вычитание ОАМ+ААМ эффектов из ДП и GIA из данных GRACE уменьшает расхождение до 2.20 мс дуги в год. Для χ_2 тренд в p_2 на 0.79 мс дуги в год больше тренда SLR, и на 0.5 мс дуги в год больше тренда GRACE, что находится в пределах погрешности. Однако поправка за ОАМ+ААМ увеличивает расхождение с GRACE до 3.01 мс дуги в год. Такие расхождения могут объясняться тем, что мы не проводили фильтрацию данных JPL GRACE L2 RL05, рядов движения полюса и SLR. Другой источник разногласий – полюсный прилив, который вычитается при предобработке данных GRACE [322]. Мы не проводили такого комплексного исследования, как в [234] и [410], где также были сопоставлены годовые и межгодовые возбуждения.

На рис. 10.7 представлен тренд в LOD, индуцированный $J_2 = -\sqrt{5}\bar{C}_{20}$ по формуле (10.2) вместе с подобранным МНК параболическим трендом. Отчетливо видно, как в районе 2005 г. убывающий тренд сменился возрастающим. В разделе 10.5 он был выделен методом МССА [29] и сделано предположение о его квазипериодической, возможно ~ 60 -летней природе. По модели GIA тренд должен быть линейным и составлять -6.55 мкс/год (модель Паулсона) либо -5.48 мкс/год (модель ICE6G_C) по уравнению (10.2). Разворот тренда в наблюдениях может быть следствием таяния ледников, активно идущего в последние десятилетия [280, 295, 381].

На рис. 10.8 тренд компоненты J_2 показан вместе с графиком LOD с 1832 года и колебаниями температуры на Земле, выделенными по методике 8-й главы. Представлен также дипольный магнитный момент (после вычитания линейного тренда) полученный по формуле

$$m_d = \frac{4\pi}{\mu_0} a^3 \sqrt{(g_1^0)^2 + (g_1^1)^2 + (h_1^1)^2},$$

где μ_0 – магнитная постоянная, g_1^0 , g_1^1 , h_1^1 – коэффициенты Гаусса, взятые с сайта IGRF с шагом в 5-лет [489].

Из рис. 10.8 отлично видно, что долговременный тренд в LOD с некоторой задержкой повторяет изменения магнитного момента. Это можно считать дополнительным весомым аргументом в пользу связи декадных (60-летних) колебаний LOD с процессами на границе ядро-мантия [361].

Таблица 10.2: Величины (мс/год) трендов возбуждения полюса по моделям GIA.

| GIA модель | χ_1 | χ_2 | СИСТОЧНИК |
|-----------------|----------|----------|-----------|
| A_5_R_GEO | 0.33 | -1.68 | |
| Pel_4_VM2_GEO | -0.57 | 1.42 | [390] |
| Pel_5_VM2_GEO | 1.58 | -8.05 | [391] |
| Pel_5_VM4_R_GEO | 3.14 | -22.40 | [475] |
| Pel_6_GEO | 1.74 | -7.07 | [389] |
| Pur_6_GEO | 0.14 | -4.57 | [396] |
| SKM_O_R_GEO | -0.18 | 0.70 | [409] |
| SVv_3_REF_GEO | -0.67 | 1.68 | [475] |
| SVv_L_ALT_GEO | -0.04 | 0.30 | [475] |
| SaS_1_GEO | -0.62 | 2.01 | [475] |
| SaS_3_GEO | -0.59 | 1.42 | [475] |
| WaO_EGOD_GEO | 2.42 | 0.09 | [444] |
| WaW_4_GEO | -0.91 | 1.22 | [434] |
| WaW_5_GEO | -0.81 | 2.30 | [322] |
| vdW_5_GEO | -0.40 | 1.88 | [322] |
| vdW_5_R_GEO | 0.70 | -5.23 | [322] |
| Паулсона | -0.52 | +3.09 | [388] |
| Пелтье ICE6G_C | 0.08 | -4.70 | [389] |

Таблица 10.3: Скорости дрейфа ДП и тренды в возбуждении (мс дуги в год).

| параметр | интервал | χ_1 | χ_2 | источник |
|--------------------|--------------|------------------|-------------------|------------|
| долговременное ДП | 1846-2017 | 1.21 ± 0.05 | -2.44 ± 0.05 | эта работа |
| долговременное ДП | 1900-2017 | 1.70 ± 0.08 | -3.49 ± 0.08 | эта работа |
| долговременное ДП | 1900-2015(?) | 0.79 ± 0.2 | -2.95 ± 0.74 | [234] |
| современное ДП | 2002-2017 | 5.01 ± 1.39 | 0.5 ± 1.30 | эта работа |
| современное ДП | 2002-2015 | 5.39 ± 0.2 | 0.11 ± 0.74 | [234] |
| GRACE | 2002-2017 | 8.38 ± 0.24 | -0.005 ± 0.27 | эта работа |
| SLR | 2002-2017 | 8.07 ± 0.24 | -0.29 ± 0.46 | эта работа |
| ААМ NCEP давл. IB | 2002-2017 | 0.14 ± 0.06 | -0.23 ± 0.08 | эта работа |
| ААМ NCEP давл. NIB | 2002-2017 | -0.09 ± 0.02 | -0.31 ± 0.04 | эта работа |
| ААМ NCEP ветер | 2002-2017 | -0.62 ± 0.04 | -0.71 ± 0.04 | эта работа |
| ОАМ ЕССО давление | 2002-2016 | 0.28 ± 0.03 | -0.27 ± 0.05 | эта работа |
| ОАМ ЕССО течения | 2002-2016 | 0.003 ± 0.03 | 0.07 ± 0.03 | эта работа |
| ОАМ+ОВР IB-м+двл | | -0.2 ± 0.06 | -1.14 ± 0.08 | эта работа |
| АОМ | | -0.03 | 0.22 | [234] |

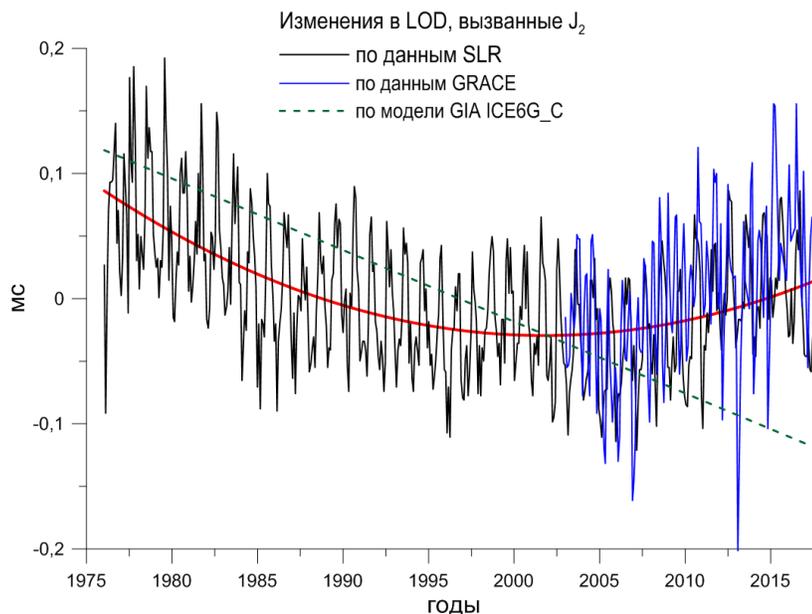


Рис. 10.7: Пересчитанные во влияние на длительность суток LOD ряды коэффициента J_2 по данным SLR с 1976 по 2017 гг. и по данным GRACE с 2003 г. Параболический тренд сменился с убывающего на возрастающий в ~ 2005 г. Пунктиром показан тренд по модели GIA [389].

Обратим внимание на то, что с изменением тренда J_2 , тенденция ускорения вращения Земли в ~ 2003 году сменилась замедлением. Чтобы объяснить такое поведение LOD изменениями поверхностных масс, например таянием ледников Антарктиды и Гренландии, влияние которых передается через J_2 , необходимо, чтобы знаменатель выражения (10.2) оказался в ~ 20 раз меньше, в противном случае, вычисленное выше и представленное на рис. 10.7, 10.8 влияние тренда J_2 на LOD составляет лишь 0.1 мс. Даже если использовать в [251] для знаменателя (10.2) значение момента инерции мантии C_m , это изменит результат лишь в 1.14 раза. Уменьшить знаменатель (10.2) позволяет гипотеза Сидоренкова и Корсуня [169, 120], согласно которой LOD лишь отражает проскальзывание литосферы по астеносфере. Момент инерции литосферы C_l примерно в 27 раз меньше C всей Земли, проскальзывание могло бы происходить на больших периодах в результате уменьшения трения под действием приливных вибраций [264]. На годовых периодах такой механизм не может работать. Однако, при таких предположениях, и тренд движения полюса может оказаться лишь следствием движений земной коры. Это вступает в противоречие со значениями моментов инерции, принятых в уравнениях теории прецессии и нутации (Приложение А). И, хотя такого рода

гипотезы позволяют подступить к задаче проявляющейся в наблюдениях корреляции между LOD и амплитудой чандлеровского колебания [186], а также между 6.2-летними биениями радиуса ДП и 6-летним колебанием в LOD (Бизуар, личная коммуникация), они также способны вызвать серьезные разночтения в уже принятых моделях, и в нашей работе мы не будем их развивать.

Поскольку чандлеровская частота определяется разностью моментов инерции (12.23), изменения в J_2 также ведут к изменению периода Чандлера, которое пропорционально относительным изменениям J_2 . Расчеты дают весьма малую поправку к 433-суточному периоду – порядка нескольких секунд.

10.8 О возможных общих причинах особенностей вращения Земли и циркуляции в оболочках

Как уже говорилось, на рис. 10.8 представлены долговременные (с 1846 г.) изменения длительности суток LOD, реконструированные из наблюдений затмений и покрытий звезд Луной [315]. Они сопоставлены с изменениями температуры на Земле, полученными в главе 8, после вычитания тренда и инвертирования, а также с аномалией магнитного диполя Δm_d . Нами проведен статистический тест проверки гипотезы H_0 об общей причине [436]. Суть теста состоит в следующем: предположим ряд z_1 , возможно со сдвигом, является общей причиной некоторой части поведения рядов z_2 и z_3 . Чтобы это проверить:

а) выполняется проецирование этих рядов на z_1

$$z_2 = a_2 z_1 + Z_2, \quad z_3 = a_3 z_1 + Z_3$$

б) H_0 отвергается, если корреляция ряда z_2 с остатками Z_3 и корреляция ряда z_3 с остатками Z_2 значимы, т.е. остатки Z_2, Z_3 объясняют существенную часть изменчивости исследуемых рядов.

Мы смоделировали вариации магнитного момента Δm_d методом НМНК, и выбрали 65-летнюю гармонику его изменчивости. Такая модель с запаздыванием в 13 лет на интервале 1850-2018 гг. взята за ряд z_1 общей причины. Корреляция этого ряда с изменчивостью LOD (z_2) составила 0.65 ± 0.1 , а с аномалиями температуры (z_3) 0.56 ± 0.1 . Корреляция остатков Z_2 с z_3 и Z_3 с z_2 составила лишь 0.03 и 0.04, что позволяет считать гипотезу H_0 , о том что изменения магнитного поля могут быть общей причиной как вариаций LOD так и изменений температуры в 60-летнем цикле, приемлимой.

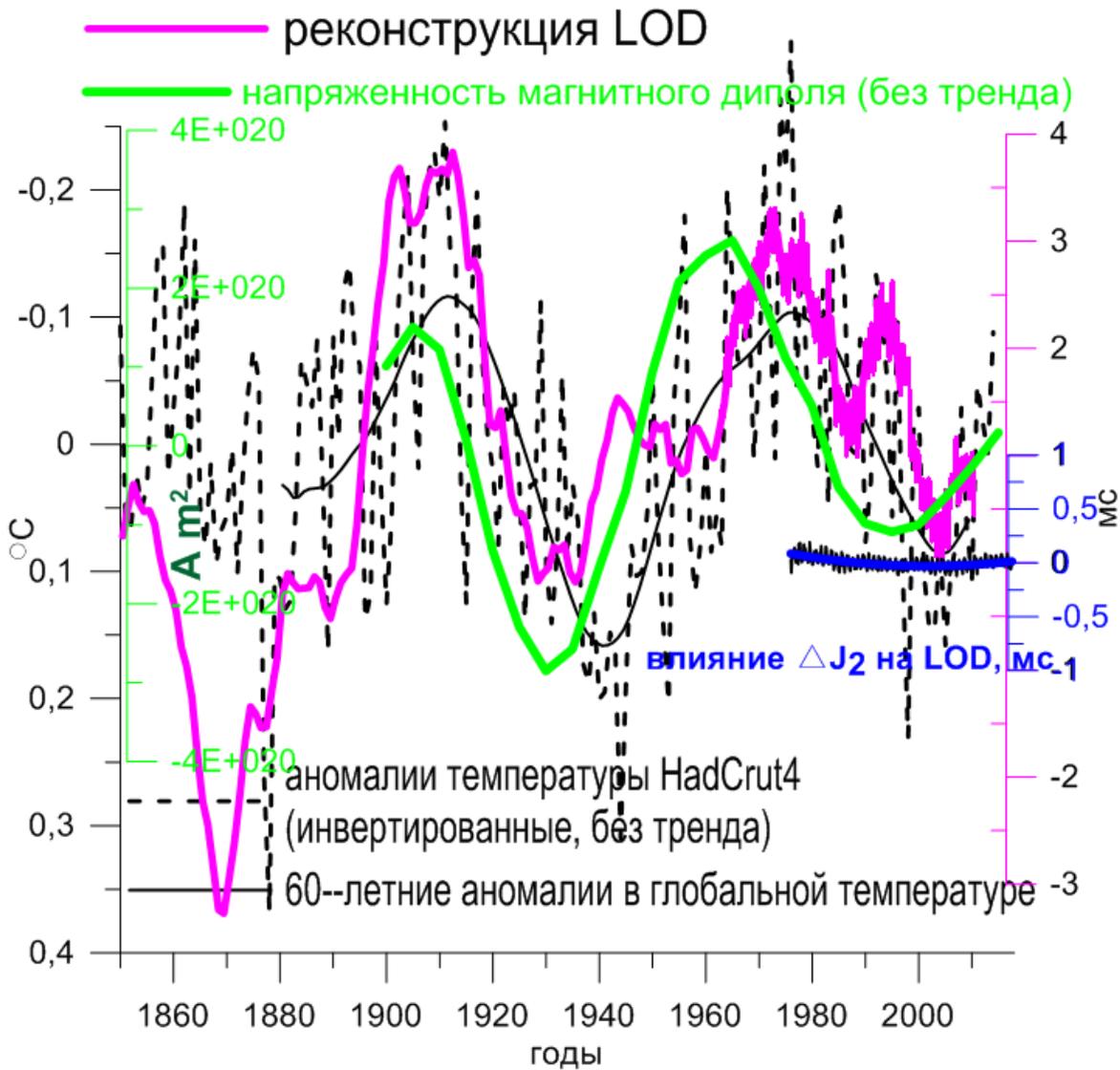


Рис. 10.8: Сравнение вызванных J_2 изменений LOD, аномалий температуры и магнитного дипольного момента с долговременной реконструкцией LOD с 1832 по 2017 г.

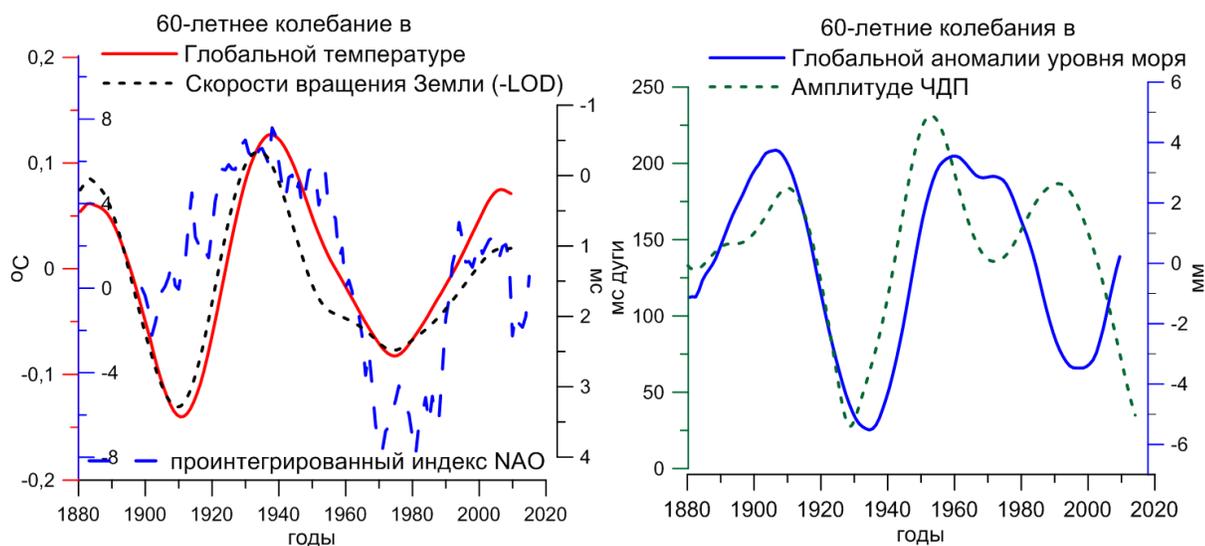


Рис. 10.9: Слева – долгопериодические вариации в скорости вращения Земли (отфильтрованная и инвертированная LOD), проинтегрированный индекс NAO и 60-летняя компонента (ГК 1) изменений температуры на Земле. Справа – огибающая чандлеровского колебания и ГК 1 изменений уровня моря (GMSL A).

На рисунке 10.9 слева еще раз представлены графики сглаженной скорости вращения Земли (отфильтрованной и инвертированной LOD) и 60-летней компоненты ГК 1 изменений глобальной температуры на Земле из работы [12], корреляция составляет $r = 0.92 \pm 0.03$. Эта корреляция значима на уровне 10% даже при вычислении по 6 точкам. В нашем же ряде, даже с учетом сглаживания, число степеней свободы заведомо более 10. График проинтегрированного индекса NAO приведен для сравнения с изменениями температуры. Сходство декадной температурной климатической моды и скорости вращения планеты было отмечено еще в 1980 г. К. Ламбеком в его монографии [164], но так и не получило объяснения. Слева на рис. 6.1 были представлены данные по изменениям LOD с 1962 года, полученные МСВЗ и публикуемые в бюллетене EOR C04 [483]. Эффекты зональных приливов исключены согласно модели МСВЗ [481]. Высоочастотная (менее года) изменчивость практически полностью объясняется обменом моментом импульса с атмосферой, что видно из её сравнения с кривой ЕААМ внизу. Океанические процессы, как считается, вносят меньший вклад.

Нами было замечено [13] что декадные вариации LOD с 1962 г. также антикоррелированы с 20-летней компонентой (ГК 2) изменений температуры на Земле. Если бы угловой момент океана (ОАМ) или атмосферы

(ААМ) демонстрировали такую изменчивость, это было бы несложно обнаружить. Однако тренды и долгосрочные колебания в них слишком малы (см. рис. 6.5, 6.9, 8.9) [14, 295] и объяснить декадные колебания обменом импульсом с океаном и атмосферой не удаётся.

Причиной декадных изменений LOD считается обмен угловым моментом между ядром и мантией в недрах Земли. Корреляции с магнитным полем [295] и геомагнитными джерками [326, 358, 359, 428] указывают на то, что имеется связь с перераспределением расплавленного материала в недрах и генерацией магнитного поля. Моделирование этих процессов крайне актуально. В работах Бена Чао [266, 342] делаются попытки объяснить 6-летние колебания LOD резонансными эффектами на границе ядро-мантия. Внешние моменты сил при этом не учитываются. К. Бизуаром отмечено, что 6-летние колебание LOD происходят синхронно с 6.2-летним изменением радиуса движения полюса. Отфильтрованное нами 6-летнее колебание LOD явно демонстрирует уменьшения и увеличения амплитуды от 0.01 до 0.3 мс. Работы В. Дехант [153] посвящены оцениванию влияния топографических эффектов, магнитного сцепления и трения на границе ядро-мантия в диапазоне прецессии и нутации. Из них следует, что на этой границе могут возникать медленные волны сдвига, способные даже незначительно повлиять на диссипацию энергии и теплоперенос. Любопытно было бы сравнить теоретические расчеты с экспериментами исследованиями Института механики МГУ, где имеется установка, воспроизводящая волны во вращающейся многослойной жидкости [455]. Топография границы ядро-мантия изучается также в работах Хуана Ченли [327].

Вопрос об изменениях LOD и климатических индексах на многолетних интервалах времени поднимается в работе [361], где внутренне ядро выдвигается на роль основного фактора. Но как процессы в недрах могли бы влиять на поверхностные характеристики, такие как температура и уровень моря, остается неясным. Возможно вынос тепла из недр Земли, весьма пространственно неоднородный [81, 117, 282], меняется во времени? Тогда это должны были зафиксировать спутники, и наземные измерительные станции. Если вынос дополнительного тепла происходит в океанах, то нагрев глубинных слоев должен был бы быть замечен современными средствами наблюдений и сказался бы на балансе уровня моря. Изменения уровня моря конечно влияют на фигуру [325, 419] и тензор инерции Земли, но величины слишком малы, чтобы существенно повлиять на скорость её вращения.

Ряд авторов считает, что наблюдаемые изменения спровоцированы приливным влиянием Луны и движением Земли вокруг центра масс си-

стемы Земля-Луна [10, 20, 239, 351]. Положим, прецессия лунной орбиты может оказаться ответственной за квази-20-летние колебания LOD и температуры на Земле. Однако приливные эффекты все хорошо рассчитаны и влияние зональных приливов, к примеру, на LOD, согласно модели IERS [481], находится в пределах долей мс. Долговременные модуляции приливов и их влияние на геофизические процессы известны хуже. Не смотря на то, что океанические процессы, как считается, играют относительно небольшую роль в долговременных вариациях LOD (с ними не удастся связать декадные изменения), не следует забывать, что с диссипацией энергии в океане и астеносфере связан тренд замедления вращения Земли (2.4 мс за столетие в LOD) [79]. Поэтому нельзя исключить, что 18.6-летняя прецессия, модулируя прилив, меняет темп энерговыделения при приливной диссипации, сказывающийся на LOD. Однако оценки показывают, что приливные деформации и изменения приливного потенциала слишком малы, чтобы серьезно повлиять на тензор инерции Земли и вызвать долгопериодические изменения в LOD величиной в мс [126]. К тому же, как уже говорилось, в данных ОАМ и ААМ 18-летних периодичностей не обнаружено, а внешний момент сил на океан и атмосферу даёт поправки к возбуждению лишь на уровне нескольких микросекунд [247]. Изменения наклона оси вращения Земли в 18-летнем цикле нутации составляют лишь ~ 17 сек дуги [154], что несущественно сказывается на инсоляции климатических поясов. Влияние асимметричного члена третьего порядка в разложении приливного потенциала также весьма мало. Таким образом, относительно скорости вращения Земли и аномалий температуры пока можно сказать лишь то, что эмпирическое сходство на лицо, а причина не ясна.

В печати регулярно появляются работы, списывающие 60-летние аномалии в климате на влияние планет, например, Юпитера и Сатурна [135, 211], а 10-летние – на Солнечную активность [91, 411]. Мы считаем, что такого рода гипотезы пока нельзя считать доказанными. Кроме того, из анализа аномалий температуры по кольцам долгоживущей калифорнийской сосны и кернам льда, представленном в книге [108], следует, что наблюдаемый сегодня основной 60-летний цикл изменчивости температуры несколько веков назад был 200-летним.

Обратимся теперь к чандлеровскому движению полюса, выделенному в главе 3 и исследованному в главе 4. Амплитуда ЧДП (рис. 4.1) была исключительно мала в 1930-е годы XX в и стремительно уменьшилась сейчас, в 2010-е [14, 370, 374]. Такие модуляции амплитуды могут быть очень важны для понимания природы чандлеровского колебания.

В главе 4 было замечено, что огибающая чандлеровского возбужде-

ния имеет квази-20-летнюю модуляцию, наложенную на более длительную ~ 80 -летнюю. Огибающую можно считать функцией, вполне удовлетворяющей определению абстрактной меры, которая аддитивна, возрастает и супремум суммы огибающих есть огибающая суммы супремумов. Обе модуляции ЧДП, в некоторой степени, схожи с 60 и 20-летними колебаниями температуры, рис. 3.5. Такого рода сходство может быть случайным совпадением, а может быть и нет. Подчеркнем, что наблюдается сходство изменений температуры с амплитудой возбуждения, а не самого ЧДП. При этом медленная ~ 80 -летняя огибающая ЧДП демонстрирует заметное сходство с 60-летней компонентой колебаний уровня моря ГК 1, показанное на рис. 10.9 справа. Корреляция составляет $r = 0.72 \pm 0.08$, что значимо на 10% уровне при вычислении уже по 10 точкам. Однако тест на общую причину, где за ряд z_1 принимались изменения амплитуды ЧДП с 1881 по 2010 гг., а ряды аномалии GMSL A и GMSL B (нефильтрованные отклонения от параболического тренда) принимались за z_2, z_3 , провалился. Корреляции z_2, z_3 с z_1 составили 0.43 ± 0.1 и 0.34 ± 0.1 , а невязок Z_2, Z_3 с $z_3, z_2 - 0.51 \pm 0.1$ и 0.49 ± 0.1 соответственно. Впрочем, для рядов с числом степеней свободы порядка 130, значимым значением корреляции ($\alpha = 10\%$) является уже 0.2 [269], а тест на общую причину, когда оба ряда z_2 и z_3 , по сути, воспроизводят одну и ту же величину (уровень моря), хотя и по-разному (корреляция между ними $r = 0.61 \pm 0.1$), не совсем правомерен.

Сделанное сопоставление приводит нас к выводу, что изменения во вращении Земли (ее скорости LOD и амплитуде ЧДП) могут быть взаимосвязаны с многолетними климатическими колебаниями, прослеживающимися в температуре на Земле и уровне моря. Ведь само слово климат в переводе с греческого означает наклон [116]. Оно этимологически связано с наклоном пути Солнца к горизонту и направлением оси вращения Земли.

Глобальные климатические индексы, такие как температура и уровень моря, ведут себя на удивление схоже с характеристиками вращения Земли. Почему же до сих пор считается, что эта связь слишком призрачна, [295], а её возможный механизм ускользает из поля зрения исследователей? Не потому ли, что для этого требуется широкий, междисциплинарный взгляд на проблему, при большом внимании к деталям. Как говорят климатологи, погоду трудно предсказать, поскольку здесь стоит вопрос о фазе колебания, а иметь дело с климатом легче, поскольку здесь речь уже идет о статистических характеристиках. Такого же подхода придерживаются исследователи вращения Земли. И, хотя в природе все имеет свою причину, доискиваться причин наблюдаемых долгосрочных

колебаний не берутся. И все же, мы склонны считать, что отмеченные на рис. 6.1, 10.9 сходства могут иметь под собой физические основания и нуждаются в дальнейшем изучении.

Возможно, существуют внешние факторы, накладывающие сходные отпечатки как на климат, так и на вращение планеты. В частности, 20-летние колебания в геофизических процессах могут происходить под действием прилива в цикле 18.6-летней прецессии орбиты Луны. Изменение коэффициента динамического сжатия Земли J_2 может сказываться на LOD, частоте f_c чандлеровского колебания и вызывать модуляции амплитуды ЧДП [240, 280]. Прилив может сказываться на циркуляции атмосферы и океана. С другой стороны, изменения положения полюса и скорости вращения Земли могут, посредством полюсного прилива и кориолисова ускорения, влиять на циркуляцию океана и атмосферы, однако предварительные оценки говорят о малости таких эффектов. Циркуляция в системе оболочек Земли сложна, в ней много обратных связей, не все параметры хорошо известны, а процессы наблюдаемы. В областях наук, где моделирование множества воздействий, определяющих ход результирующего процесса, на разных шкалах и масштабах затруднено, уместен статистический подход. На основе выявленных корреляций можно сказать, что между вращением Земли и происходящими на ней климатическими процессами имеется, по крайней мере, информационная взаимосвязь, которую можно использовать для повышения точности прогнозирования ПВЗ и климата Земли. Мы считаем, что ПВЗ следует также включить в перечень Важных климатических переменных ECV.

10.9 Итоги анализа первых коэффициентов геопотенциала

Данные по гравитационному полю по данным SLR и спутников GRACE позволяют отслеживать изменения первых коэффициентов гравитационного потенциала Земли, дают непосредственную информацию об изменениях тензора инерции Земли и открывают возможность изучения влияния перераспределения масс на вращение планеты.

Данные SLR в течение последних четырех десятилетий, обеспечивают долгосрочные, стабильные определения начала ITRF. Геоцентр определяется по наблюдениям сети станций слежения, расположенных на твердой поверхности Земли. Результаты SLR наиболее близки к смещениям, прогнозируемым по моделям. В первой части главы был проведен анализ смещений геоцентра по данным Международной службы лазерной локации ILRS с 1992.87 по 2017.13 гг. На основе МССА были проанализи-

рованы три компоненты вектора смещений геоцентра (X , Y , Z). Сделан вывод, что компоненты X и Y изменяются в значительно меньшей степени, чем Z , что может быть связано с худшей точностью определения последней. Были вычислены линейные тренды (см. таблицу 10.1) и определены скорости смещений, составляющие 0.03, -0.07, -0.1 мм/год для X , Y , и Z координат соответственно. Т.о., относительно принятой на данный момент земной системы координат ITRF 2014, смещение геоцентра, в основном, направлено по оси Z к южному полюсу. Было выявлено, рис. 10.3, что в сферической системе координат смещения геоцентра группируются в некоторой выделенной полосе широт, почти параллельной экватору. Это требует дополнительного изучения. С помощью Фурье-анализа были получены спектры координат геоцентра, периодичности в которых соответствуют всевозможным эффектам от глобальных перераспределений масс океана, ледников, воды, снега и др.

МССА был применен к временному ряду колебаний коэффициента J_2 , что позволило выделить как ранее известные [280] закономерности, так и обнаружить новые. В частности, выделены компоненты с периодами 0.5 года, 1 год, 8, 10 и 20 лет связаны с сезонными и декадными перераспределениями масс океана, атмосферными колебаниями и воздействием лунных приливов. Важным результатом видится обнаружение тренда, сменившего знак в ~ 2005 г. И, хотя продолжительность данных пока еще недостаточна для окончательного вывода, мы рискнули предположить, что это может быть проявлением колебания с предполагаемым периодом около 60 лет.

Изменения в коэффициентах C_{21} , S_{21} были пересчитаны во влияние на движение полюса, а в J_2 – на LOD. Влияние на LOD составило порядка 0.2 мс на протяжении 40 лет. Этого недостаточно, чтобы объяснить смену вращения Земли с ускоряющегося на замедляющийся, которая произошла в ~ 2003 г.

После пересчета C_{21} и S_{21} в функции углового момента (возбуждения) и их сравнения с трендами движения полюса, было установлено, что они находятся в хорошем согласии. Это позволяет заключить, как и в [234], что изменения климата, влияющие на распределение масс, таяние льдов, изменение водного баланса суши, напрямую определяют дрейф полюса Земли. Если послеледниковое поднятие GIA определяет вековые тренды, то декадный дрейф определяется климатическими процессами. В свете этого вывода становится особенно актуальным вопрос взаимосвязи изменений климата и вращения Земли.

Глава 11

Статистический анализ прогнозов ПВЗ

*Всё начнётся и тут же кончается. Звёздно и хрупко.
Снежно кружит Земля. По орбите плывёт колесо.
Б. Кутенков*

11.1 О прогнозировании ПВЗ

Прогнозирование параметров вращения Земли (ПВЗ) очень важно для средств космической навигации и глобального позиционирования, для преобразования между земной и небесной системами координат и для высокоточных наблюдений на астрономических обсерваториях. Погрешность в 1 мс LOD на экваторе приводит к ошибке координат в 49 см. Игнорирование движения полюса, амплитуда которого достигает до 12 м, приводит к ошибке такого же порядка уже через полгода. Точность современных наблюдений намного выше точности теоретических моделей вращения Земли. Поэтому прогнозирование ПВЗ опирается не столько на них, сколько на аппроксимационные математические модели. Однако разработка физических моделей также крайне важна. Исследования вращения Земли, проводимые в нашей и других работах, способствуют объяснению явлений, происходящих на планете и в ближнем космосе, улучшают координатное обеспечение, и, по нашему мнению, даже могут повысить прогнозируемость изменений климата на планете [416].

В данной главе мы представим статистическое исследование прогнозов ПВЗ: координат полюса x и y , и скорости вращения Земли, задаваемой параметрами UT1-UTC либо LOD, – выполнявшихся в течение пяти лет ежедневно в рамках международного конкурса EOPC PPP (Earth Orientation Parameters of Prediction Pilot Project) [473], проводившегося USNO (U.S. Naval Observatory) начиная с 2011 года. Прогнозы из-

начально были разработаны для конкурса EOP PSS (Earth Orientation Parameters Prediction Comparison Campaign), инициированного В. Кошкой в Варшаве, и проводившегося в 2005-2009 гг., результаты которого были опубликованы в [25].

В качестве исходных данных использовались суточные ряды ПВЗ из бюллетеня EOP C04, содержащего комбинированные решения, точнее специальная версия этого бюллетеня, содержащая сведения вплоть до текущей даты [484]. Прогнозы строились на 90 дней вперед. Статистика вычислялась на основе сравнения выполненных прогнозов с поступавшими позднее данными из того же бюллетеня [485]. Подробнее о современных наблюдениях ПВЗ можно узнать в главе 1 (рис. 1.1) и на сайте EOP PC [483], где публикуются данные по вращению Земли.

Прогнозирование выполнялось в ГАИШ МГУ методами авторегрессии (AR), средней квадратической коллокации (LSC) и нейронными сетями (NNET). Шанхайской обсерваторией (SHAO) предоставлялись ежесуточные прогнозы на основе МНК и авторегрессии AR [435]. Мы самостоятельно комбинировали три прогноза AR, LSC, NNET, сделанные в ГАИШ МГУ, и Шанхайский прогноз SHAO в комбинированное решение COMB, характеристики которого наиболее интересны. Программный пакет для прогнозирования был создан с использованием C++, Pascal, Matlab, GSL, Fortran. Статистический анализ реализован на языке пакета Matlab. Ниже мы представим результаты этого анализа в виде таблиц, графиков и цветовых карт.

Подробно познакомиться с разнообразными методами, использованными нами [5, 15, 51], а также другими авторами, можно в работах [25, 373, 450, 338, 402, 416, 417, 346, 445, 446]. Многие из методов сравнивались в рамках конкурса EOP PSS [25]. Оптимальные результаты для скорости вращения Земли и движения полюса показал фильтр Калмана с использованием прогнозов ААМ, высокую точность дали также нейронные сети и МНК+АР метод.

Одной из задач инициированного USNO конкурса EOPC PPP была проверка, насколько комбинированный прогноз будет лучше отдельно взятых прогнозов. Он действительно оказался лучшим. Была опубликована предварительная статья [336], однако результаты конкурса так и не были опубликованы в печати, итоговая статистика предоставлялась лишь онлайн [473].

В России мониторингом и прогнозированием ПВЗ занимается Главный метеорологический центр Государственной службы времени и частоты ГСВЧ ВНИИФТРИ [462], прогнозы этого центра, публикуемые в бюллетене А на полтора месяца вперед, давно не улучшались. В Китае большой

интерес к прогнозам проявляет Космическое агентство КНР. В последнее время появляется много работ китайских ученых, посвященных проблеме улучшения прогнозов [433, 435].

Прогнозы, анализ которых представлен в данной главе, были запрошены Парижской обсерваторией для предоставления на сайте ЕОР РС. Представленный ниже статистический анализ позволил не только выявить преимущества и недостатки методов, но и наметить пути их улучшения.

11.2 Об использованных методах прогнозирования

Прогнозирование рядов ПВЗ, как уже говорилось, реализовано четырьмя методами: авторегрессией (AR), средней квадратической коллокацией (LSC), нейронными сетями (NNET), и комбинацией МНК+АР методов в прогнозах Шанхайской обсерватории (SHAO). На их основе строилась комбинация (COMB). Рассмотрим их подробнее.

11.2.1 Метод наименьших квадратов

Полиномиальный тренд и гармонические колебания неизменно присутствуют во временных рядах [93]. Исследуемые нами ряды ПВЗ – координаты полюса x и y , ряд UT1-UTC и LOD, – содержат тренды и гармоническую составляющую, которая может быть выделена спектральным анализом (рис. 1.5) [25, 255]. Для прогнозирования мы использовали следующую модель, параметры которой оценивались методом наименьших квадратов (см. раздел ??)

$$X_i = a + bt + c \sin\left(\frac{2\pi t}{T_1}\right) + d \cos\left(\frac{2\pi t}{T_1}\right) + e \sin\left(\frac{2\pi t}{T_2}\right) + f \cos\left(\frac{2\pi t}{T_2}\right), \quad (11.1)$$

где t – время, a, b, c, d, e, f – неизвестные амплитуды, подлежащие оценке. Для UT1-UTC и LOD основными периодическими компонентами, за вычетом приливов, выполнявшемся по модели МСВЗ [479], являются годовое и полугодовое колебания $T_1 = 365.24$, $T_2 = 182.62$ суток. Для ДП (x, y) оцениваются амплитуды годовой гармоник и чандлеровского колебания с периодом $T_2 = 435.00$ суток. Однако, поскольку амплитуда ЧДП переменна, а его период оценивается в разных работах в пределах от 430 до 437 дней, в методе AR мы сделали T_2 также свободным параметром. Для подбора чандлеровского колебания на 6-летнем базовом интервале нами использовался нелинейный МНК. Таким образом, в рамках модели

(11.1) в методе AR варьировались не только амплитуды и фазы¹, но и период ЧДП. В прогнозах ШАО этого не делалось.

11.2.2 Авторегрессия

После того, как детерминированная часть временных рядов смоделирована и вычтена, для остаточных разностей можно использовать стохастическую модель. Если выбран интервал, на котором временной ряд предполагается квазистационарным, то на нем может быть использована модель авторегрессии AR [112, 255]. Для стационарной случайной последовательности X_i , $i = 1, 2, \dots, N$ она выражается следующим образом

$$X_i = \sum_{j=1}^p \alpha_j X_{i-j} + v_i,$$

здесь v_i – белый шум с нулевым средним значением, p – порядок модели, α_j – коэффициенты авторегрессии, которые можно определить путем решения уравнений Юла-Уокера в ходе рекурсии Левинсона-Дурбина [148]. Оптимальный порядок p может быть определен по критерию конечной ошибки предсказания (FPE) Акаике [237].

11.2.3 Средняя квадратическая коллокация

Средняя квадратическая коллокация (LSC) – метод матричной регрессии, широко используемый в геодезической съемке и при комбинировании измерений силы тяжести [93, 373]. На его основе, в частности, планируется вычислить геоид с точностью до 1 мм [437]. Пусть наблюдательная модель задана в виде $\mathbf{l} = \mathbf{t} + \mathbf{n}$, где \mathbf{t} – полезный сигнал, \mathbf{n} – шум, который предполагается некоррелированным с сигналом. Если мы знаем ковариационные матрицы наблюдений \mathbf{Q}_{ll} и шума \mathbf{Q}_{nn} , то можно получить кросс-ковариационную матрицу полезного сигнала $\mathbf{Q}_{tt} = \mathbf{Q}_{ll} - \mathbf{Q}_{nn}$. Разобьем вектор полезного сигнала \mathbf{t} на часть \mathbf{x} , содержащую значения до настоящего момента времени, и вектор \mathbf{f} будущих значений, тогда матрица \mathbf{Q}_{fx} может быть получена как левая нижняя часть \mathbf{Q}_{tt} , а вектор сигнала в будущем может быть оценен как

$$\hat{\mathbf{f}} = \mathbf{Q}_{fx} \mathbf{Q}_{ll}^{-1} \mathbf{l}$$

Автоковариационная функция может быть оценена по наблюдениям или смоделирована.

¹Сумма \sin и \cos может быть представлена как \cos с фазовой задержкой [1].

11.2.4 Нейронные сети

Нейронные сети (NNET) – мощный математический инструмент. Они появились в 1960-х годах с развитием исследований мозга [1, 25]. Математические модели нейрона восходят к работам Мак-Каллока и Питтса (1943) и Розенблатта (1957) [100]. Нейронные сети активно используются при прогнозировании [416, 433]. Простой нейрон может быть представлен формулой $y = f(\sum_{i=0}^n w_i x_i)$, где w_i – веса, $w_0 = 1$ соответствует поляризации, $x_0 = b$, $x_1 \dots x_n$ являются входными векторными значениями, f является передаточной функцией (функцией активации). Один нейрон производит один скалярный выход y . Нейроны могут быть организованы в слои. Каждый нейрон в слое имеет один и тот же входной вектор и функцию активации, он производит один элемент (компоненту) выходного вектора этого слоя. Размерность выходного вектора равна числу нейронов слоя. Выходной сигнал одного слоя последовательно поступает на вход следующего слоя и т.д. Так, трехслойная сеть может быть представлена уравнением

$$Y = f_3(\mathbf{W}_3 f_2(\mathbf{W}_2 f_1(\mathbf{W}_1 \mathbf{X}))).$$

Здесь неизвестными параметрами являются весовые матрицы \mathbf{W}_i . Они должны быть подобраны в процедуре итеративного обучения, посредством сравнения известных (желаемых) ответов с ответами, даваемыми сетью на входные данные обучающей последовательности (ОП). Ошибка распространяется по сети в обратном направлении и изменяет её веса. Этот процесс обучения так и называется – обратным распространением ошибки. При этом требуется, чтобы все функции активации в сети были дифференцируемы. Сеть обучается предоставлять верные ответы для входных сигналов ОП, затем тестируется и используется на реальных данных.

На этапе обучения мы сформировали вектора ОП, содержащие по 100 отсчетов ряда за предыдущий период. По таким выборкам из 6.4-летнего интервала, предшествующего текущему моменту, сеть обучалась предсказывать следующий отсчет ряда, который считался желаемым откликом. На этапе функционирования требовалось, чтобы сеть спрогнозировала следующие 90 точек, для этого каждая следующая спрогнозированная точка рекурсивно присоединялась к входному вектору. Такой тип поточечного предсказания был реализован в нашем методе трёхслойной нейронной сетью из 15 нейронов, организованных по слоям как (7,7,1) [5].

11.2.5 Прогнозы Шанхайской обсерватории

В прогнозах Шанхайской обсерватории SHAO для подбора амплитуд гармоник использовался МНК. При этом как годовой период, так и период Чандлера задавались априорно. Остаточную стохастическую компоненту китайские коллеги прогнозировали авторегрессионным методом, но несколько отличным от нашего AR [435]. Вследствие этого, прогнозы Шанхайской обсерватории порой оказывались лучшими и при комбинировании улучшали статистику. Файлы с параметрами x , y , UT1-UTC ежедневно выкладывались на сервер [498]. Параметр LOD не прогнозировался.

11.2.6 Комбинированные прогнозы

Для получения комбинированных прогнозов использовались прогнозы, полученные всеми четырьмя вышеописанными методами AR, LSC, NNET, SHAO. Веса конкретных прогнозов в комбинации определялись исходя из погрешностей ME и RMSE (см. далее) вычисленных на интервале 01.2011-03.2012 по формуле:

$$w_l(t_i) = \frac{k}{ME_l(t_i)^2 + RMSE_l(t_i)^2} \quad (11.2)$$

где l обозначает метод прогноза, нормировочный коэффициент k был выбран так, чтобы выполнялось соотношение $\sum_l w_l(t_i) = 1$. При приближении к $t_i = 0$ ошибки могут стремиться к нулю, что может потребовать некоторой регуляризации формулы (11.2). Однако в нашем случае этого не потребовалось, поскольку погрешность последнего значения из свежего бюллетеня EOP C04 всегда отлична от нуля. Для всех представленных решений COMB веса были вычислены в 2012 г. и с тех пор не менялись. Пересчет весов по многолетней накопленной статистике может в будущем улучшить свойства комбинированного решения.

11.3 Статистический анализ результатов

11.3.1 Погрешности ME и RMSE

Среди показателей точности прогнозирования часто используется *средняя ошибка*, Mean Error (ME)

$$ME_i = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (p_j^i - o_j^i),$$

и *средняя квадратическая ошибка*, Root Mean Squared Error (RMSE)

$$RMSE_i = \frac{1}{\sqrt{n-1}} \sum_{j=1}^n (p_j^i - o_j^i)^2,$$

где o обозначает наблюдения, p – предсказание, i – номер прогнозируемой точки (интервал в будущем), j пробегает значения от 1 до n – числа прогнозов, используемых для вычисления статистики. В формуле для ME разности могут быть заменены модулем разности, тогда такая величина называется *средней абсолютной ошибкой* MAE (Mean Absolute Error). Если взять квадрат RMSE, то получится *средний квадрат ошибки* MSE (Mean Squared Error) – аналог дисперсии. Мы использовали ME и RMSE, чтобы охарактеризовать расхождение между прогнозами и реальными данными. Отличие между ME и RMSE состоит в том, что в ME учитывается знак отклонения, в то время как RMSE берется его квадрат. Эти две характеристики, по сути, – смещение и корень из дисперсии (см. раздел ??), то что в англоязычной литературе называют accuracy и precision. ME характеризует смещение среднего, в то время как в RMSE характеризует разброс значений относительно него. ME может колебаться вблизи нуля, принимая отрицательные и положительные значения, RMSE – монотонно возрастающая функция времени (горизонта), отсчитываемого от начала прогнозирования в будущее [450]. При выборе той или иной характеристики может быть установлен компромисс, как в (11.2).

11.3.2 Пример отдельного прогноза

Бюллетень EOP C04 вплоть до последнего дня [484] использовался в качестве источника входных данных для всех прогнозов, выполнявшихся на 90 дней в будущее. Статистика рассчитывалась на основе сравнения прогнозов с реальными данными из этого бюллетеня, поступившими позже. На рис. 11.2 представлены графики прогнозов ПВЗ, начинающихся с конкретной даты 16.06.2016 (57555 MJD).

Они иллюстрируют поведение временных рядов ПВЗ в конкретном частном случае. На графиках видно, что все методы прогнозирования неплохо воспроизводят поведение ПВЗ. Однако разногласие с реальными, полученными позже наблюдениями (показанными пунктиром), растет со временем. Комбинированный прогноз (красный) всегда находится между кривыми для других прогнозов.

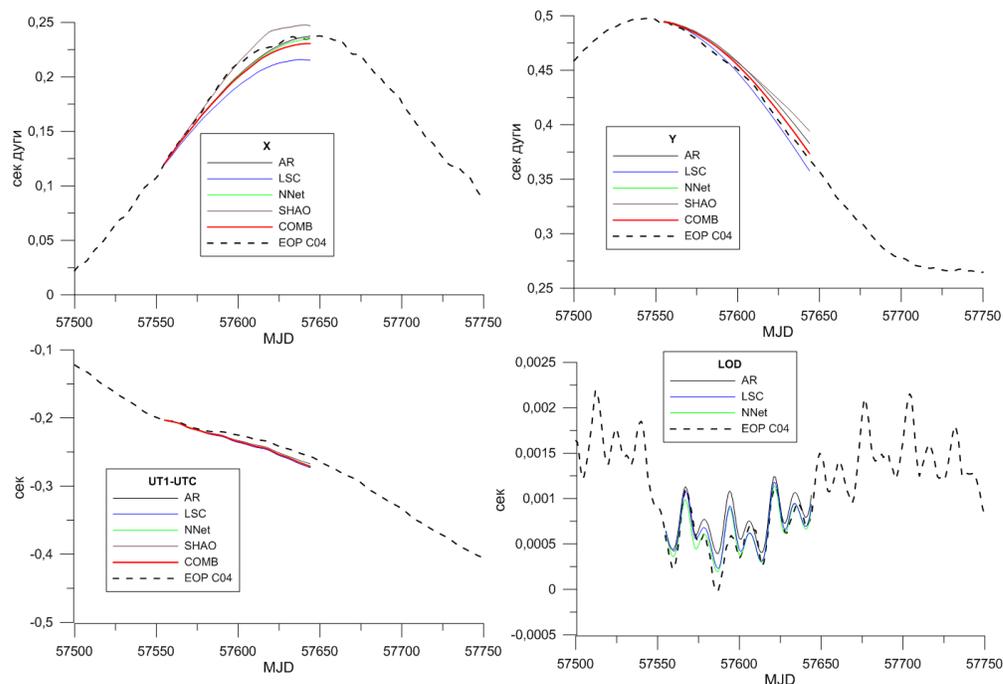


Рис. 11.1: Вверху: сравнение прогнозов x и y координат полюса начиная с 16.06.2016 (57555 MJD). Внизу: – для UT1-UTC, LOD.

11.3.3 Анализ отклонения прогнозов от наблюдений

На рис. 11.2 – для x -координаты, рис. 11.3 – для y -координаты, рис. 11.4 – для UT1-UTC и рис. 11.5 – для LOD представлены графики отклонений прогнозов ПВЗ от реальных наблюдений из бюллетеня EOP C04 в виде пучков кривых для методов AR, LSC, NNET, SHAO и их комбинации по данным на годовом интервале 21.01.2016 – 06.12.2016 (MJD 57388-57728). Такого рода графики не только позволяют проиллюстрировать точность тех или иных методов, но и помогают выявить случаи нештатного срабатывания программ прогнозирования. Эти случаи, перечисленные в приложении В, были исключены из рассмотрения, чтобы не исказить статистику.

На цветных картах на рис. 11.6, 11.7 представлены расхождения прогнозов x и y координат полюса и наблюдений на интервале 21.01.2012 – 24.05.2017 (MJD 57388-57896). Цветом показана величина отклонения в мс дуги. По горизонтальной оси отмечены даты начала прогнозирования, по вертикальной оси – горизонт прогноза от первого (вверху) до девяностого дня (внизу) в будущем. Хорошо видно чередование зон легкой и сложной предсказуемости. Оно связано с тем, что ряды нестационарны и существуют интервалы времени, когда прогнозы осуществить слож-

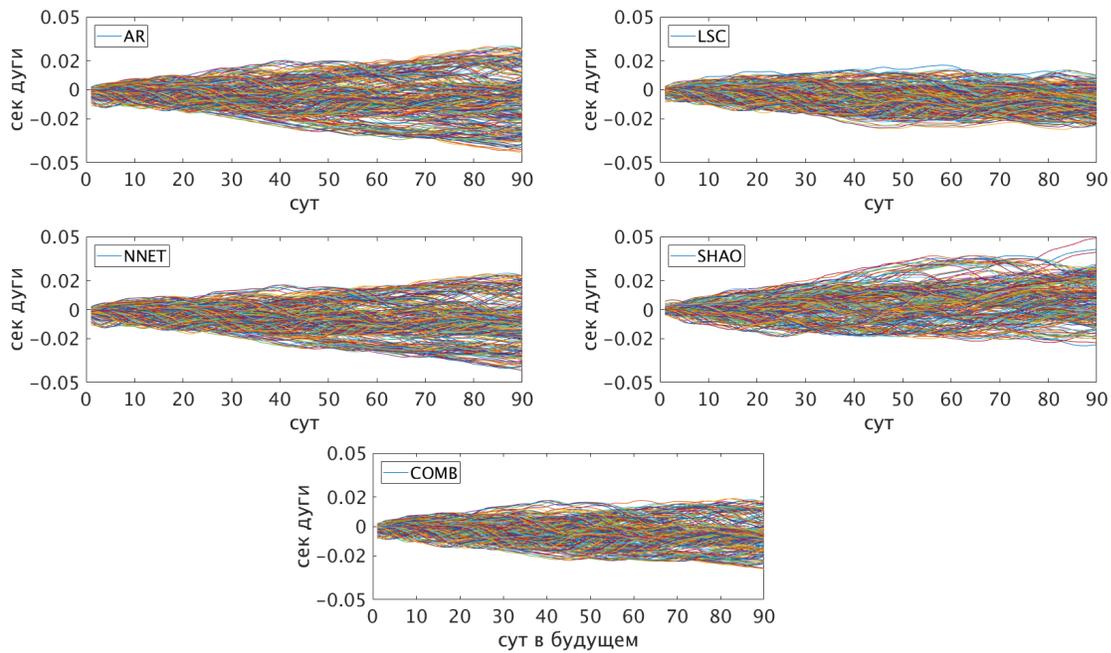


Рис. 11.2: Расхождения прогнозов x-координаты полюса, выполненных методами AR, LSC, NNET, COMB, SHAO на интервале 21.01.2016 – 06.12.2016 (MJD 57388-57728).

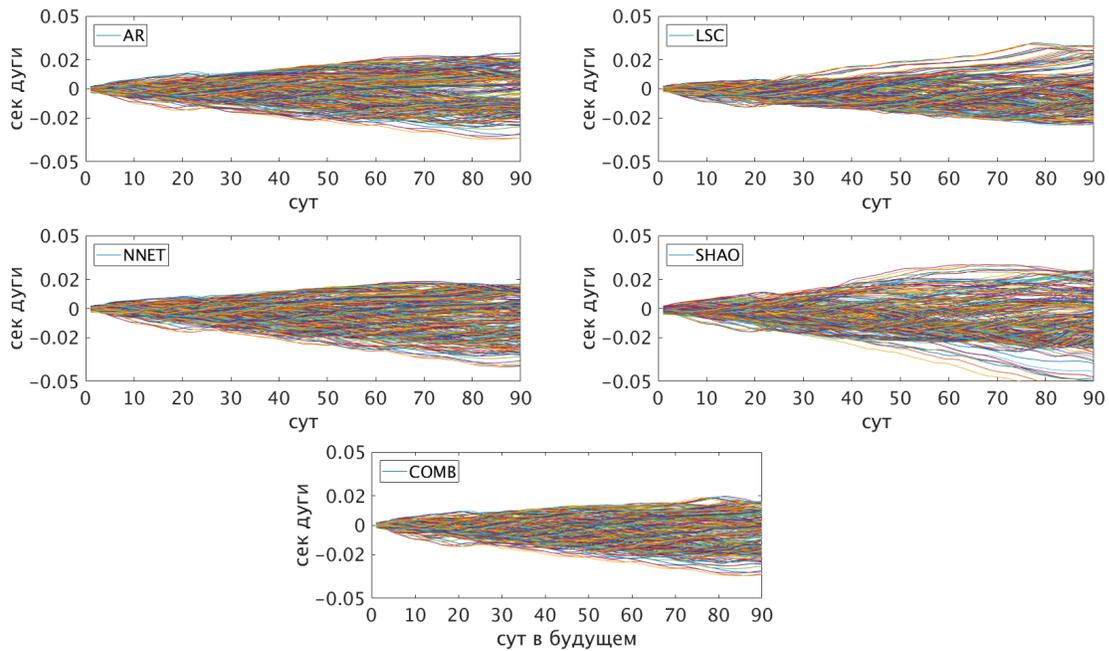


Рис. 11.3: Расхождения прогнозов y-координаты полюса, выполненных методами AR, LSC, NNET, COMB, SHAO на интервале 21.01.2016 – 06.12.2016 (MJD 57388-57728).

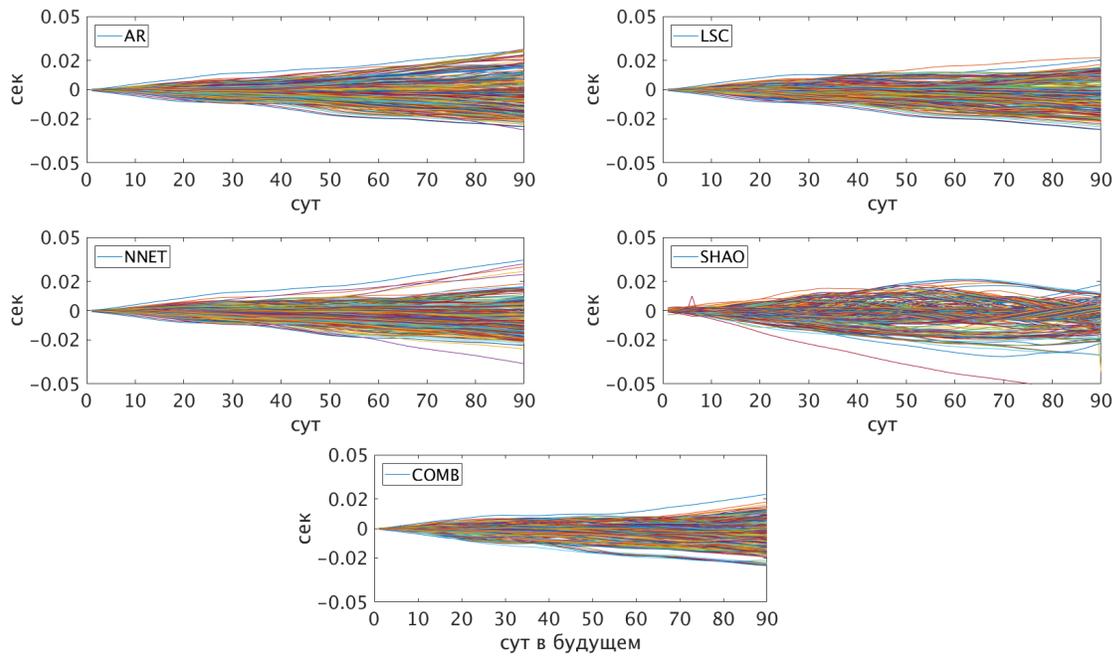


Рис. 11.4: Расхождения прогнозов UT1-UTC, выполненных методами AR, LSC, NNET, COMB, SHAO на интервале 21.01.2016 – 06.12.2016 (MJD 57388-57728).

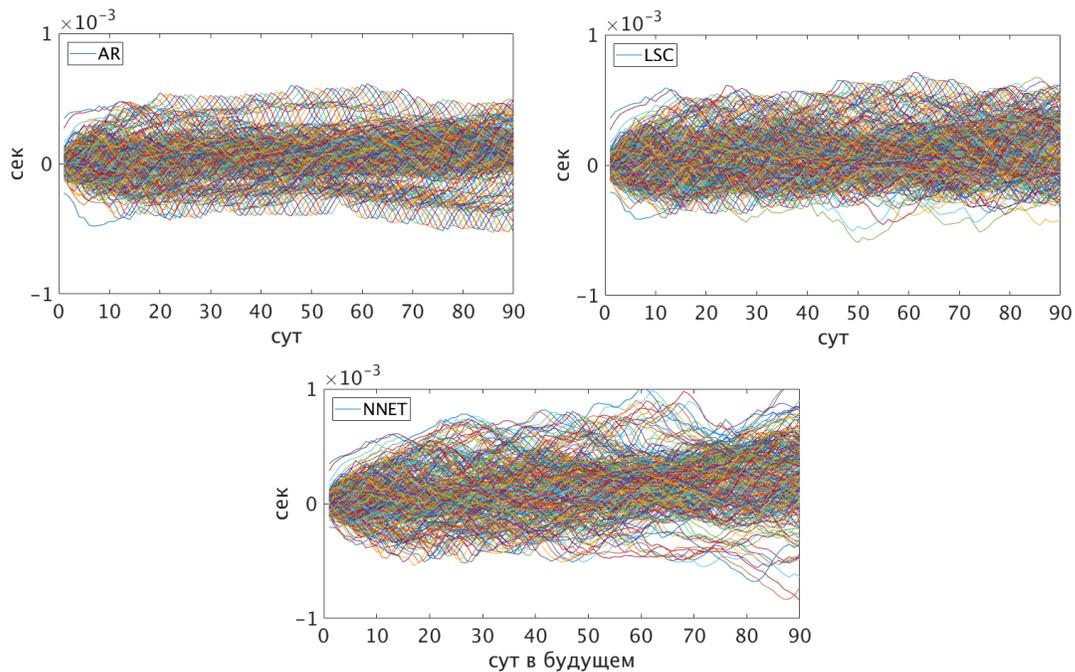


Рис. 11.5: Расхождения прогнозов LOD, выполненных методами AR, LSC, NNET на интервале 21.01.2016 – 06.12.2016 (MJD 57388-57728).

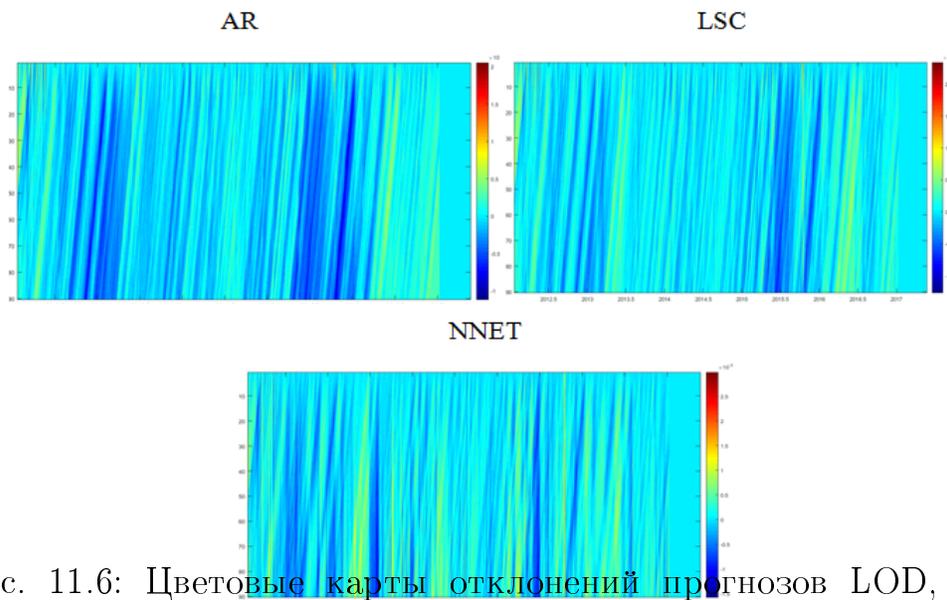


Рис. 11.6: Цветовые карты отклонений прогнозов LOD, полученных методами AR, LSC, NNET, от наблюдений на интервале 21.01.2012 – 23.05.2017 (MJD 55947-57896).

нее. Даты с трудной предсказуемостью смещаются по диагоналям снизу вверх, по мере появления внутри горизонта прогноза. По вертикальным линиям одного цвета можно выявить исключенные даты, когда прогнозы не выполнялись. Такая ситуация возникала либо из-за отсутствия соответствующего прогноза ШНАО, либо из-за сбоев в подаче электроэнергии/интернета в ГАИШ. Мы заполняли такие пропущенные дни на графике нулями (в статистику они не попадали). Благодаря цветовым картам отклонений были не только выявлены даты наибольших погрешностей, но и осуществлен поиск ошибок данных и выполнена их правка/исключение.

На рисунке 11.8 представлена общая статистика ME и RMSE для прогнозов x и y координат полюса, полученных разными методами, рассчитанная на интервале 21.01.2012 – 24.05.2017 (MJD 55947-57896) с шагом в один день (за исключением дней, когда прогноз штатно выполнить не удалось). На рисунке 11.9 представлены ME и RMSE для прогнозов UT1-UTC и LOD. Для LOD комбинация отсутствует, т.к. этот параметр не прогнозировался Шанхайской обсерваторией. Комбинированный прогноз всякий раз усредняет среднюю ошибку ME других прогнозов, а его RMSE находится на уровне точности лучших из использованных прогнозов.

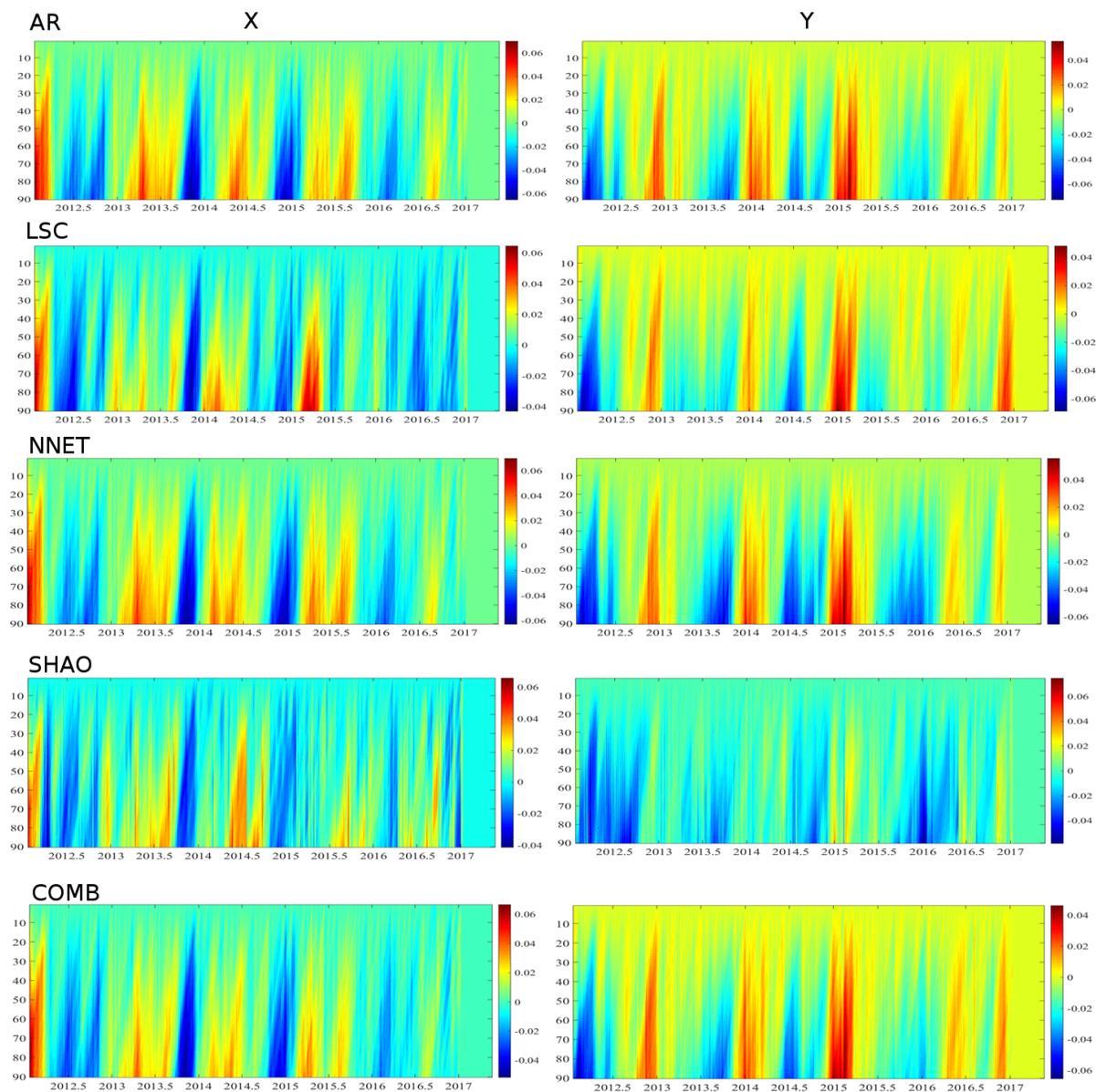


Рис. 11.7: Цветовые карты отклонений прогнозов x , y , UT1-UTC, полученных методами AR, LSC, NNET, SHAO, COMB, от наблюдений на интервале 21.01.2012 – 24.05.2017 (55947-57896 MJD).

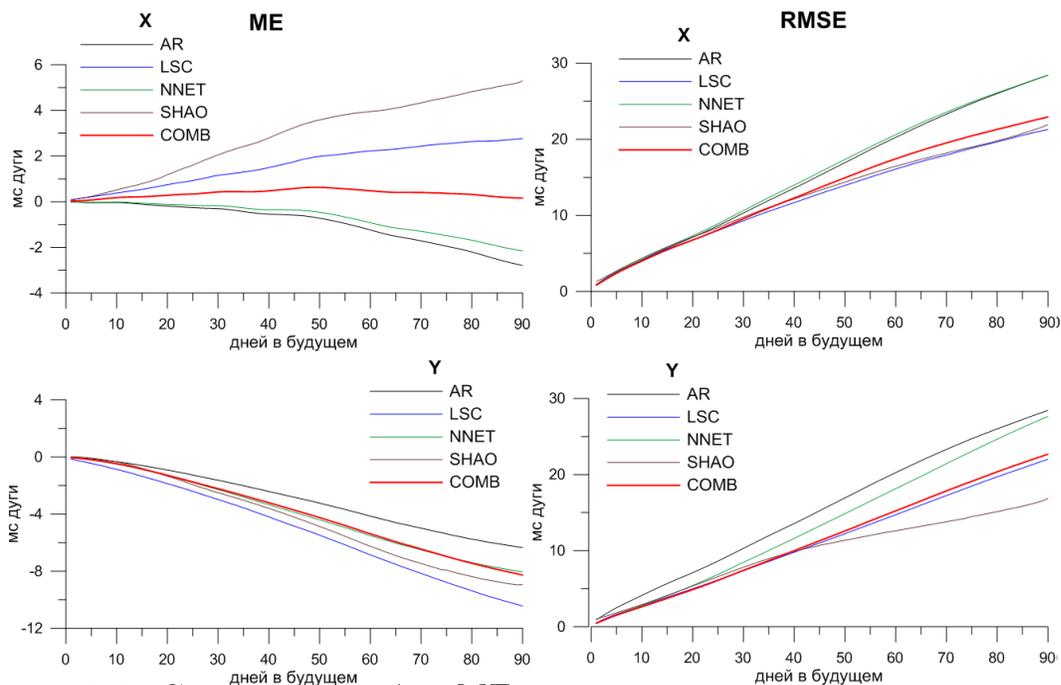


Рис. 11.8: Средняя ошибка ME слева и среднеквадратическая ошибка RMSE справа для координат полюса x, y по прогнозам методами AR, LSC, NNET, COMB, SHAO на интервале 21.01.2012–24.05.2017 (MJD 57388-57896)

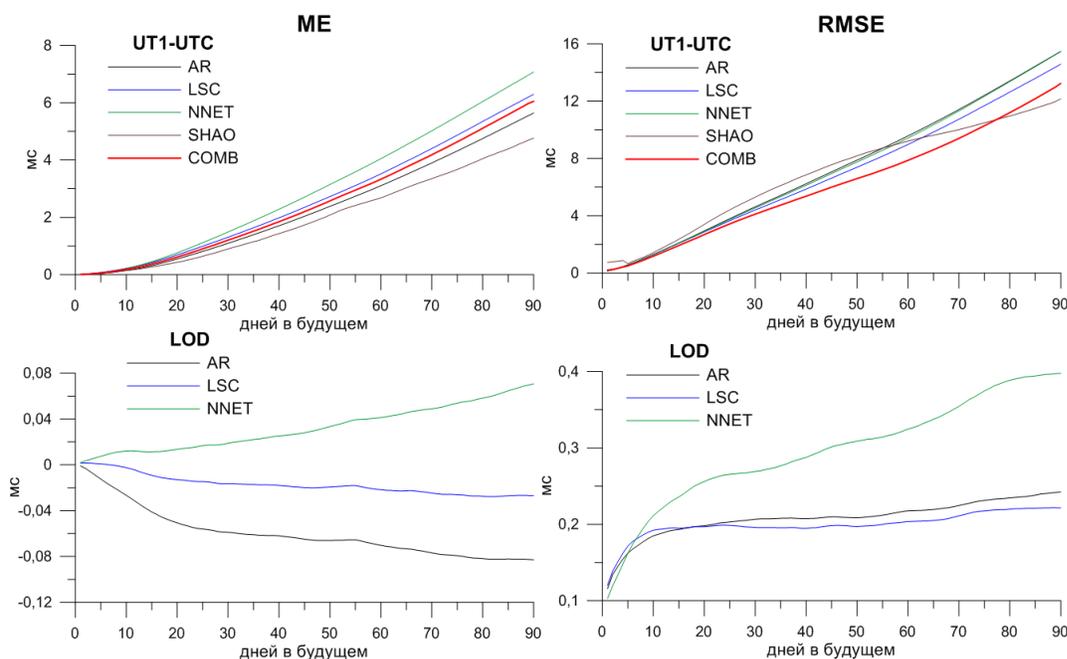


Рис. 11.9: То же что и на рис. 11.8, но для UT1-UTC и LOD.

Таблица 11.1: Сравнение точности нашего комбинированного прогноза СОМВ и прогноза бюллетеня А МСВЗ USNO на интервале 2013-2017 гг.

| горизонт сутки | x | USNO x мс дуги | y | USNO y мс дуги | UT1-UTC 0.0001 сек | USNO UT1-UTC 0.0001 сек |
|-------------------|------|-------------------|------|-------------------|-----------------------|----------------------------|
| 1 | 0.8 | 0.3 | 0.5 | 0.2 | 2.0 | 0.6 |
| 5 | 2.4 | 1.9 | 1.5 | 1.3 | 5.0 | 2.2 |
| 10 | 4.0 | 3.4 | 2.6 | 2.4 | 11.7 | 4.9 |
| 20 | 6.8 | 6.1 | 4.9 | 4.0 | 26.8 | 19.4 |
| 40 | 12.3 | 10.5 | 10.0 | 7.0 | 53.6 | 48.1 |
| 90 | 22.9 | 19.0 | 22.7 | 14.0 | 132.3 | 119.6 |

Таблица 11.2: Сравнение точности нашего комбинированного прогноза СОМВ и прогноза бюллетеня А МСВЗ USNO за 2016 г.

| горизонт сутки | x | USNO x мс дуги | y | USNO y мс дуги | UT1-UTC 0.0001 сек | USNO UT1-UTC 0.0001 сек |
|-------------------|-----|-------------------|------|-------------------|-----------------------|----------------------------|
| 1 | 1.3 | 0.3 | 0.5 | 0.2 | 1.0 | 1.3 |
| 5 | 2.6 | 2.1 | 1.5 | 1.4 | 4.5 | 2.2 |
| 10 | 3.7 | 3.5 | 2.5 | 2.5 | 10.8 | 6.6 |
| 20 | 5.1 | 5.0 | 3.9 | 4.5 | 24.0 | 20.0 |
| 40 | 7.8 | 7.5 | 7.1 | 8.2 | 43.4 | 45.2 |
| 90 | 9.8 | 7.9 | 12.2 | 15.2 | 95.3 | 91.3 |

Сравнение с бюллетенем А МСВЗ

Для сопоставления в таблице 11.1 представлена статистика нашего комбинированного прогнозов СОМВ и статистика бюллетеня А МСВЗ, поставляемого USNO [480]. Статистика USNO вычислялась нами по данным из архива [504] с 2013 по 2017 гг. (за исключением 2016), она соответствует статистике, представленной в пояснительной записке МСВЗ [480].

В таблице 11.2 представлено сравнение нашего прогноза СОМВ за один 2016 год со статистикой бюллетеня А МСВЗ из таблицы 3а раздела 3.5.2 годового отчета МСВЗ 2016 [479]. Последняя существенно превосходит точность прогнозов за предыдущий 2015 год и погрешности прогнозов USNO, перевычисленные в работе [296]. Значения RMSE в таблицах 11.1, 11.2 даны для 1, 5, 10, 20, 40, 90 суток в будущем.

Из таблиц видно, что, хотя наши комбинированные прогнозы уступают по точности прогнозам USNO за период 2012-2017 гг., но по порядку величины они такие же. Для 2016 года, таблица 11.2, наш прогноз для u и UT1-UTC на горизонте более 20 дней опережает и без того необыкновенно точный прогноз бюллетеня А. И это при том, что мы, в отличие от USNO, не используем прогнозы возбуждающих функций.

Подчеркнем, что поскольку нами использован текущий бюллетень EOP C04 как источник данных для прогнозирования, ошибка для 1-го дня прогнозирования зависит от погрешности данных в этом бюллетене. С поступлением новых данных наблюдений значения в бюллетене EOP C04 уточняются, итоговые величины могут существенно скорректироваться. Статистика прогнозов, построенных на итоговых данных, может быть значительно лучше, чем статистика прогнозов реального времени, основанных на текущем бюллетене, но такого рода прогнозы будут лишь симуляцией.

11.4 Выводы по выполнявшимся прогнозам

Проведен анализ статистики для более чем 32400 прогнозов² реального времени, выполненных с 2012 по 2017 года в ГАИШ и ШАО четырьмя методами, основанными на LS, AP, LSC и NNET, а также комбинированного прогноза, полученного на основе весов, вычисленных по формуле (11.2) за период 2011-2012 гг.

Анализ показал, что погрешность результатов, в особенности для комбинированного прогноза СОМВ, сопоставима по порядку величины с прогнозами USNO, публикующимися в бюллетене А МСВЗ. Для ста-

²1800 суток \times [4+1(СОМВ) метода \times 3 параметра + 3 метода \times 1 параметр (LOD)]

тики, вычисленной для 2016 года по u и UT1-UTC, наш метод даже превысил точность бюллетеня А на горизонте > 20 суток. Мы предлагаем наш комбинированный Российско-Китайский прогноз заинтересованным потребителям. Он может быть использован в космической геодезии, навигации, для прецизионных астрономических наблюдений.

Намечены пути улучшения прогнозов, которые могут быть основаны на пересчете весов комбинации, включении прогнозных данных ОАМ и ААМ [474], а также прогнозе огибающей ЧДП. В ходе исследований были разработаны программные пакеты для работы с большими 4-D массивами рядов ПВЗ, которые в случае надобности несложно будет приспособить к экономическим приложениям.

Заключение

*Шар земной, устав вращаться,
Может вдруг с цепи сорваться
Иль ко всем чертям взорваться,
Превратив живое в тлен.
Ничему не удивляться,
Ничему не удивляться
Никогда не должен истый джентльмен.
Наум Олев*

Изменения в продолжительности суток и положении оси вращения Земли имеют чрезвычайно важное значение для геодезии, астрометрии, навигации. Данные о вращении Земли, наряду с данными о фигуре Земли и гравитационном поле, относят к столпам, на которых стоит геодезия. Отклонения полюса, достигающие 5-8 метров, и вариации скорости вращения Земли, достигающие нескольких миллисекунд за сутки, необходимо отслеживать и моделировать, в частности, для установления связи между земной TRS и небесной CRS системами координат. В представленной работе мы рассматривали LOD и движение полюса (геофизические эффекты с периодами вне интервала $[-1.5, -0.5]$ циклов в сутки в ITRS) на интервале 160 лет и практически не касались вынужденной лунно-солнечной прецессии и нутации (астрономические эффекты с периодом более двух суток в ICRS).

О вариациях параметров вращения Земли мы кратко сообщили в первой главе работы. Прогнозирование этих вариаций затруднено тем, что они являются сводным откликом на множественные процессы, происходящие в океане, атмосфере и твердой Земле. Как известно, такие процессы носят комплексный, зачастую нестационарный характер, их трудно моделировать и предсказывать, а недостаток наблюдательных данных по ним стал восполняться лишь в последние десятилетия, с расширением сетей наземных станций и появлением спутниковых наблюдений. В наше время анализ больших геофизических, климатических и других научных данных является передовой линией научного фронта. Земля с её взаимодействующими оболочками – весьма “сложная система”. Недаром академик В.В. Адушкин, первый директор Института динамики гео-

сфер РАН, отметил, что те, кто в прошлом занимались теорией ядерного взрыва, сегодня переключились на изменения климата. Именно это направление требует создания больших физических моделей, по сложности сравнимых разве что с моделированием взрыва сверхновой.

До последнего времени особенности вращения Земли, отражающие процессы в оболочках Земли интересовали геофизиков лишь как дополнительный канал информации о внутреннем строении планеты. Внимание климатологов они привлекали в связи с теорией Миланковича [245], согласно которой глобальные оледенения на Земле (рис. 8.5) связаны с астрономическими факторами: вариациями параметров орбиты, изменением наклона оси вращения Земли и ее прецессией. Для объяснения того, как слабые по амплитуде воздействия вызывают заметные отклики, как шумы, накапливаясь, переключают состояние системы из одного климатического режима в другой, была специально разработана теория стохастического резонанса.

Одной из задач представленной работы было заинтересовать специалистов широкого класса и, в свете собранных данных, привлечь внимание к особенностям вращения Земли, позволяющим судить о прямых и обратных взаимосвязях в океане, атмосфере, недрах.

Для знакомства с классической теорией вращения Земли в Приложении А 11.4 выведены уравнения Эйлера-Лиувилля, показано, как учет полюсного прилива и диссипации позволяет получить значение чандлеровской частоты, лучше совпадающей с наблюдениями. Дан вывод системы уравнений Мэтьюса и др. [153], описывающей колебания оси вращения трехслойной Земли с мантией, жидким внешним и твердым внутренним ядром. Эти уравнения используются для вычисления резонансных мод, включающих ЧДП, околосуточную свободную нутацию ядра, прямую свободную нутацию ядра и колебание внутреннего ядра. Две последних моды пока еще не обнаружены в наблюдениях. Передаточная функция, основанная на этой модели, используется для вычисления амплитуд прецессии и нутации в рамках теории МАС 2000 для реальной Земли, на основе рассчитанных амплитуд для модели твердой Земли.

В главе 2 уравнение Эйлера-Лиувилля обобщено на случай трехосной Земли, неравномерно покрытой океанами. В рамках нового обобщенного уравнения были вычислены и проинтерпретированы геодезические возбуждения. Их сопоставление с геофизическими возбуждениями в главе 5 показало недостаточное согласие в ретроградном диапазоне.

На основе разнообразных методов решения обратных задач, с позиций фильтрации Пантелеева (Приложение Д??), в главе 3 мы выделили чандлеровское колебание и вычислили возбуждающие функции для

него. Из сравнения с данными по угловому моменту океана и атмосферы получено неплохое согласие между геофизическими и геодезическими возбуждениями в прямом чандлеровском диапазоне. В главе 4 построены модели огибающей ЧДП и его возбуждения. Доказано наличие 20-летней модуляции амплитуды возбуждения, связанной с 40-летней волной в амплитуде ЧДП (рис. 4.6). Как показано в главах 6 и 8, квази-20-летние колебания также проявляются в глобальной температуре на Земле, уровне моря и LOD [38, 40]. В главе 7 доказано влияние лунного прилива на атмосферный угловой момент на недельном и двухнедельном периодах в GCRS. Влияя на амплитуду прилива, 18.6-летняя регрессия узлов Лунной орбиты может сказываться на диссипации приливной энергии в океане и недрах.

Методом МССА (Приложение Г 11.4) выделены составляющие колебаний уровня моря и глобальной температуры, изменений придонного давления, вариаций гравитационного поля Земли, его первых коэффициентов, наконец углового момента атмосферы ААМ (глава 6) и океана ОАМ (глава 8). Этот метод получает развитие, поскольку он позволяет с легкостью разделять основные компоненты изменчивости многомерного временного ряда и отфильтровывать шумы. показывает высокую продуктивностью для анализа геофизических полей, результаты МССА были независимо подтверждены МНК и другими методами.

В главе 9 мы вычислили тренды в перераспределении масс по данным GRACE, построили карты трендов и периодических составляющих гравитационного поля по всему миру и локально, в бассейнах крупных рек России. Продемонстрирован неоценимый вклад космических гравиметрических миссий в гидрологию, океанологию, гляциологию. Измерения на главном гравиметрическом пункте бывшего СССР в Московской обсерватории на Красной Пресне абсолютными гравиметрами ГАБЛ-М, представленные на рис. 9.7, показали согласие с данными GRACE. В связи с этим мы возлагаем большие надежды на следующую миссию GRACE-FO, запуск которой осуществлен 22 мая 2018 г.

Оказалось, что тренды в движении полюса хорошо согласуются с наблюдаемыми со спутников и вызванными климатическими изменениями перераспределениями масс. Первые гармоники геопотенциала, детектируемые GRACE и SLR, отражают движение геоцентра и вариации тензора инерции Земли. Последние передаются ДП и LOD. В главе 10 показано, что дрейф полюса хорошо согласуется с возбуждающими функциями, полученными из космической гравиметрии по коэффициентам C_{21} S_{21} , что доказывает его связь с вызванным изменениями климата перераспределением масс ледников, вод океана и суши. Это делает исследование

вращения Земли важным для геофизики в целом.

В главе 11 сделаны оценки статистических свойств прогнозов ПВЗ и их комбинации, выполнявшихся в течение нескольких лет (2012-2017) в ГАИШ МГУ и Шанхайской астрономической обсерватории. И хотя точность наших прогнозов (таблица 11.1) порой уступает точности бюллетеня А МСВЗ, формируемого в USNO, все же она оказалась весьма высокой. Прогнозы можно улучшить, если учесть шестисуточные прогнозы ААМ, публикуемых в Центре Гемгольца GFZ в Потсдаме [474]. Кроме того, модель огибающей чандлеровского колебания с минимумами в 1840-х, 1930-х и 2010-х годах, представленная в главе 4, позволит улучшить точность долгосрочного прогноза.

Любопытно сопоставление данных по вращению Земли с климатическими характеристиками, выявляющее сходство изменений скорости вращения Земли с квази-60-летним колебанием температуры с минимумами в 1880-х, 1940-х и 2000-х гг., а амплитуды чандлеровского колебания (огибающей) – с вариациями уровня моря (рис. 10.9). Мы считаем, что это не случайность и лежащая в основе такого поведения связь LOD и ЧДП с геофизическими процессами на Земле требует дальнейшего изучения.

Не исключено, что связанные колебания передаются через малый параметр от одного звена системы к другому [86, 80, 109]. При этом энергия может перекачиваться, например, от многолетних атмосферных климатических мод или колебаний в ядре, к чандлеровскому колебанию и LOD и обратно. Для разработки таких гипотез необходима совместная запись дифференциальных уравнений для разномасштабных процессов, описывающих колебания в ядре, атмосфере, океанах, ДП, LOD, подобно тому, как это сделано в Приложении А 11.4 для трехслойной Земли. Возможно, здесь потребуется формализм уравнений Гамильтона и понятия об адиабатических инвариантах [105]. Проверка таких гипотез потребует еще больших исследовательских усилий. Но уже сейчас, на наш взгляд, в многомерный индекс активности планеты необходимо включить ПВЗ.

Велика роль Луны в формировании нашей планеты и протекании процессов на ней. Само формирование Луны, как считается, связанное со столкновением с протопланетой Тейей, несомненно повлияло на наклон оси Земли, определило режим вращения Планеты и климат. Приливное замедление вращения Земли, стабилизация положения оси, разнообразные приливные эффекты, синхронизация геофизических процессов с орбитальными периодами в системе Земля-Луна – всё это составляет крайне интересные исследовательские темы, частично затронутые в нашей работе.

Дальнейшее прояснение механизма взаимосвязей между оболочками Земли, ее вращением и климатом потребует накопления более полных наблюдательных данных о глобальных процессах в океане, атмосфере и недрах Земли. Поэтому так волнует ученых успешный ввод в строй гравиметрических спутников GRACE FO [2, 234], размещение буйков системы Арго в океане, расширение сетей GPS, сейсмо- и метеонаблюдений. Немало интересного дадут исследования вращения других планет Солнечной Системы, например, результаты миссии InSight по изучению вращения Марса с сантиметровой точностью.

Представим на минуту, что Земля оказалась одиночной изолированной планетой. На нее не действуют внешние потенциалы, нет приливов, она не получает энергию от Солнца, меняющуюся в годовом цикле, замерзли океан и атмосфера, исчезли климатические пояса, Луна не оказывает приливного воздействия... В этом случае вся активность планеты замрёт и ее ось также перестанет дрожать, вариации во вращении Земли исчезнут, поскольку исчезнут источники их энергии. Некоторое время еще будут активны внутренние источники тепла, но и они, и свободные колебания оси, со временем затухнут. Сохраниться лишь вращение и движение по инерции. Некому станет, да и захочется ли, изучать такой мир...

К счастью, наша планета многообразна, изменчива, активна. Вращение Земли реагирует на внешние космические факторы, разнообразны процессы в оболочках Земли. Исследования астрономов и геофизиков дают возможность проникнуть в тайны недр планеты, отследить перераспределения масс, изменения циркуляции океана и атмосферы, глубже понять, как живет наша планета в необъятных просторах Космоса и как все происходящее в нём взаимосвязано.

Приложения

Приложение А

Аспекты теории вращения Земли

*Aussi vrai qu'avec un peu d'amour on fait tourner la terre
Aussi vrai que tes yeux sont ma seule lumiere.
"Mon credo", Mireille Mathieu*

Кинематические соотношения в подвижной и неподвижной системах координат

Координаты и скорости

Зададим репер неподвижной системы координат $O\xi_1\xi_2\xi_3$ и репер подвижной системы $Ox_1x_2x_3$. Пусть вектор \mathbf{R}_C задает движение начала координат подвижной системы в неподвижной системе (большими буквами здесь будем обозначать вектора в неподвижной системе отсчета), а вектор \mathbf{r} задает положение выбранной точки тела M относительно подвижной системы. С помощью оператора $\mathbf{\Gamma}$ группы вращений, приводящего ориентацию осей системы $Ox_1x_2x_3$ к системе $O\xi_1\xi_2\xi_3$, положение точки M в неподвижной системе можно выразить как

$$\mathbf{R}_M = \mathbf{R}_C + \mathbf{\Gamma}\mathbf{r}.$$

Очевидно, что скорость изменения этого вектора в неподвижной системе задается выражением

$$\mathbf{V}_a = \dot{\mathbf{R}}_M = \dot{\mathbf{R}}_C + \dot{\mathbf{\Gamma}}\mathbf{r} + \mathbf{\Gamma}\dot{\mathbf{r}}.$$

Можно доказать [184], что оператор $\mathbf{A} = \mathbf{\Gamma}^{-1}\dot{\mathbf{\Gamma}}$ является кососимметрическим ($\mathbf{A} = -\mathbf{A}^T$) оператором, задаваемым матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_1 & \omega_2 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 0 \end{pmatrix},$$

действие которого может быть представлено в виде умножения на вектор угловой скорости ω

$$\mathbf{A}\mathbf{r} = (\omega \times \mathbf{r}),$$

где ω является собственным вектором введенного оператора при нулевом собственном значении. Тогда скорость в неподвижной системе координат задается выражением

$$\mathbf{V}_a = \mathbf{V}_C + \mathbf{\Gamma}(\mathbf{\Gamma}^{-1}\dot{\mathbf{\Gamma}})\mathbf{r} + \mathbf{\Gamma}\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{V}_C + \mathbf{\Gamma}(\omega \times \mathbf{r})\mathbf{r} + \mathbf{\Gamma}\dot{\mathbf{r}}.$$

Обозначив относительную скорость $\mathbf{V}_r = \mathbf{\Gamma}\dot{\mathbf{r}}$ и переносную скорость $\mathbf{V}_e = \mathbf{V}_C + \mathbf{\Gamma}(\mathbf{\Gamma}^{-1}\dot{\mathbf{\Gamma}})\mathbf{r}$, получим, что абсолютная скорость выбранной точки M в неподвижной системе координат есть сумма переносной и относительной скоростей

$$\mathbf{V}_a = \mathbf{V}_e + \mathbf{V}_r.$$

В подвижной системе $Cx_1x_2x_3$ это выражение можно записать, сделав преобразование $\mathbf{\Gamma}^{-1}$

$$\mathbf{v}_a = \mathbf{v}_e + \mathbf{v}_r,$$

где $\mathbf{v}_r = \dot{\mathbf{r}}$ – относительная и $\mathbf{v}_e = \mathbf{\Gamma}^{-1}\mathbf{V}_C + (\omega \times \mathbf{r})$ – переносная скорости точки в подвижной системе.

Если тело твердое, то по определению расстояние между его точками в процессе движения не меняется, тогда для всех точек тела в подвижной системе координат $\dot{\mathbf{r}} = 0$, и справедлива запись

$$\mathbf{V}_M = \mathbf{V}_E = \mathbf{V}_C + \mathbf{\Gamma}(\omega \times \mathbf{r}) = \mathbf{V}_C + (\mathbf{\Omega} \times \mathbf{R}),$$

где $(\omega \times \mathbf{r}) = \mathbf{A}\mathbf{r}$, а переход к выраженным в неподвижной системе заглавным векторам делается посредством $\mathbf{\Gamma}\omega = \mathbf{\Omega}$ и $\mathbf{\Gamma}\mathbf{r} = \mathbf{R}$. Переходя в подвижную систему координат с помощью преобразования $\mathbf{\Gamma}^{-1}$, получаем

$$\mathbf{v}_M = \mathbf{v}_C + (\omega \times \mathbf{r}).$$

Хотя выражения для неподвижной и подвижной систем сходны, всегда следует четко различать – в каких системах отсчета заданы входящие в них вектора и каковы их координатные представления. В принятых выше обозначениях заглавные и прописные символы, а также явная запись оператора $\mathbf{\Gamma}$ способствуют этому.

Если задано несколько промежуточных подвижных систем координат, то в ходе последовательных переходов от одной к другой необходимо

корректно записывать преобразования между ними и суммировать переносные и относительные линейные и угловые скорости, возникающие при дифференцировании выражения типа

$$\mathbf{R}_M = \mathbf{R}_1 + \mathbf{\Gamma}_1(\mathbf{r}_2 + \mathbf{\Gamma}_2(\mathbf{r}_3 + \mathbf{\Gamma}_3(\mathbf{r}_4 + \dots))).$$

Если начала всех систем совпадают и неподвижны, то такое преобразование сведется к последовательности поворотов

$$\mathbf{R} = \mathbf{\Gamma}_1 \mathbf{\Gamma}_2 \mathbf{\Gamma}_3 \dots \mathbf{r},$$

которые можно свести к трем поворотам на углы Эйлера, подробно описанным в обширной литературе по механике [107, 105, 184], на углы Крылова и т.п.

Ускорения

Вычислим ускорение в неподвижной системе координат для точек твердого тела

$$\ddot{\mathbf{R}}_M = \ddot{\mathbf{R}}_C + \mathbf{\Gamma}(\mathbf{\Gamma}^{-1}\dot{\mathbf{\Gamma}})(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) + \mathbf{\Gamma}(\dot{\boldsymbol{\omega}} \times \mathbf{r}).$$

Это выражение можно переписать, введя для ускорения символ \mathbf{W} , а для углового ускорения обозначение $\boldsymbol{\varepsilon} = \dot{\boldsymbol{\omega}}$

$$\mathbf{W}_M = \mathbf{W}_C + \mathbf{\Gamma}(\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})) + \mathbf{\Gamma}(\boldsymbol{\varepsilon} \times \mathbf{r}).$$

Переходя в подвижную систему, получим формулу Ривальса

$$\mathbf{w}_M = \mathbf{w}_C + (\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})) + (\boldsymbol{\varepsilon} \times \mathbf{r}).$$

Первый член в ней связан с поступательным ускорением начала подвижной системы, рассматриваемым из неё же $\mathbf{w}_C = \mathbf{\Gamma}^{-1}\ddot{\mathbf{R}}_C$, второй член – осестремительное ускорение, пропорциональное расстоянию d от оси вращения $\mathbf{w}_{ax} = \boldsymbol{\omega}^2 d$, а третий член – вращательное или угловое ускорение $\mathbf{w}_{rot} = (\boldsymbol{\varepsilon} \times \mathbf{r})$. Напомним, что выше речь шла об ускорении точки M твердого тела. Если же тело деформируемое, то расстояния между его точками могут меняться. Тогда, в добавок к описанным выше трем членам, вклад в \mathbf{W}_M дадут еще два члена

$$\mathbf{W}_M = \mathbf{W}_C + \mathbf{\Gamma}(\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})) + \mathbf{\Gamma}(\boldsymbol{\varepsilon} \times \mathbf{r}) + 2\mathbf{\Gamma}(\boldsymbol{\omega} \times \dot{\mathbf{r}}) + \mathbf{\Gamma}\ddot{\mathbf{r}}, \quad (12.1)$$

связанные с относительным $\mathbf{w}_r = \dot{\mathbf{r}}$ и добавочным кориолисовым $\mathbf{w}_c = 2(\boldsymbol{\omega} \times \dot{\mathbf{r}})$ ускорениями.

Центробежное и кориолисово ускорения

В литературе [166] абсолютное ускорение для точек вращающегося тела нередко дают в следующих, (12.2), отличающихся от введенных выше, обозначениях. Будем считать, что начало подвижной системы координат не смещается $\mathbf{v}_c = 0$ и $\mathbf{w}_c = 0$, скорость вращения постоянна $\varepsilon = 0$, тогда малое перемещение любого элемента массы относительно неподвижной системы складывается из перемещения $\Delta \mathbf{r}$, связанного с переносным движением (вращением тела вокруг оси) и относительным перемещением $\delta \mathbf{r}$, вызванным изменением локального радиуса-вектора в связанной с телом подвижной системе координат

$$\Delta \mathbf{r} = \delta \mathbf{r} + \mathbf{\Delta} \mathbf{r}.$$

Соотношение для скоростей принимает вид

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t} + (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}),$$

где знаком частной производной не вполне удачно обозначена относительная скорость. В этих обозначениях дважды применив оператор

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (\boldsymbol{\omega} \times \cdot) \quad (12.2)$$

можно получить абсолютное ускорение

$$\frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = \frac{\partial^2 \mathbf{r}}{\partial t^2} + 2 \left(\boldsymbol{\omega} \times \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t} \right) + (\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}).$$

Это соотношение для ускорения во вращающейся системе координат $Sx_1x_2x_3$ аналогично (12.1), если не забывать о предположении равенства нулю \mathbf{w}_c и ε . Перенося члены в правую часть, тем самым вводя силы инерции, во вращающейся неинерциальной системе координат ускорение точки можно переписать как

$$\frac{\partial^2 \mathbf{r}}{\partial t^2} = \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} - 2(\boldsymbol{\omega} \times \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t}) - (\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}),$$

или

$$\mathbf{w}_r = \mathbf{w}_M - \mathbf{w}_c - \mathbf{w}_{ax}.$$

Здесь $\mathbf{w}_r = \frac{\partial^2 \mathbf{r}}{\partial t^2}$ – ускорение в системе движущегося объекта, $\mathbf{w}_M = \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2}$ – ускорение во вращающейся системе координат, обусловленное движением относительно неё точки М, а два члена, связанные с неинерциальностью выбранной системы, – это центробежное ускорение $-\mathbf{w}_{ax} = -(\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})$ и ускорение Кориолиса $-\mathbf{w}_c = -2(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}) = 2(\mathbf{v} \times \boldsymbol{\omega})$.

Уравнение Лагранжа вращения твердого тела

Рассмотрим движение твердого вращающегося тела в неподвижной системе координат в соответствии с [105]. Ниже мы отступим от введенного выше предложения об использовании заглавных и строчных обозначений для векторов в неподвижной и подвижной системах, комментарии к чему будут даны в разделе 11.4. Пусть все точки тела движутся вместе с центром масс со скоростью \mathbf{V} и одновременно вращаются с угловой скоростью $\boldsymbol{\Omega} = d\phi/dt$ вокруг оси, вдоль которой направлен вектор $\boldsymbol{\Omega}$. Кинетическая энергия такого недеформируемого тела может быть записана в виде

$$T = \frac{1}{2} \sum m(\mathbf{V} + (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{R}))^2 = \frac{1}{2} \sum mV^2 + \sum m\mathbf{V}(\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{R}) + \frac{1}{2} \sum m(\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{R})^2,$$

где суммирование ведется по всем элементарным массам и, по сути, эквивалентно интегрированию по dm . В первом члене V^2 выносятся за сумму, которая дает полную массу тела $M = \sum m$. Второй член обращается в ноль при выборе начала координат в центре инерции тела, поскольку

$$\sum m\mathbf{V}(\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{R}) = \sum m\mathbf{R}(\mathbf{V} \times \boldsymbol{\omega}) = (\mathbf{V} \times \boldsymbol{\omega}) \sum mR.$$

В третьем члене можно раскрыть квадрат векторного произведения и получить

$$T = \frac{MV^2}{2} + \frac{1}{2} \sum m(\omega^2 R^2 - (\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{R})^2).$$

Первый член связан с поступательным движением тела как целого, которое описывается движением его центра масс. Мы опустим эту составляющую, если будем считать, что центр масс тела неподвижен. Сосредоточим внимание на вращении тела и втором члене кинетической энергии. Его можно представить в виде

$$T = \frac{1}{2} I_{ik} \omega_i \omega_k,$$

где использовано правило суммирования Эйнштейна для повторяющихся индексов проекции угловой скорости ω_i на оси декартовой системы $Sx_1x_2x_3$, которые назовем (x, y, z) и введен тензор (матрица) инерции

$$I = \begin{bmatrix} \sum m(y^2 + z^2) & -\sum mxy & -\sum mxz \\ -\sum mxy & \sum m(x^2 + z^2) & -\sum myz \\ -\sum mxz & -\sum myz & \sum m(x^2 + y^2) \end{bmatrix}. \quad (12.3)$$

Если выбрать оси системы координат направленными вдоль главных осей инерции, тензор инерции получит диагональный вид $I = \text{diag}\{I_1, I_2, I_3\}$ и кинетическая энергия запишется в виде

$$T = \frac{1}{2}I_1\omega_1^2 + I_2\omega_2^2 + I_3\omega_3^2.$$

Функция Лагранжа для тела, вращающегося во внешнем потенциале U имеет вид

$$L = T - U.$$

Уравнение Лагранжа для угловой координаты ϕ

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \omega} = \frac{\partial L}{\partial \phi}$$

дает уравнение вращения твердого тела в неподвижной системе отсчета

$$\frac{d\mathbf{H}}{dt} = \mathbf{\Lambda}, \quad (12.4)$$

где $\mathbf{H} = \sum m(\mathbf{R} \times \mathbf{V})$ - момент импульса тела ($H_i = \frac{\partial L}{\partial \omega_i} = I_{ik}\omega_k$), а $\mathbf{\Lambda} = -\frac{\partial U}{\partial \phi}$ - момент внешних сил. Функция Лагранжа и уравнения движения более общего вида могут быть получены с учетом упругих деформаций и диссипативных сил по методике В.Г. Вильке, развиваемой А.В. Шатиной и Е.В. Шерстневым [66, 219].

Динамические уравнения Эйлера

Приведенное выше уравнение (12.4) представляет собой уравнение вращения твердого тела, центр масс которого покоится относительно неподвижной системы отсчета. Здесь и далее отступаем от требования использовать заглавные буквы для обозначения векторов в неподвижной системе, выдвинутого в разделе 11.4. Применяя оператор (12.2), перейдем во вращающуюся систему отсчета. Уравнение (12.4) запишется в виде

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} + (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{H}) = \mathbf{\Lambda}, \quad (12.5)$$

где \mathbf{H} - вектор момента импульса, $\boldsymbol{\omega}$ - вектор угловой скорости, а $\mathbf{\Lambda}$ - суммарный момент внешних сил, представленный во вращающейся системе отсчета (т.е. уже после преобразования Γ^{-1}). Предполагая оси

(x, y, z) подвижной системы направленными по главным осям инерции, получим три уравнения Эйлера

$$\begin{aligned} I_1 \frac{d\omega_1}{dt} + (I_3 - I_2)\omega_2\omega_3 &= \Lambda_1, \\ I_2 \frac{d\omega_2}{dt} + (I_1 - I_3)\omega_3\omega_1 &= \Lambda_2, \\ I_3 \frac{d\omega_3}{dt} + (I_2 - I_1)\omega_1\omega_2 &= \Lambda_3. \end{aligned} \tag{12.6}$$

В данной работе мы практически не будем касаться теории прецессии и нутации, в которой момент внешних сил со стороны Луны, Солнца и планет вызывает колебания оси Земли в инерциальном пространстве. Нас будут интересовать, в основном, движения полюса с периодами более двух суток в Земной системе координат. Положим $\mathbf{\Lambda} = 0$, что приведет к однородной системе уравнений Эйлера

$$\begin{aligned} \frac{d\omega_1}{dt} + \frac{I_3 - I_2}{I_1}\omega_2\omega_3 &= 0, \\ \frac{d\omega_2}{dt} + \frac{I_1 - I_3}{I_2}\omega_3\omega_1 &= 0, \\ \frac{d\omega_3}{dt} + \frac{I_2 - I_1}{I_3}\omega_1\omega_2 &= 0. \end{aligned}$$

Считая Землю абсолютно твердой и двухосной, с равными экваториальными моментами инерции $I_1 = A$, $I_2 = B$ и осевым $I_3 = C$, получим уравнение для осевой компоненты в виде

$$\frac{d\omega_3}{dt} = 0,$$

что говорит о постоянстве угловой скорости $\omega_3 = \Omega$. Для смещений оси в плоскости xOy получим уравнения Эйлера в простейшем виде

$$\frac{d\omega_1}{dt} = -\sigma_e\omega_2, \quad \frac{d\omega_2}{dt} = \sigma_e\omega_1,$$

где частота Эйлера

$$\sigma_e = \Omega \frac{C - \frac{A+B}{2}}{\frac{A+B}{2}}.$$

Объединяя эти уравнения посредством комплексной записи

$$\frac{d(\omega_1 + i\omega_2)}{dt} = i\sigma_e(\omega_1 + i\omega_2),$$

получаем Эйлерово решение для свободной прецессии оси вращения твердого тела с постоянной амплитудой $a = |\omega_1 + i\omega_2|$

$$(\omega_1 + i\omega_2) = ae^{i\sigma_e t}.$$

Период такой прецессии для Земли должен быть равен $2\pi/\sigma_e \cong 305$ суток. Однако, Чандлер обнаружил, что период свободных колебаний полюса Земли составляет около 433 суток, а вынужденных – год.

Уравнения Эйлера-Лиувилля

Земля не является абсолютно твёрдым телом. Для объяснения отклонений в скорости ее вращения и колебаний оси необходимо рассмотреть уравнения Эйлера-Лиувилля, учитывающие деформации неупругой Земли. Вводя в рассмотрение переменные компоненты тензора инерции Земли I_{ij} и относительный момент импульса $\mathbf{h} = \sum(m\mathbf{r} \times \mathbf{v})$, запишем для переменного момента импульса

$$\mathbf{H} = \mathbf{I}\omega + \mathbf{h}.$$

Подставляя в исходное неоднородное уравнение (12.5), получим

$$\dot{\mathbf{I}}\omega + \mathbf{I}\dot{\omega} + \dot{\mathbf{h}} + (\omega \times \mathbf{I}\omega) + (\omega \times \mathbf{h}) = \mathbf{\Lambda}, \quad (12.7)$$

где точкой обозначена производная в подвижной системе, $\partial/\partial t$. Распишем компоненты производных

$$\frac{\partial I_{ik}\omega_k}{\partial t} = \dot{I}_{ik}\omega_k + I_{ik}\dot{\omega}_k,$$

где используется суммирование Эйнштейна. Суммируя их с компонентами векторного произведения

$$\begin{aligned} (\omega \times \mathbf{I}\omega)_1 &= \omega_2 I_{3k}\omega_k - \omega_3 I_{2k}\omega_k, \\ (\omega \times \mathbf{I}\omega)_2 &= \omega_3 I_{1k}\omega_k - \omega_1 I_{3k}\omega_k, \\ (\omega \times \mathbf{I}\omega)_3 &= \omega_1 I_{2k}\omega_k - \omega_2 I_{1k}\omega_k, \end{aligned}$$

приходим к развернутым выражениям для левых частей уравнений (12.7) для x -компоненты

$$I_{11}\dot{\omega}_1 + I_{12}\dot{\omega}_2 + I_{13}\dot{\omega}_3 + \dot{I}_{11}\omega_1 + \dot{I}_{12}\omega_2 + \dot{I}_{13}\omega_3 + \omega_2 h_3 - \omega_3 h_2 + \\ + \omega_2 I_{31}\omega_1 + \omega_2 I_{32}\omega_2 + \omega_2 I_{33}\omega_3 - \omega_3 I_{21}\omega_1 - \omega_3 I_{22}\omega_2 - \omega_3 I_{23}\omega_3 + \dot{h}_1,$$

для y -компоненты

$$I_{21}\dot{\omega}_1 + I_{22}\dot{\omega}_2 + I_{23}\dot{\omega}_3 + \dot{I}_{21}\omega_1 + \dot{I}_{22}\omega_2 + \dot{I}_{23}\omega_3 + \omega_1 h_3 - \omega_3 h_1 + \\ + \omega_3 I_{11}\omega_1 + \omega_3 I_{12}\omega_2 + \omega_3 I_{13}\omega_3 - \omega_1 I_{31}\omega_1 - \omega_1 I_{32}\omega_2 - \omega_1 I_{33}\omega_3 + \dot{h}_2,$$

и для z -компоненты

$$I_{31}\dot{\omega}_1 + I_{32}\dot{\omega}_2 + I_{33}\dot{\omega}_3 + \dot{I}_{31}\omega_1 + \dot{I}_{32}\omega_2 + \dot{I}_{33}\omega_3 + \omega_2 h_1 - \omega_1 h_2 + \\ + \omega_1 I_{21}\omega_1 + \omega_1 I_{22}\omega_2 + \omega_1 I_{23}\omega_3 - \omega_2 I_{11}\omega_1 - \omega_2 I_{12}\omega_2 - \omega_2 I_{13}\omega_3 + \dot{h}_3.$$

Большинство членов в записанных выше выражениях пренебрежимо малы и могут быть опущены:

I) Ввиду малости компонент ω_1 , ω_2 , их квадраты и перекрестные произведения можно считать пренебрежимо малыми

$$\omega_1^2 = \omega_2^2 = \omega_1\omega_2 = 0.$$

II) Считая малыми внедиагональные элементы тензора инерции, их произведения на компоненты ω_1 , ω_2 , угловой скорости будем также считать пренебрежимо малыми

$$I_{13}\omega_1 = I_{13}\omega_2 = I_{12}\omega_1 = I_{12}\omega_2 = I_{23}\omega_1 = I_{23}\omega_2 = 0.$$

III) Изменения произведений инерции во времени будем считать медленными и их произведения на малые компоненты скорости пренебрежимо малыми

$$\dot{I}_{13}\omega_1 = \dot{I}_{13}\omega_2 = \dot{I}_{12}\omega_1 = \dot{I}_{12}\omega_2 = \dot{I}_{23}\omega_1 = \dot{I}_{23}\omega_2 = 0.$$

IV) Положим также, что диагональные компоненты тензора инерции неизменны, и за отклонения во вращении Земли отвечают лишь асимметрии в распределении масс

$$\dot{I}_{ii} = 0.$$

V) Относительные моменты инерции также малы, поэтому их произведения на малые компоненты вектора скорости $\omega_i h_j$ можно отбросить.

С использованием таких предположений, получаем для осевой компоненты

$$I_{33}\dot{\omega}_3 = \Lambda_3, \quad (12.8)$$

а для экваториальных компонент

$$I_{11}\dot{\omega}_1 + \dot{I}_{13}\omega_3 + \omega_2(I_{33} - I_{22})\omega_3 - \omega_3^2 I_{23} + \dot{h}_1 - \omega_3 h_2 = \Lambda_1, \quad (12.9)$$

$$I_{22}\dot{\omega}_2 + \dot{I}_{23}\omega_3 + \omega_3(I_{11} - I_{33})\omega_1 + \omega_3^2 I_{13} + \dot{h}_2 + \omega_3 h_1 = \Lambda_2. \quad (12.10)$$

В теории вращения Земли поправки к скорости вращения Земли малы и для вектора мгновенной угловой скорости принята параметризация

$$\omega_0 + \delta\omega = \Omega \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ 1 + m_3 \end{bmatrix}. \quad (12.11)$$

где $\Omega = 7.2921150(1)10^{-5}$ рад/сек – средняя угловая скорость вращения Земли. Введенные компоненты m_i относятся к связанной с Землей системе координат ITRS и могут интерпретироваться как направляющие косинусы мгновенного вектора угловой скорости вращения Земли.

Тензор инерции Земли I_{ij} почти диагонален. Вводя малые поправки δI к нему, запишем

$$\mathbf{I} + \delta\mathbf{I} = \begin{bmatrix} A + c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & B + c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & C + c_{33} \end{bmatrix}. \quad (12.12)$$

Тогда, на основе линеаризованных уравнений (12.8-12.10), осевая компонента вектора вращения Земли определяется выражением

$$\Omega\omega_3 + \Omega\dot{c}_{33} + \dot{h}_3 = \Lambda_3,$$

а поведение экваториальных компонент задается уравнениями

$$\begin{aligned} A\Omega\dot{m}_1 + m_2\Omega^2(C - A) - \Omega^2 c_{23} + \Omega\dot{c}_{13} + \dot{h}_1 - \Omega h_2 &= \Lambda_1, \\ A\Omega\dot{m}_2 - m_1\Omega^2(C - A) + \Omega^2 c_{13} + \Omega\dot{c}_{23} + \dot{h}_2 + \Omega h_1 &= \Lambda_2. \end{aligned}$$

Используя комплексные обозначения $m = m_1 + im_2$, $c = c_{13} + ic_{23}$, $h = \dot{c}_{13} + i\dot{c}_{23}$, $\Lambda = \dot{\Lambda}_1 + i\dot{\Lambda}_2$ приходим к их комплексной записи

$$A\Omega\dot{m} - i(C - A)\Omega^2 m + \Omega\dot{c} + i\Omega^2 c + \dot{h} + i\Omega h = \Lambda \quad (12.13)$$

и комплексному уравнению Эйлера-Лиувилля для движения полюса

$$\frac{i}{\sigma_e}\dot{m} + m = \Psi, \quad (12.14)$$

где $\sigma_e = \Omega \frac{C-A}{A}$ – все та же Эйлера частота, что и в классическом случае, а в правой части стоит возбуждающая функция $\Psi = \Psi_1 + i\Psi_2$.

$$\begin{aligned} \Psi_1 &= \frac{1}{\Omega^2(C - A)} \left(\Omega^2 c_{13} + \Omega \dot{c}_{23} + \dot{h}_2 + \Omega h_1 - \Lambda_2 \right), \\ \Psi_2 &= \frac{1}{\Omega^2(C - A)} \left(\Omega^2 c_{23} - \Omega \dot{c}_{13} - \dot{h}_1 + \Omega h_2 + \Lambda_1 \right). \end{aligned}$$

Для осевой компоненты уравнение Эйлера-Лиувилля дает

$$\dot{m}_3 = \dot{\Psi}_3, \quad (12.15)$$

$$\Psi_3 = \frac{1}{\Omega^2 C} \left(-\Omega^2 c_{33} - \Omega \dot{h}_3 + \Omega \int_o^t \Lambda_3 dt \right).$$

Если ввести функции экваториального углового момента импульса

$$\chi = \frac{c}{(C - A)} + \frac{h}{\Omega(C - A)}, \quad (12.16)$$

уравнение (12.26) можно переписать в виде

$$\frac{i}{\sigma_e}\dot{m} + m = \chi - \frac{i}{\Omega}\dot{\chi} + i\frac{\Lambda}{\Omega^2(C - A)},$$

Перейдем в уравнениях от координат мгновенной оси вращения (12.11), где фигурирует m , к координатам полюса $p = x - iy$. Чтобы отделить движения полюса от прецессии и нутации вводят небесное промежуточное начало СІР, совершающее движение под действием Λ . Координаты p определяют отклонения мгновенного полюса в земной системе именно относительно СІР. Связь с m следует из кинематических уравнений Эйлера в виде

$$m = p - \frac{i}{\Omega}\dot{p}. \quad (12.17)$$

Поскольку на движения полюса внешний момент Λ не влияет, он не входит в χ , с учетом этого можно записать

$$\frac{i}{\sigma_e} \dot{p} + p = \frac{c}{(C - A)} + \frac{h}{\Omega(C - A)} = \chi^{mass} + \chi^{motion} = \chi. \quad (12.18)$$

Заметим, что в силу выполняющегося в частотной области соотношения,

$$m(\sigma) = \left(1 + \frac{\sigma}{\Omega}\right) p(\sigma) \quad (12.19)$$

мгновенный полюс вращения будет мало отличаться от СІР для периодов более нескольких десятков суток в Земной системе отсчета. Тогда для чандлеровской частоты можно считать $m \approx p$ и, пренебрегая внешним моментом и производными \dot{c} и \dot{h} приблизить $\Psi \approx \chi$. Такое приближение понадобится нам в главах 2 и 5.

На осевой компоненте переход к СІР не сказывается. Уравнение (12.15) переписывается через функцию аксиального момента импульса $\chi_3 = -\Psi_3$, если положить $\Lambda_3 = 0$, как

$$\dot{m}_3 = -\dot{\chi}_3. \quad (12.20)$$

Чандлеровское колебание полюса

Для того, чтобы понять, почему наблюдаемая чандлеровская частота отличается от Эйлеровой, необходимо рассмотреть полюсный прилив, возникающий из-за отклонения оси вращения Земли, и вызванную им деформацию. Центробежный потенциал в точке Земли $P(x, y, z)$ на расстоянии r от ее центра O на угловом (полярном) расстоянии от северного полюса оси вращения $\theta = 90 - \phi$ (ϕ – широта) имеет вид (см. раздел 11.4)

$$U_{cf} = -\frac{1}{2}\Omega^2 r^2 \sin^2 \theta = -\frac{1}{2}\Omega^2 r^2 + \frac{1}{2}\Omega^2 r^2 \cos^2 \theta.$$

Направляющие косинусы орта \mathbf{e}_{OP} выражаются в виде

$$Ox \wedge OP = \frac{x}{r} \quad Oy \wedge OP = \frac{y}{r} \quad Oz \wedge OP = \frac{z}{r}.$$

Вследствие отклонения мгновенной оси вращения Земли, угол между нею и направлением на точку P меняется, он может быть получен из скалярного произведения единичных направляющих ортов

$$\cos \theta = (\mathbf{e}_\Omega \cdot \mathbf{e}_{OP}),$$

откуда, перемножая направляющие косинусы, получим

$$r \cos \theta = xm_1 + ym_2 + z(1 + m_3).$$

Отбрасывая члены второго порядка малости, запишем центробежный потенциал с точностью до первого порядка в виде

$$U_{cf} = -\frac{1}{2}\Omega^2(x^2 + y^2) + \Omega^2z(m_1x + m_2y).$$

Первый член здесь - классический центробежный потенциал, а вторая компонента определяет потенциал полюсного прилива. Он вызывает деформацию Земной поверхности, описываемую вторым числом Лява k_2 . Связанное с этим изменение потенциала имеет вид

$$U_i = k_2\Omega^2z(m_1x + m_2y).$$

С учетом непрерывности потенциала и его градиента на границе, определяемой радиусом Земли R , общее решение уравнения Лапласа для приливного потенциала до второго порядка представляется в виде

$$\left(Ar^2 + \frac{B}{r^3}P_2(\cos\theta) \right) = U_i + U_e.$$

Отношение внутреннего и внешнего потенциалов в правой части

$$U_e = \frac{R^5}{r^5}U_i.$$

Воспользуемся формулой Мак Куло, связывающей потенциал трехосного эллипсоида массы M с его моментами инерции [166],

$$U = -G\frac{M}{r} - G\frac{A + B + C - 3I}{2r^3}, \quad (12.21)$$

где $I = Am_1^2 + Bm_2^2 + C(1 + m_3)^2 - 2Km_1m_2 - 2Hm_2(1 + m_3) - 2J(1 + m_3)m_1$ - момент инерции относительно мгновенной оси вращения Земли $\vec{\omega}$, а величины K, H, J - произведения инерции. Из сравнения коэффициентов при произведениях направляющих косинусов в формуле (12.21) с выражением для U_e становится ясным, что вызванные полюсным приливом изменения в тензоре инерции выражаются в виде [93]

$$c_{13} = -H = \frac{k_2\Omega^2R^5m_1}{3G}, \quad c_{23} = -J = \frac{k_2\Omega^2R^5m_2}{3G}.$$

Откуда, в комплексных обозначениях $c = c_{13} + ic_{23}$, $m = m_1 + im_2$, имеем

$$c = \frac{k_2}{k_s}(C - A)m.$$

Здесь второе число Лява $k_2 \cong 0.3$ в числителе делится на вековое число Лява $k_s = 3G(C - A)/\Omega^2 R^5 \cong 0.94$, см. таблицу 2.1.

Подстановка вызванных полюсным приливом деформаций в (12.13) дает

$$\Omega \left[A + \frac{k_2}{k_s}(C - A) \right] \dot{m} - i\Omega^2(C - A) \left(1 - \frac{k_2}{k_s} \right) m = 0$$

откуда получаем уравнение свободной чандлеровской нутации

$$\dot{m} - i\sigma_c m = 0, \quad (12.22)$$

с модифицированной чандлеровской частотой

$$\sigma_c = \Omega \frac{(C - A)(1 - k_2/k_s)}{A + (k_2/k_s)(C - A)}, \quad (12.23)$$

которая значительно ближе к наблюдаемой ($\sigma_c \approx 1.43\sigma_e$).

Для того, чтобы описать фазовую задержку на небольшой угол $\varepsilon \approx \sin \varepsilon$ в реологии используют комплексные коэффициенты [83]. Вводя комплексное число Лява

$$\tilde{k}_2 = k_2^{re} + ik_2^{im} = k_2(1 + i\varepsilon), \quad (12.24)$$

чандлеровскую частоту делают комплексной, представляя её в виде

$$\sigma_c = \sigma_e \frac{(1 - \frac{\tilde{k}_2}{k_s})}{(1 + e\frac{\tilde{k}_2}{k_s})} = 2\pi f_c \left(1 + \frac{i}{2Q} \right). \quad (12.25)$$

Здесь $e = (C - A)/A$ – динамическое сжатие, f_c – действительная чандлеровская частота, Q – добротность. Точные значения этих величин неизвестны и оцениваются по наблюдениям. Согласно оценкам, сделанным Вилсоном и Висенте [425], $f_c = 0.843$ цикла в год, $Q = 175$.

Уравнение Лиувилля при этом записывается с чандлеровской частотой и модифицированной правой частью

$$\frac{i}{\sigma_c} \dot{m} + m = \frac{\Psi^{pure}}{1 - \frac{\tilde{k}_2}{k_s}}, \quad (12.26)$$

что напоминает (12.14).

Переход к записи, аналогичной (12.18) для координат полюса p , делается посредством введения эффективных функций углового момента импульса

$$\chi_e^{mass} = \frac{1 + k'_2}{1 - \tilde{k}_2/k_s} \chi^{mass}, \quad \chi_e^{motion} = \frac{1}{1 - \tilde{k}_2/k_s} \chi^{motion}. \quad (12.27)$$

Они отличаются от χ в (12.16) коэффициентами, учитывающими вязкоупругие свойства Земли и влияние полюсного прилива. Знаменатель $1 - \tilde{k}_2/k_s$ присутствует в выражениях для обеих компонент. В числителе для компоненты массы использован множитель $(1 + k'_2)$, где $k'_2 \sim -0.3$ – нагрузочный коэффициент Лява (см. табл. 2.1). Итоговый множитель для неё по модулю имеет величину ~ 1.6 , а для компоненты движения ~ 1.1 , (см. раздел 8.5). Небольшие отличия возможны, в зависимости от конкретных оценок коэффициентов. С использованием эффективных функций углового момента выражение

$$p - i\sigma_c \dot{p} = \chi_e^{mass} + \chi_e^{motion} \quad (12.28)$$

приводится к подобному (12.18) виду [165, 164]

$$\frac{i}{\sigma_c} \frac{dp(t)}{dt} + p(t) = \chi^{tot}(t), \quad (12.29)$$

Это и есть наиболее употребительная запись уравнения Эйлера-Лиувилля для движения полюса, в правой части которой стоит комплексная эффективная функция углового момента $\chi^{tot} = \chi_1^{tot} + i\chi_2^{tot} = \chi_e^{mass} + \chi_e^{motion}$. Матричная запись этого уравнения дана в приложении А.

Уравнения Эйлера-Лиувилля в матричном виде

Вывод уравнений вращения трехслойной Земли

В данном разделе мы выведем систему уравнений, описывающую вращение Земли с жидким внешним и твердым внутреннем ядром. Будем исходить из следующей системы уравнений, представленной в работах Мэтьюса, Дехант, Сасао и др. [153, 233, 364]

$$\frac{d\mathbf{H}}{dt} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{H} = \boldsymbol{\Gamma}, \quad (12.30a)$$

$$\frac{d\mathbf{H}_f}{dt} - \boldsymbol{\omega}_f \times \mathbf{H}_f = 0, \quad (12.30b)$$

$$\frac{d\mathbf{H}_s}{dt} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{H}_s = \boldsymbol{\Gamma}_s, \quad (12.30c)$$

первое из уравнений относится ко всей Земле с мантией, второе – к жидкому (индекс f), а третье – к твердому (индекс s) ядру. Моменты инерции твердого и жидкого ядер равны

$$\mathbf{H}_f = [C_f]\boldsymbol{\Omega}_f, \quad \mathbf{H}_s = [C_s]\boldsymbol{\Omega}_s,$$

где $\boldsymbol{\Omega}_s$, $\boldsymbol{\Omega}_f$ – их относительные угловые скорости, а $[C_s]$, $[C_f]$ – их матрицы инерции

$$[C_s] = A_s[\mathbf{I}] + (C_s - A_s)\mathbf{i}'_3\mathbf{i}'_3 + \sum_{ij} c_{ij}^s \mathbf{i}_i \mathbf{i}_j,$$

$$[C_f] = A_f[\mathbf{I}] + (C_f - A_f)\mathbf{i}'_3\mathbf{i}'_3 + (C' - A')(\mathbf{i}'_3\mathbf{i}'_3 - \mathbf{i}_3\mathbf{i}_3) + \sum_{ij} c^f s_{ij}^f \mathbf{i}_i \mathbf{i}_j.$$

Момент инерции мантии можно получить, вычтя из момента инерции всей Земли моменты инерции жидкого и твердого ядер

$$\mathbf{H} = [C]\boldsymbol{\Omega} + [C_f](\boldsymbol{\Omega} - \boldsymbol{\Omega}_f) + [C_s](\boldsymbol{\Omega} - \boldsymbol{\Omega}_s),$$

здесь

$$[C] = A[\mathbf{I}] + (C - A)\mathbf{i}'_3\mathbf{i}'_3 + ((C_s - A_s) - (C' - A'))(\mathbf{i}'_3\mathbf{i}'_3 - \mathbf{i}_3\mathbf{i}_3) + \sum_{ij} c_{ij}^f \mathbf{i}_i \mathbf{i}_j,$$

а c_{ij}^s , c_{ij}^f , c_{ij} , $(C' - A')(\mathbf{i}'_3\mathbf{i}'_3 - \mathbf{i}_3\mathbf{i}_3)$, $((C_s - A_s) - (C' - A'))(\mathbf{i}'_3\mathbf{i}'_3 - \mathbf{i}_3\mathbf{i}_3)$ – величины первого порядка малости.

Вывод уравнений для твердого ядра

Запишем матрицу инерции для внутреннего твердого ядра с малыми поправками к диагональной форме

$$[C_s] = \begin{bmatrix} A_s + c_{11}^s & c_{12}^s & c_{13}^s \\ c_{21}^s & B_s + c_{22}^s & c_{23}^s \\ c_{31}^s & c_{32}^s & C_s + c_{33} + (C_s - A_s)\mathbf{i}'_3\mathbf{i}'_3 \end{bmatrix}. \quad (12.31)$$

Угловая скорость твердого ядра равна

$$\boldsymbol{\Omega}_s = \boldsymbol{\Omega} + \boldsymbol{\omega}_s = \boldsymbol{\Omega}_0 \begin{bmatrix} m_1 + m_1^s \\ m_2 + m_2^s \\ 1 + m_3 + m_3^s \end{bmatrix}. \quad (12.32)$$

Подставляя в формулу $\mathbf{H}_s = [C_s]\boldsymbol{\Omega}_s$, с учетом того, что $\mathbf{i}'_3 = \mathbf{n}_s + \mathbf{i}_3$, $\mathbf{n}'_s = (n_{s1}, n_{s2}, 0)^T$, и считая $A_s = B_s = C_s$ (осевое сжатие остается), отбрасывая члены второго порядка малости, получим

$$[H_s] = \boldsymbol{\Omega}_0 \begin{bmatrix} A_s(m_1 + m_1^s) + c_{13}^s \\ A_s(m_2 + m_2^s) + c_{23}^s \\ A_s(1 + m_3 + m_3^s) + c_{33}^s + A_s \mathbf{e}_s(\mathbf{n}_s + \mathbf{i}_3) \end{bmatrix}. \quad (12.33)$$

Запишем формулу для векторного произведения

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Omega}_s \times \mathbf{H}_s &= \boldsymbol{\Omega}_0^2 \begin{bmatrix} A_s m_2 + A_s e_s m_2 - A_s(m_2 + m_2^s) - c_{23}^s \\ A_s(m_1 + m_1^s) + c_{13}^s - A_s m_1 - A_s e_s m_1 \\ 0 \end{bmatrix} + \boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{\Omega}_0 A_s e_s \mathbf{n}_s = \\ &= \boldsymbol{\Omega}_0^2 \begin{bmatrix} A_s e_s m_2 - A_s m_2^s - c_{23}^s \\ A_s m_1^s + c_{13}^s - A_s e_s m_1 \\ 0 \end{bmatrix} + \boldsymbol{\Omega}_0^2 \begin{bmatrix} -A_s e_s n_{s2} \\ -A_s e_s n_{s1} \\ 0 \end{bmatrix} = \\ &= \boldsymbol{\Omega}_0^2 \begin{bmatrix} A_s e_s m_2 - A_s m_2^s - A_s e_s n_{s2} - c_{23}^s \\ A_s m_1^s - A_s e_s m_1 - A_s e_s n_{s1} + c_{13}^s \\ 0 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Учитывая то, что $A_s + A_s e_s = C_s$ и

$$A_s e_s \Omega_0 \frac{d\mathbf{n}_s}{dt} = A_s e_s \Omega_0 \mathbf{m}_s \times \mathbf{i}_3 = A_s e_s \Omega_0^2 (m_2^s \mathbf{i}_1 - m_1^s \mathbf{i}_2),$$

получаем левую часть уравнения (12.30с) для твердого внутреннего ядра

$$\begin{aligned} & \frac{d\mathbf{H}_s}{dt} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{H}_s = \\ = & \left[\begin{array}{c} A_s \Omega_0 \frac{d}{dt} (m_1 + m_1^s) + \Omega_0 \frac{dc_{13}^s}{dt} + \Omega_0^2 (A_s e_s (m_2 + m_2^s) - A_s m_2^s - A_s e_s n_{s2} - c_{23}^s) \\ A_s \Omega_0 \frac{d}{dt} (m_2 + m_2^s) + \Omega_0 \frac{dc_{23}^s}{dt} + \Omega_0^2 (A_s m_1^s - A_s e_s (m_1 + m_1^s) - A_s e_s n_{s1} + c_{13}^s) \\ C_s \Omega_0 \frac{d}{dt} (1 + m_3 + m_3^s) + \Omega_0 \frac{dc_{33}^s}{dt} \end{array} \right]. \end{aligned}$$

Теперь рассмотрим правую часть уравнения для момента сил, действующего на твердое ядро. Запишем его через параметры α_j , введенные в [364], и описывающие взаимодействие внутреннего ядра и остальной Земли ([153] стр. 291)

$$\Gamma_s = A_s e_s \Omega_0^2 \mathbf{i}_3 \times [-\alpha_1 (m + m_f) + \alpha_2 \mathbf{n}_s - \alpha_3 \phi] + \Omega_0^2 \mathbf{i}_3 \times \mathbf{c}_3^s.$$

Члены в квадратных скобках дают

$$\begin{aligned} A_s e_s \Omega_0^2 \mathbf{i}_3 \times [-\alpha (m + m_f)] &= A_s e_s \Omega_0^2 \alpha_1 [\mathbf{i}_1 (m_2 + m_2^f) - \mathbf{i}_2 (m_1 + m_1^f)] = \\ &= A_s e_s \Omega_0^2 \alpha_1 \begin{bmatrix} (m_2 + m_2^f) \\ -(m_1 + m_1^f) \\ 0 \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

$$A_s e_s \Omega_0^2 \mathbf{i}_3 \times \alpha_2 \mathbf{n}_s = A_s e_s \Omega_0^2 \alpha_2 (n_{s1} \mathbf{i}_2 - n_{s2} \mathbf{i}_1) = A_s e_s \Omega_0^2 \alpha_2 \begin{bmatrix} -n_{s2} \\ n_{s1} \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$A_s e_s \Omega_0^2 \mathbf{i}_3 \times (-\alpha_3 \phi) = A_s e_s \Omega_0^2 \alpha_3 (\phi_2 \mathbf{i}_1 - \phi_1 \mathbf{i}_2) = A_s e_s \Omega_0^2 \alpha_3 \begin{bmatrix} \phi_2 \\ -\phi_1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Объединяя члены, получим для вектора момента сил

$$\Gamma_s = A_s e_s \Omega_0^2 \begin{bmatrix} \alpha_1(m_2 + m_2^f) - \alpha_2 n_{s2} + \alpha_3 \phi_2 \\ -\alpha_1(m_1 + m_1^f) + \alpha_2 n_{s1} - \alpha_3 \phi_1 \\ 0 \end{bmatrix} + \Omega_0^2 \begin{bmatrix} -c_{23}^s \\ c_{13}^s \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Таким образом, покомпонентные уравнения для колебаний оси твердого ядра имеют вид

$$\begin{aligned} A_s \Omega_0 \frac{d}{dt}(m_1 + m_1^s) + \Omega_0 \frac{dc_{13}^s}{dt} + \Omega_0^2 (A_s e_s (m_2 + m_2^s) - A_s m_2^s - A_s e_s n_{s2} - c_{23}^s) = \\ = A_s e_s \Omega_0^2 [\alpha_1(m_2 + m_2^f) - \alpha_2 n_{s2} + \alpha_3 \phi_2] - \Omega_0^2 c_{23}^s, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_s \Omega_0 \frac{d}{dt}(m_2 + m_2^s) + \Omega_0 \frac{dc_{23}^s}{dt} + \Omega_0^2 (A_s m_1^s - A_s e_s (m_1 + m_1^s) - A_s e_s n_{s1} + c_{13}^s) = \\ = A_s e_s \Omega_0^2 [-\alpha_1(m_1 + m_1^f) + \alpha_2 n_{s1} - \alpha_3 \phi_1] + \Omega_0^2 c_{13}^s, \end{aligned}$$

и для его скорости вращения

$$C_s \Omega_0 \frac{d}{dt}(1 + m_3 + m_3^s) + \Omega_0 \frac{dc_{33}^s}{dt} = 0.$$

Уравнение колебания оси можно записать в комплексном виде, введя обозначения $\tilde{m} = m_1 + im_2$, $\tilde{m}_s = m_1^s + im_2^s$, $\tilde{m}_f = m_1^f + im_2^f$, $c_3^s = c_{13}^s + ic_{23}^s$, $\tilde{n}_s = n_{s1}^s + in_{s2}^s$, $\tilde{\phi}_s = \phi_1^s + i\phi_2^s$

$$\begin{aligned} A_s \Omega_0 \frac{d}{dt}(\tilde{m} + \tilde{m}_s) + \Omega_0 \frac{dc_3^s}{dt} - i\Omega_0^2 A_s e_s (\tilde{m} + \tilde{m}_s) + i\Omega_0^2 A_s \tilde{m}_s + \Omega_0^2 i A_s e_s \tilde{n}_s + \\ + i\Omega_0^2 c_3^s = A_s e_s \Omega_0^2 [\alpha_1(\tilde{m} + \tilde{m}_f) - \alpha_2 \tilde{n}_s + \alpha_3 \tilde{\phi}] + i\Omega_0^2 c_3^s. \end{aligned}$$

Дальнейшее преобразование можно сделать, подставляя $e_s m_s = \frac{d\tilde{n}_s}{dt} = -i\Omega_0 \tilde{m}_s$

$$A_s \Omega_0 \frac{d}{dt} (\tilde{m} + \tilde{m}_s) + \Omega_0 \frac{dc_3^s}{dt} + A_s e_s \Omega_0 \frac{d\tilde{n}_s}{dt} - i\Omega_0^2 A_s e_s \tilde{m} + i\Omega_0^2 A_s \tilde{m}_s + i\Omega_0^2 A_s e_s \tilde{n}_s + i\Omega_0^2 c_3^s = A_s e_s \Omega_0^2 [\alpha_1 (\tilde{m} + \tilde{m}_f) - \alpha_2 \tilde{n}_s + \alpha_3 \tilde{\phi}] + i\Omega_0^2 c_3^s.$$

Вывод уравнений для жидкого ядра

Аналогичным образом распишем уравнение для внешнего ядра (12.30b). Тензор инерции следует записать в виде

$$[C_f] = A_f [\mathbf{I}] + (C_f - A_f) \mathbf{i}'_3 \mathbf{i}'_3 + (C' - A') (\mathbf{i}_3 \mathbf{i}_3 - \mathbf{i}'_3 \mathbf{i}'_3) + \sum_{ij} c_{ij}^f \mathbf{i}_i \mathbf{i}_j.$$

С использованием параметров сжатия мантии e' и ядра e_f , можно записать $C' - A' = A' e'$, $C_f - A_f = A_f e_f$, тогда придём к виду

$$[C_f] = \begin{bmatrix} A_f + c_{11}^f & c_{12}^f & c_{13}^f \\ c_{21}^f & B_f + c_{22}^f & c_{23}^f \\ c_{31}^f & c_{32}^f & C_f + c_{33}^f + A_f e_f + A' e' (\mathbf{i}_3 \mathbf{i}_3 - \mathbf{i}'_3 \mathbf{i}'_3) \end{bmatrix}, \quad (12.34)$$

в котором, в двухосном приближении будем считать $A_f = B_f = C_f$ равными. Угловая скорость имеет вид

$$\boldsymbol{\Omega}_f = \boldsymbol{\Omega} + \boldsymbol{\omega}_f = \boldsymbol{\Omega}_0 (\mathbf{i}_3 + m + m_f) = \boldsymbol{\Omega}_0 \begin{bmatrix} m_1 + m_1^f \\ m_2 + m_2^f \\ 1 + m_3 + m_3^f \end{bmatrix}. \quad (12.35)$$

Поскольку $\mathbf{H}_f = [C_f] \boldsymbol{\Omega}_f$, с учетом того, что $\mathbf{n}_s = \mathbf{i}'_3 - \mathbf{i}_3 = (n_{s1}, n_{s2}, 0)^T$, $(\mathbf{i}_3 \mathbf{i}_3 - \mathbf{i}'_3 \mathbf{i}'_3) \mathbf{i}_3 = \mathbf{i}_3 \mathbf{i}_3 \cdot \mathbf{i}_3 - \mathbf{i}'_3 (\mathbf{n}_s + \mathbf{i}_3) \mathbf{i}_3 = \mathbf{i}_3 - \mathbf{i}'_3 = -\mathbf{n}_s$, отбрасывая члены

второго порядка малости, получим

$$[H_f] = \Omega_0 \begin{bmatrix} A_f(m_1 + m_1^f) + c_{13}^f \\ A_f(m_2 + m_2^f) + c_{23}^f \\ (A_f + A_f e_f)(1 + m_3 + m_3^f) + c_{33}^f - A' e' n_s \end{bmatrix}. \quad (12.36)$$

Так как

$$\omega_f = \Omega_0 \begin{bmatrix} m_1^f \\ m_2^f \\ m_3^f \end{bmatrix}, \quad (12.37)$$

векторное умножение даёт

$$\omega_f \times \mathbf{H}_f = \Omega_0^2 \begin{bmatrix} (A_f + A_f e_f) m_2^f \\ -(A_f + A_f e_f) m_1^f \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Для производной момента инерции получим

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{H}_f}{dt} &= \Omega_0 \begin{bmatrix} A_f \frac{d}{dt}(m_1 + m_1^f) + \frac{dc_{13}^f}{dt} \\ A_f \frac{d}{dt}(m_2 + m_2^f) + \frac{dc_{23}^f}{dt} \\ (A_f + A_f e_f) \frac{d}{dt}(m_3 + m_3^f) + \frac{dc_{33}^f}{dt} \end{bmatrix} - A' e' \Omega_0 \frac{d\mathbf{n}_s}{dt} = \\ &= \Omega_0 \begin{bmatrix} A_f \frac{d}{dt}(m_1 + m_1^f) + \frac{dc_{13}^f}{dt} - A' e' \frac{dn_{s1}}{dt} \\ A_f \frac{d}{dt}(m_2 + m_2^f) + \frac{dc_{23}^f}{dt} - A' e' \frac{dn_{s2}}{dt} \\ A_f (1 + e_f) \frac{d}{dt}(m_3 + m_3^f) + \frac{dc_{33}^f}{dt} \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Комбинируя полученные формулы, получаем три уравнения баланса углового момента внешнего ядра в виде

$$A_f \frac{d}{dt}(m_1 + m_1^f) + \frac{dc_{13}^f}{dt} - A'e' \frac{dn_{s1}}{dt} - \Omega_0(A_f + A_f e_f)m_2^f = 0,$$

$$A_f \frac{d}{dt}(m_2 + m_2^f) + \frac{dc_{23}^f}{dt} - A'e' \frac{dn_{s2}}{dt} + \Omega_0(A_f + A_f e_f)m_1^f = 0,$$

$$A_f(1 + e_f) \frac{d}{dt}(m_3 + m_3^f) + \frac{dc_{33}^f}{dt} = C_f \frac{d}{dt}(m_3 + m_3^f) + \frac{dc_{33}^f}{dt} = 0.$$

С учетом того, что $A'e' = \alpha_1 A_s e_s$, в комплексных обозначениях $\tilde{m} = m_1 + im_2$, $\tilde{m}_f = m_1^f + im_2^f$, $c_3^f = c_{13}^f + ic_{23}^f$, $\tilde{n}_s = n_{s1} + in_{s2}$, два первых уравнения принимают вид

$$A_f \frac{d}{dt}(\tilde{m} + \tilde{m}_f) + \frac{dc_3^f}{dt} - \alpha_1 A_s e_s \frac{d\tilde{n}_s}{dt} + i\Omega_0 A_f(1 + e_f)\tilde{m}_f = 0.$$

Вывод уравнений для всей Земли с мантией

Выведем теперь уравнения для всей Земли, состоящей из мантии, внешнего жидкого и внутреннего твердого ядра. Тензор инерции запишем в виде

$$[C] = A[\mathbf{I}] + (C - A)\mathbf{i}_3\mathbf{i}_3 + [(C_s - A_s) - (C' - A')](\mathbf{i}'_3\mathbf{i}'_3 - \mathbf{i}_3\mathbf{i}_3) + \sum_{ij} c_{ij}^f \mathbf{i}_i \mathbf{i}_j.$$

Как и прежде $\mathbf{n}_s = \mathbf{i}'_3 - \mathbf{i}_3$ и $((C_s - A_s) - (C' - A')) = A_s e_s - A'e' = \alpha_3 A_s e_s$, тогда

$$[C] = \begin{bmatrix} A + c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & B + c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & C + c_{33} + Ae + \alpha_3 A_s e_s (\mathbf{i}'_3 \mathbf{i}'_3 - \mathbf{i}_3 \mathbf{i}_3) \end{bmatrix}. \quad (12.38)$$

Считая, что

$$\mathbf{H} = C\boldsymbol{\Omega} + C_f(\boldsymbol{\Omega}_f - \boldsymbol{\Omega}) + C_s(\boldsymbol{\Omega}_s - \boldsymbol{\Omega}),$$

$$\boldsymbol{\Omega} = \boldsymbol{\Omega}_0 + \boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\Omega}_0 \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ 1 + m_3 \end{bmatrix}, \quad (12.39)$$

с учетом соотношений $\mathbf{n}_s = \mathbf{i}'_3 - \mathbf{i}_3 = (n_{s1}, n_{s2}, 0)^T$, $(\mathbf{i}'_3 \mathbf{i}'_3 - \mathbf{i}_3 \mathbf{i}_3) \mathbf{i}_3 = \mathbf{i}'_3 (n_s + \mathbf{i}_3) \mathbf{i}_3 - \mathbf{i}_3 \mathbf{i}_3 \cdot \mathbf{i}_3 = \mathbf{i}'_3 - \mathbf{i}_3 = \mathbf{n}_s$, найдем

$$[C] \boldsymbol{\Omega} = \boldsymbol{\Omega}_0 \begin{bmatrix} Am_1 + c_{13} \\ Am_2 + c_{23} \\ A(1 + e)(1 + m_3) + c_{33} + \alpha_3 A_s e_s \mathbf{n}_s \end{bmatrix}. \quad (12.40)$$

Используя представленные выше тензоры инерции твердого внутреннего ядра (12.31) и жидкого внешнего ядра (12.34), полагая равными $A_f = B_f = C_f$, $A_s = B_s = C_s$ (сжатие учтено e_f и e_s), произведения матриц инерции на соответствующие малые поправки к вектору угловой скорости можно записать в виде

$$[C_f](\boldsymbol{\Omega}_f - \boldsymbol{\Omega}) = \boldsymbol{\Omega}_0 \begin{bmatrix} A_f m_1^f \\ A_f m_2^f \\ A_f (1 + e_f) m_3^f \end{bmatrix}, \quad (12.41)$$

$$[C_s](\boldsymbol{\Omega}_s - \boldsymbol{\Omega}) = \boldsymbol{\Omega}_0 \begin{bmatrix} A_s m_1^s \\ A_s m_2^s \\ A_s (1 + e_s) m_3^s \end{bmatrix}. \quad (12.42)$$

Откуда

$$\begin{aligned}
[H] &= \Omega_0 \begin{bmatrix} Am_1 + c_{13} \\ Am_2 + c_{23} \\ A(1+e)(1+m_3) + c_{33} + \alpha_3 A_s e_s \mathbf{n}_s \end{bmatrix} + \Omega_0 \begin{bmatrix} A_f m_1^f \\ A_f m_2^f \\ A_f(1+e_f)m_3^f \end{bmatrix} + \\
&+ \Omega_0 \begin{bmatrix} A_s m_1^s \\ A_s m_2^s \\ A_s(1+e_s)m_3^s \end{bmatrix} = \\
&= \Omega_0 \begin{bmatrix} Am_1 + A_f m_1^f + A_s m_1^s + c_{13} \\ Am_2 + A_f m_2^f + A_s m_2^s + c_{23} \\ A(1+e)(1+m_3) + A_f(1+e_f)m_3^f + A_s(1+e_s)m_3^s + c_{33} + \alpha_3 A_s e_s \mathbf{n}_s \end{bmatrix} = \\
&= \Omega_0 \begin{bmatrix} Am_1 + A_f m_1^f + A_s m_1^s + \alpha_3 A_s e_s n_{s1} + c_{13} \\ Am_2 + A_f m_2^f + A_s m_2^s + \alpha_3 A_s e_s n_{s2} + c_{23} \\ A(1+e)(1+m_3) + A_f(1+e_f)m_3^f + A_s(1+e_s)m_3^s + c_{33} \end{bmatrix}.
\end{aligned}$$

Выписывая векторное произведение

$$\Omega \times H = \Omega_0^2 \begin{bmatrix} A(1+e)m_2 - (Am_2 + A_f m_2^f + A_s m_2^s + \alpha_3 A_s e_s n_{s2} + c_{23}) \\ -A(1+e)m_1 + Am_1 + A_f m_1^f + A_s m_1^s + \alpha_3 A_s e_s n_{s1} + c_{13} \\ 0 \end{bmatrix}$$

и производную

$$\frac{d\mathbf{H}}{dt} = \Omega_0 \begin{bmatrix} A \frac{dm_1}{dt} + A_f \frac{dm_1^f}{dt} + A_s \frac{dm_1^s}{dt} + \alpha_3 A_s e_s \frac{dn_{s1}}{dt} + \frac{dc_{13}}{dt} \\ A \frac{dm_2}{dt} + A_f \frac{dm_2^f}{dt} + A_s \frac{dm_2^s}{dt} + \alpha_3 A_s e_s \frac{dn_{s2}}{dt} + \frac{dc_{23}}{dt} \\ A(1+e) \frac{dm_3}{dt} + A_f(1+e_f) \frac{dm_3^f}{dt} + \frac{dc_{33}}{dt} \end{bmatrix},$$

с использованием выражения для момента сил

$$\Gamma_s = Ae\Omega_0^2 \mathbf{i}_3 \times \phi = Ae\Omega_0^2 \begin{bmatrix} \phi_2 \\ -\phi_1 \\ 0 \end{bmatrix} + \Omega_0^2 \begin{bmatrix} -c_{23}^s \\ c_{13}^s \\ 0 \end{bmatrix},$$

полное уравнение (12.30a) с правой частью

$$\frac{d\mathbf{H}}{dt} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{H} = \boldsymbol{\Gamma}$$

может быть выписано в координатах как

$$A \frac{dm_1}{dt} + A_f \frac{dm_1^f}{dt} + A_s \frac{dm_1^s}{dt} + \alpha_3 A_s e_s \frac{dn_{s1}}{dt} + \frac{dc_{13}}{dt} + \\ + \Omega_0 [A(1+e)m_2 - (Am_2 + A_f m_2^f + A_s m_2^s + \alpha_3 A_s e_s n_{s2} + c_{23})] = \Omega_0^2 Ae \phi_2,$$

$$A \frac{dm_2}{dt} + A_f \frac{dm_2^f}{dt} + A_s \frac{dm_2^s}{dt} + \alpha_3 A_s e_s \frac{dn_{s2}}{dt} + \frac{dc_{23}}{dt} + \\ + \Omega_0 [-A(1+e)m_1 + Am_1 + A_f m_1^f + A_s m_1^s + \alpha_3 A_s e_s n_{s1} + c_{13}] = -\Omega_0^2 Ae \phi_1,$$

$$A(1+e) \frac{dm_3}{dt} + A_f(1+e_f) \frac{dm_3^f}{dt} + \frac{dc_{33}}{dt} = C \frac{dm_3}{dt} + C_f \frac{dm_3^f}{dt} + \frac{dc_{33}}{dt} = 0.$$

Переходя к комплексным обозначениям $\tilde{m} = m_1 + im_2$, $\tilde{m}_f = m_1^f + im_2^f$, $\tilde{m}_s = m_1^s + im_2^s$, $c_3^f = c_{13}^f + ic_{23}^f$, $\tilde{n}_s = n_{s1} + in_{s2}$, $\tilde{\phi} = \phi_1 + i\phi_2$, два уравнения для смещения оси принимают вид одного комплексного

$$A \frac{d\tilde{m}}{dt} + A_f \frac{d\tilde{m}^f}{dt} + A_s \frac{d\tilde{m}^s}{dt} + \alpha_3 A_s e_s \frac{d\tilde{n}_s}{dt} + \frac{dc_3}{dt} - \\ - i\Omega_0 A(1+e)\tilde{m} + i\Omega_0 (A_f \tilde{m}_f + A_s \tilde{m}_s + \alpha_3 A_s e_s \tilde{n}_s + c_3) = -i\Omega_0^2 Ae \tilde{\phi},$$

что после вычитания членов приобретает итоговый вид

$$A \frac{d\tilde{m}}{dt} + A_f \frac{d\tilde{m}^f}{dt} + A_s \frac{d\tilde{m}^s}{dt} + \alpha_3 A_s e_s \frac{d\tilde{n}_s}{dt} + \frac{dc_3}{dt} - \\ - i\Omega_0 A e \tilde{m} + i\Omega_0 (A_f \tilde{m}_f + A_s \tilde{m}_s + \alpha_3 A_s e_s \tilde{n}_s + c_3) = -i\Omega_0^2 A e \tilde{\phi}.$$

Система уравнений для колебания осей мантии, внешнего и внутреннего ядер

Запишем все три уравнения (12.30a), (12.30b), (12.30c) для осевых компонент, описывающих колебания осей вращения мантии, жидкого и твердого ядер, в полученной выше комплексной форме

$$A \frac{d\tilde{m}}{dt} + A_f \frac{d\tilde{m}^f}{dt} + A_s \frac{d\tilde{m}^s}{dt} + \alpha_3 A_s e_s \frac{d\tilde{n}_s}{dt} + \frac{dc_3}{dt} - \\ - i\Omega_0 A e \tilde{m} + i\Omega_0 (A_f \tilde{m}_f + A_s \tilde{m}_s + \alpha_3 A_s e_s \tilde{n}_s + c_3) = -i\Omega_0^2 A e \tilde{\phi},$$

$$A_f \frac{d}{dt} (\tilde{m} + \tilde{m}_f) + \frac{dc_3^f}{dt} - \alpha_1 A_s e_s \frac{d\tilde{n}_s}{dt} + i\Omega_0 A_f (1 + e_f) \tilde{m}_f = 0. \quad (12.43)$$

$$A_s \Omega_0 \frac{d}{dt} (\tilde{m} + \tilde{m}_s) + \Omega_0 \frac{dc_3^s}{dt} + A_s e_s \Omega_0 \frac{d\tilde{n}_s}{dt} - i\Omega_0^2 A_s e_s \tilde{m} + i\Omega_0^2 A_s \tilde{m}_s + i\Omega_0^2 A_s e_s \tilde{n}_s + \\ + i\Omega_0^2 c_3^s = A_s e_s \Omega_0^2 [\alpha_1 (\tilde{m} + \tilde{m}_f) - \alpha_2 \tilde{n}_s + \alpha_3 \tilde{\phi}] + i\Omega_0^2 c_3^s.$$

К ним добавляется четвертое уравнение, задающее направление оси твёрдого ядра \mathbf{i}_s в связанной с мантией системе координат

$$\frac{d\mathbf{i}_s}{dt} = \boldsymbol{\omega}_s \times \mathbf{i}_s \simeq \boldsymbol{\omega}_s \times \mathbf{i}_3,$$

откуда

$$\frac{d\mathbf{n}_s}{dt} = \Omega_0 \tilde{m}_s \times \mathbf{i}_3,$$

и четвертое уравнение получается в виде

$$\frac{d\tilde{n}_s}{dt} = -i\Omega_0 \tilde{m}_s. \quad (12.44)$$

В выражениях выше добавки к главному моменту инерции параметризуются так:

$$c_3 = A[\kappa(\tilde{m} - \tilde{\phi}) + \xi \tilde{m}_f + \varsigma \tilde{m}_s] \\ c_3^f = A_f[\gamma(\tilde{m} - \tilde{\phi}) + \beta \tilde{m}_f + \delta \zeta m_s]$$

$$c_3^s = A_s[\theta(\tilde{m} - \tilde{\phi}) + \chi\tilde{m}_f + \nu\zeta m_s].$$

По модели Земли PREM $\frac{A_f}{A} \approx 1/9$, $\frac{A_s}{A} \approx 1/1400$, $e = 0.003247$, $e_f = 0.002548$, $\kappa = 0.001039$, $\gamma = 0.001965$, $\theta = 0.000222$, $\xi = 0.000222$, $\beta = 0.000616$, а параметры $\chi, \varsigma, \zeta, \delta, \nu$ по модулю меньше 10^{-4} ([153], стр. 284, 292). Подставляя в первое уравнение c_3 , получим

$$\begin{aligned} & A(1 + \kappa)\frac{d\tilde{m}}{dt} + (A_f + A\xi)\frac{d\tilde{m}_f}{dt} + (A_s + A\varsigma)\frac{d\tilde{m}_s}{dt} + \alpha_3 A_s e_s \frac{d\tilde{n}_s}{dt} - \\ & - i\Omega_0 A(e - \kappa)\tilde{m} + i\Omega_0(A_f + A\xi)\tilde{m}_f + i\Omega_0(A_s + A\varsigma)\tilde{m}_s + i\Omega_0\alpha_3 A_s e_s \tilde{n}_s = \\ & = -i\Omega_0 A(e - \kappa)\tilde{m} + A\kappa \frac{d\tilde{\phi}}{dt}. \end{aligned}$$

Вводя частоту $\sigma\Omega_0$, можно представить каждую из переменных на этой частоте как колебание с определенной амплитудой в виде $\tilde{\phi} \rightarrow \tilde{\phi}e^{i\sigma\Omega_0 t}$, $\tilde{n}_s \rightarrow \tilde{n}_s e^{i\sigma\Omega_0 t}$, $(\tilde{m}, \tilde{m}_f, \tilde{m}_s)^T \rightarrow (\tilde{m}, \tilde{m}_f, \tilde{m}_s)^T e^{i\sigma\Omega_0 t}$. Тогда производная в частотной области запишется как $\frac{d}{dt} = i\sigma\Omega_0$, и можно составить следующее соотношение

$$\begin{aligned} i\Omega_0[A(1 + \kappa)\sigma\tilde{m} + (A_f + A\xi)\sigma\tilde{m}_f + (A_s + A\varsigma)\sigma\tilde{m}_s + \alpha_3 A_s e_s \sigma\tilde{n}_s - A(e - \kappa)\tilde{m} + \\ + (A_f + A\xi)\tilde{m}_f + (A_s + A\varsigma)\tilde{m}_s + \alpha_3 A_s e_s \tilde{n}_s] = i\Omega_0 A[(1 + \sigma)\kappa - e]\tilde{\phi}, \end{aligned}$$

далее преобразующееся к виду

$$\begin{aligned} A[(1 + \kappa)\sigma - (e - \kappa)]\tilde{m} + (A_f + A\xi)(1 + \sigma)\tilde{m}_f + (A_s + A\varsigma)(1 + \sigma)\tilde{m}_s + \\ + \alpha_3 A_s e_s (1 + \sigma)\tilde{n}_s = A[(1 + \sigma)\kappa - e]\tilde{\phi}, \end{aligned}$$

и, окончательно, после деления на A , сводящееся к

$$\begin{aligned} [\sigma + \kappa(1 + \sigma) - e]\tilde{m} + (A_f/A + \xi)(1 + \sigma)\tilde{m}_f + (A_s/A + \varsigma)(1 + \sigma)\tilde{m}_s + \\ + (1 + \sigma)\alpha_3 e_s A_s/A \tilde{n}_s = [(1 + \sigma)\kappa - e]\tilde{\phi}. \end{aligned}$$

Это соотношение даст нам первую строку матричной передаточной функции.

Подставляя c_3^f во второе уравнение (12.43) для внешнего жидкого ядра, получим

$$A_f \frac{d}{dt}(\tilde{m} + \tilde{m}_f) + \frac{dc_3^f}{dt} - \alpha_1 A_s e_s \frac{d\tilde{n}_s}{dt} + i\Omega_0 A_f (1 + e_f)\tilde{m}_f = A_f \gamma \frac{d\tilde{\phi}}{dt},$$

или в частотной области

$$i\Omega_0[A_f(1 + \gamma)\sigma\tilde{m} + A_f((1 + \beta)\sigma + (1 + e_f))\tilde{m}_f + A_f \delta \sigma \tilde{m}_s - \alpha_1 A_s e_s \sigma \tilde{n}_s] = i\Omega_0 A_f \gamma \sigma \tilde{\phi}.$$

Сокращая $i\Omega_0 A_f$, получим второе уравнение системы

$$[(1 + \gamma)\sigma\tilde{m} + ((1 + \beta)\sigma + (1 + e_f))\tilde{m}_f + \delta\sigma m_s - \alpha_1 A_s / A_f e_s \sigma \tilde{n}_s] = \gamma\sigma\tilde{\phi}.$$

Третье уравнение для внутреннего твердого ядра при подстановке в него c_3^s дает

$$\begin{aligned} \Omega_0 A_s (1 + \theta) \frac{d\tilde{m}}{dt} + \Omega_0 A_s (1 + \nu) \frac{d\tilde{m}_s}{dt} + \Omega_0 A_s \chi \frac{d\tilde{m}_f}{dt} + A_s e_s \Omega_0 \frac{d\tilde{n}_s}{dt} - \\ - i\Omega_0^2 [\alpha_3 A_s e_s \tilde{m} - \alpha_1 A_s e_s \tilde{m}_f - A_s \tilde{m}_s - A_s e_s (1 - \alpha_2) \tilde{n}_s] = \\ = -i A_s e_s \Omega_0^2 \alpha_3 \tilde{\phi} + \Omega_0 A_s \theta \frac{d\tilde{\phi}}{dt}. \end{aligned}$$

Откуда, подставляя колебания на частоте $\sigma\Omega_0$ (переходя в область частот) и сокращая на Ω_0^2 , получим

$$\begin{aligned} A_s [(1 + \theta)\sigma - \alpha_3 e_s] \tilde{m} + A_s (\chi\sigma - \alpha_1 e_s) \tilde{m}_f + A_s [(1 + \nu)\sigma + 1] \tilde{m}_s + \\ + A_s e_s (\sigma + 1 - \alpha_2) \tilde{n}_s = A_s (\theta\sigma - e_s \alpha_3) \tilde{\phi}, \end{aligned}$$

что, после сокращения на A_s , дает третье уравнение системы

$$\begin{aligned} [(1 + \theta)\sigma - \alpha_3 e_s] \tilde{m} + (\chi\sigma - \alpha_1 e_s) \tilde{m}_f + [(1 + \nu)\sigma + 1] \tilde{m}_s + \\ + e_s (\sigma + 1 - \alpha_2) \tilde{n}_s = (\theta\sigma - e_s \alpha_3) \tilde{\phi}. \end{aligned}$$

Наконец, наиболее простое четвертое уравнение (12.44), при переходе в частотную область, дает

$$\tilde{m}_s + \sigma \tilde{n}_s = 0. \quad (12.45)$$

Все четыре выведенных уравнения могут быть записаны в матричном виде

$$\mathbf{M}\mathbf{x}(\sigma) = \tilde{\phi}\mathbf{y}(\sigma),$$

где вектора на входе и на выходе

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} (1 + \sigma)\kappa - e \\ \gamma\sigma \\ \theta\sigma - e_s \alpha_3 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} \tilde{m} \\ \tilde{m}_f \\ \tilde{m}_s \\ \tilde{n}_s \end{bmatrix},$$

$\tilde{\phi}$ – внешнее возмущение, а матрица (передаточная функция) динамической системы \mathbf{M} имеет вид

$$\begin{bmatrix} \sigma + \kappa(1 + \sigma) - e & (A_f/A + \xi)(1 + \sigma) & (A_s/A + \varsigma)(1 + \sigma) & (1 + \sigma)\alpha_3 e_s A_s/A \\ (1 + \gamma)\sigma & (1 + \beta)\sigma + (1 + e_f) & \delta\sigma & -\alpha_1 A_s/A_f e_s \sigma \\ (1 + \theta)\sigma - \alpha_3 e_s & (\chi\sigma - \alpha_1 e_s) & (1 + \nu)\sigma + 1 & e_s(\sigma + 1 - \alpha_2) \\ 0 & 0 & 1 & \sigma \end{bmatrix}.$$

Эта четырехкомпонентная динамическая система является основой для исследований вращения трехслойной Земли. Решение задачи на собственные значения такой динамической системы с условием $\det \mathbf{M} = 0$, с учетом лишь членов первого порядка, приводит к четырем собственным частотам

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \sigma_{CW} = \frac{A}{A_m}(e - \kappa), \\ \sigma_2 &= \sigma_{NDFW} = -1 - \left(1 + \frac{A_f}{A}\right)(e_f - \beta), \\ \sigma_3 &= \sigma_{PFCN} = -1 - \left(1 + \frac{A_s}{A}\right)(\alpha_2 e_s + \nu), \\ \sigma_4 &= \sigma_{ICW} = (1 - \alpha_2)e_s. \end{aligned}$$

Из них первая – чандлеровская (CW) с периодом около 433 суток в земной системе отсчета, вторая – околосуточная свободная нутация (NDFW) с ретроградным периодом 456 суток в небесной системе, третья – прямая свободная нутация ядра (PFCN) с периодом около 476 суток в небесной системе, четвертая – колебание внутреннего ядра (ICW) с ожидаемым периодом 2400 суток в небесной системе отсчета [153]. Две последние резонансные моды пока еще не обнаружены в наблюдениях. Собственные частоты зависят от сжатия соответствующих оболочек ($e = (C - A)/A$, $e_f = (C_f - A_f)/A_f$ и т.д.) и параметров, задающих упругие свойства оболочек и их взаимодействия.

Поскольку детерминант \mathbf{M} , попадая в знаменатель, определяет полюса передаточной функции, амплитуды нутаций твердой Земли [226] усиливаются вблизи четырех перечисленных резонансных частот, поскольку амплитуды нутаций реальной вязко-упругой трехслойной Земли вычисляются их умножением на передаточную функцию системы [72, 287].

Несмотря на то, что в нашей работе мы не развиваем теорию прецессии и нутации, позволим себе несколько комментариев в её отношении. Современная теория IAU2000, хотя и основана на описанной выше модели и формализме, развитом Мэтьюсом, Хэрингом, Баффетом, является полуэмпирической. Многие параметры в ней подбираются на основе наблюдений, что приводит, в некоторых случаях, даже к нарушениям фундаментальных принципов³ (личная коммуникация с С. Пасынком, [72]). В рамках такого формализма возникают некоторые сложности при учёте возбуждений от океана и атмосферы, а также приливов от планет, члены Оппольцера для которых остаются весьма велики [302]. Альтернативным подходом является Гамильтонов подход [301], впрочем, тоже имеющий свои ограничения, связанные, в частности, с определением вклада в функцию Гамильтона энергии жидких и вязко-упругих слоёв, диссипации в них и т.д.

Запишем динамическую модель вращающейся Земли (12.29) в матрично-векторном виде в терминах пространства состояний

$$\dot{\mathbf{p}} = \mathbf{G}\mathbf{p} + \mathbf{F}\chi^{\text{tot}}, \quad (12.46)$$

где $\mathbf{p} = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix}$, $\chi^{\text{tot}} = \begin{pmatrix} \chi_1^{\text{tot}} \\ \chi_2^{\text{tot}} \end{pmatrix}$, а матрицы легко получить в виде

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} -\beta & -\alpha \\ \alpha & -\beta \end{pmatrix} = -\mathbf{F},$$

где α и β – действительная и мнимая части чандлеровской частоты

$$\sigma_c = \alpha + i\beta = 2\pi f_c + i\frac{\pi f_c}{Q}.$$

Решение уравнения $\det |\lambda\mathbf{I} - \mathbf{G}| = 0$ дает характеристические числа системы (12.46)

$$\lambda_{1,2} = -\beta \pm i\alpha.$$

³По мнению председателя теоретической секции по вращению Земли, Хосе Феррандиша, высказанному в личном разговоре, Мэтьюс завел теорию нутации “не туда”, работы Молоденского по ней мало кто понимает, а самые верные идеи по-прежнему принадлежат Пуанкаре.

Переходная матрица системы может быть найдена в виде

$$\Phi(t, t_0) = \Theta(t)\Theta^{-1}(t_0),$$

где $\Theta(t) = \mathbf{H}\mathbf{J}(t)c$ – фундаментальная матрица решений однородной системы. Пусть константа $c = 1$. Матрица \mathbf{H} , столбцами которой являются собственные вектора \mathbf{G} (вычисляются из условия $(\lambda_i\mathbf{I} - \mathbf{G})\mathbf{h}_i = 0$), может быть получена в виде

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ i & -i \end{pmatrix}.$$

Матрица $\mathbf{J}(t)$, по диагонали которой стоят линейно независимые компоненты решения, имеет вид

$$\mathbf{J}(t) = \begin{pmatrix} e^{\lambda_1 t} & 0 \\ 0 & e^{\lambda_2 t} \end{pmatrix}.$$

Вычисления дают для переходной матрицы (12.46) выражение [93]

$$\Phi(t, t_0) = e^{-\beta(t-t_0)} \begin{pmatrix} \cos \alpha(t-t_0) & -\sin \alpha(t-t_0) \\ \sin \alpha(t-t_0) & \cos \alpha(t-t_0) \end{pmatrix}.$$

Учет ядра, комментарии об обозначениях

Для дальнейшего уточнения значения Чандлеровского периода σ_c и модели в целом необходима более реалистичная модель Земли и учет влияния внешнего жидкого, а затем и внутреннего твердого ядра.

Вращение Земли с жидким ядром рассматривалось во многих работах [151, 278, 341]. Ниже мы подробно разберём, как выводятся уравнения из приложения В статьи Мэтьюса и др. [364]. Уравнения динамики внешнего сжимаемого стратифицированного осесимметричного жидкого ядра лежат в основе аппроксимации Сасао-Окубо-Саито (СОС) [233]. Они основаны на работах Пуанкаре [232], где он предложил метод учёта жидкого эллипсоидального ядра внутри планеты и рассмотрел поток жидкости в нем, возникающий под действием вращения планеты, с наложенными на него граничными условиями. В СОС-аппроксимации вещество ядра предполагается находящимся в гидростатическом равновесии под действием сил давления, притяжения и центробежных сил.

Объяснение формализма SOS-теории и работ Мэтьюса, Хэрринга и Баффета [364] дано более подробно в книге [153]. Во второй части приложения В статьи [364] сделан ряд выводов для проверки СОС-аппроксимации, там же получены выражения для моментов сил давления и гравитационного взаимодействия на внутреннее твердое ядро с константами взаимодействия $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$. Соответствующие уравнения будут даны в разделе 11.4.

Для получения уравнений необходимо разобраться в обозначениях [47], а для их понимания – в природе величин. В книге [153] основное уравнение для момента импульса дается в неподвижной и вращающейся системах в виде

$$\left(\frac{d\mathbf{H}}{dt}\right)_S = \mathbf{L}, \quad \frac{d\mathbf{H}}{dt} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{H} = \boldsymbol{\Gamma},$$

где S обозначает производную в инерциальной (небесной) системе координат, $\boldsymbol{\Omega}$ – вектор угловой скорости вращения подвижной системы относительно неподвижной, \mathbf{L} и $\boldsymbol{\Gamma}$ – один и тот же вектор внешнего момента сил (ранее – Λ), но выраженный в небесной и земной системах координат. Для момента импульса \mathbf{H} обозначение в обоих случаях одинаково, что может вызывать путаницу. В книге [151] рекомендуется подчеркнутое обозначение вектора $\underline{\mathbf{H}}$, отнесенного к вращающейся системе. Вместо обозначения абсолютной производной $\left(\frac{d}{dt}\right)_S = \frac{d}{dt} + \boldsymbol{\Omega} \times$ часто используется введенное в разделе 11.4 обозначение $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \boldsymbol{\Omega} \times$ [166]. В учебнике Ландау и Лифшица [105] вместо частной производной использована штрихованная производная $\frac{d'}{dt}$. Ниже мы воспользуемся обозначением $\frac{D}{Dt} = \frac{d}{dt} + \boldsymbol{\Omega} \times$ для абсолютной производной, как в книге [169].

В то же время наилучшим нам кажутся обозначения, введенные в разделе 11.4 этой главы и в [184]. С использованием прописных векторов в неподвижной системе $O\xi_1\xi_2\xi_3$, строчных – во вращающейся системе $Sx_1x_2x_3$ и оператора поворота Γ для преобразования между ними, выражения закона изменения углового момента импульса получаются в виде

$$\frac{d\mathbf{H}}{dt} = \mathbf{L}, \quad \frac{d\mathbf{h}}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{h} = \mathbf{l}.$$

Где $\boldsymbol{\omega} = \Gamma^{-1}\boldsymbol{\Omega}$, $\mathbf{h} = \Gamma^{-1}\mathbf{H}$, $\mathbf{l} = \Gamma^{-1}\mathbf{L}$. Несмотря на ясность этих представлений, мы не можем себе позволить их использовать, поскольку в теории вращения Земли уже установился ряд устойчивых обозначений для тех или иных величин. Так, например, \mathbf{h} используется для относительного углового момента и т.п.

Несообразности в обозначениях могут вести к неправильному пониманию при выводе уравнений для жидкого внешнего ядра. Так, уравнения Навье-Стокса для движения жидкости могут быть выведены двумя способами, которые мы называем классическим и способом Мэтьюса [364]. В первом способе абсолютная производная $\frac{D}{Dt} = \frac{d}{dt} + \mathbf{\Omega} \times$ уже включает материальную производную $\frac{d}{dt}$, и векторное произведение $\mathbf{\Omega} \times$, связанное с конвективной частью движения, вызванной вращением внешнего жидкого ядра, также включено.

В методе Мэтьюса материальная производная обозначается заглавными буквами $\frac{D}{Dt}$, и конвективная часть должна быть домножена на $\mathbf{\Omega} \times$ для преобразования величин в инерциальную систему. Таким образом, абсолютная скорость и ускорение могут быть получены одно- или двукратным применением оператора $(\frac{D}{Dt} + \mathbf{\Omega} \times)$. Материальная производная в обоих случаях может быть представлена оператором $\frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{v}_f \cdot \nabla)$, как принято в гидродинамике. Абсолютная производная $\frac{D}{Dt}$ в традиционном подходе включает составляющую $\mathbf{\Omega} \times$, в то время как в методе Мэтьюса обозначенная $\frac{D}{Dt}$ материальная производная не включает ее. Оба метода, при правильном применении дают один и тот же результат. Однако, на наш взгляд, использование оператора традиционного метода – проще, его мы и будем применять в следующем разделе.

Прежде чем начать вывод, договоримся, что как и в статье [364] угловая скорость внешнего жидкого ядра $\mathbf{\Omega}_f$ будет отличаться от угловой скорости мантии $\mathbf{\Omega}$ на малую относительную поправку $\boldsymbol{\omega}_f$

$$\mathbf{\Omega}_f = \boldsymbol{\omega}_f + \mathbf{\Omega}, \quad (12.47)$$

а линейная скорость в жидком ядре \mathbf{v}_f будет отличаться от поля скоростей, связанного с чистым вращением, на малую величину \mathbf{v} , поскольку граница ядро-мантия эллипсоидальна, а скорость на границе должна быть строго тангенциальной

$$\mathbf{v}_f = \boldsymbol{\omega}_f \times \mathbf{r} + \mathbf{v}. \quad (12.48)$$

Вывод уравнения для момента импульса жидкого ядра

Дважды применив оператор абсолютной производной к радиус-вектору движущейся частицы, запишем уравнение Навье-Стокса, опи-

сывающее движение в жидком ядре

$$\begin{aligned}\frac{D\mathbf{r}}{Dt} &= \frac{d\mathbf{r}}{dt} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r} = \mathbf{v}_f + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}, \\ \frac{D^2\mathbf{r}}{Dt^2} &= \frac{D}{Dt}(\mathbf{v}_f + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}) = \frac{d\mathbf{v}_f}{dt} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v}_f + \dot{\boldsymbol{\Omega}} \times \mathbf{r} + \boldsymbol{\Omega} \times (\mathbf{v}_f + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}) \\ &= \frac{\partial \mathbf{v}_f}{\partial t} + (\mathbf{v}_f \cdot \nabla)\mathbf{v}_f + 2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v}_f + \dot{\boldsymbol{\Omega}} \times \mathbf{r} + \boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r} = -\frac{1}{\rho}\nabla P - \nabla\phi_g,\end{aligned}\tag{12.49}$$

которое совпадает с выражением (B1) приложения В работы Мэтьюса и др. [364]. Третий член в левой части – это член Кориолиса, четвертый член – вращательное ускорение, связанное с изменением угловой скорости, последний член – центробежное ускорение.

Получим формулу (B2) из [364], используя (12.47), из соотношения

$$\begin{aligned}2\boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\omega}_f \times \mathbf{r}) + \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}) - (\boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{\omega}_f) \times \mathbf{r} \\ = \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\omega}_f \times \mathbf{r}) + \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega}_f \times \mathbf{r}) - (\boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{\omega}_f) \times \mathbf{r} \\ = \boldsymbol{\Omega}_f \times (\boldsymbol{\Omega}_f \times \mathbf{r}) + \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\omega}_f \times \mathbf{r}) - (\boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{\omega}_f) \times \mathbf{r} - \boldsymbol{\omega}_f \times (\boldsymbol{\Omega}_f \times \mathbf{r}).\end{aligned}\tag{12.50}$$

Преобразуя средние члены уравнения по известным правилам для смешанного произведения $\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = \mathbf{b}(\mathbf{a} \cdot \mathbf{c}) - \mathbf{c}(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})$, $(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \times \mathbf{c} = (\mathbf{a} \cdot \mathbf{c})\mathbf{b} - (\mathbf{b} \cdot \mathbf{c})\mathbf{a}$, перераспределяя члены, запишем

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\omega}_f \times \mathbf{r}) - (\boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{\omega}_f) \times \mathbf{r} &= (\boldsymbol{\Omega} \cdot \mathbf{r})\boldsymbol{\omega}_f - (\boldsymbol{\Omega} \cdot \boldsymbol{\omega}_f)\mathbf{r} - ((\boldsymbol{\Omega} \cdot \mathbf{r})\boldsymbol{\omega}_f - \\ - (\boldsymbol{\omega}_f \cdot \mathbf{r})\boldsymbol{\Omega}) &= (\boldsymbol{\omega}_f \cdot \mathbf{r})\boldsymbol{\Omega} - (\boldsymbol{\Omega} \cdot \boldsymbol{\omega}_f)\mathbf{r} = (\mathbf{r} \times \boldsymbol{\Omega}) \times \boldsymbol{\omega}_f = \boldsymbol{\omega}_f \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}).\end{aligned}\tag{12.51}$$

Подстановка в (12.50) дает:

$$\begin{aligned}2\boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\omega}_f \times \mathbf{r}) + \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}) - (\boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{\omega}_f) \times \mathbf{r} &= \boldsymbol{\Omega}_f \times (\boldsymbol{\Omega}_f \times \mathbf{r}) \\ + \boldsymbol{\omega}_f \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}) - \boldsymbol{\omega}_f \times (\boldsymbol{\Omega}_f \times \mathbf{r}) &= \boldsymbol{\Omega}_f \times (\boldsymbol{\Omega}_f \times \mathbf{r}) - \boldsymbol{\omega}_f \times (\boldsymbol{\omega}_f \times \mathbf{r}) = \\ &= \nabla\phi_c(\boldsymbol{\Omega}_f) - \nabla\phi_c(\boldsymbol{\omega}_f),\end{aligned}\tag{12.52}$$

что точно совпадает с формулой (B2) приложения В статьи Мэтьюса и др. Центробежный потенциал в правой части и соответствующая сила равны:

$$\phi_c(\boldsymbol{\Omega}) = -\frac{1}{2}|\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}|^2, \quad \nabla\phi_c(\boldsymbol{\Omega}) = \boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}.\tag{12.53}$$

Центробежный потенциал $\phi_c(\boldsymbol{\Omega})$ вращения с угловой скоростью $\boldsymbol{\Omega}$, дается формулой (B4a) приложения В [364]. На основе полученных выше

результатов, учитывая (12.48), (12.50), получаем (В3) из (В1):

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v}_f \cdot \nabla) \mathbf{v}_f + 2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v} + \dot{\boldsymbol{\Omega}}_f \times \mathbf{r} + (\boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{\omega}_f) \times \mathbf{r} - \nabla \phi_c(\boldsymbol{\omega}_f) = -\frac{1}{\rho} \nabla P - \nabla \phi^f, \quad (12.54)$$

где потенциал тяжести жидкого ядра, вызванный притяжением и вращением с угловой скоростью $\boldsymbol{\Omega}_f$, дается выражением

$$\phi^f = \phi_g + \phi_c^f = \phi_g + \phi_c(\boldsymbol{\Omega}_f). \quad (12.55)$$

Мы не обсуждаем здесь то, до какой степени выполняется гипотеза о гидростатическом равновесии вещества под действием сил тяжести и давления, позволяющая принять (В5):

$$0 = -\frac{1}{\rho_0} \nabla P_0 - \nabla \phi_0, \quad \text{где} \quad \phi_0 = \phi_{g0} + \phi_c(\boldsymbol{\Omega}_0), \quad (12.56)$$

здесь нулевые индексы обозначают величины в условиях равновесия. Эта гипотеза понадобится далее в (12.66). Выражение для момента импульса жидкого внешнего ядра, считая плотность не меняющейся во времени, запишем как:

$$\mathbf{H}_f = \int_V \mathbf{r} \times \rho \frac{D\mathbf{r}}{Dt} dV = \int_V \mathbf{r} \times \rho (\mathbf{v}_f + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}) dV. \quad (12.57)$$

Теорема Рейнольдса для движения непрерывной среды позволяет перенести производную под интегралом на второй член – вектор импульса:

$$\frac{D}{Dt} \int_V \mathbf{r} \times \rho \mathbf{v} dV = \int_V \frac{D}{Dt} (\mathbf{r} \times \rho \mathbf{v}) dV = \int_V \mathbf{r} \times \rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} dV. \quad (12.58)$$

Отсюда

$$\frac{D\mathbf{H}_f}{Dt} = \frac{d\mathbf{H}_f}{dt} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{H}_f = \int_V \mathbf{r} \times \rho \frac{D}{Dt} (\mathbf{v}_f + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}) dV. \quad (12.59)$$

Абсолютная производная под интегралом уже была нами получена (12.49), подстановка правой части этого выражения дает:

$$\frac{d\mathbf{H}_f}{dt} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{H}_f = - \int_V \mathbf{r} \times (\nabla P + \rho \nabla \phi_g) dV, \quad (12.60)$$

– это уравнение (В9) приложения В статьи Мэтьюса и др. Произведение $\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{H}_f$ может быть раскрыто как

$$\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{H}_f = \boldsymbol{\Omega} \times \int_V \mathbf{r} \times \rho (\mathbf{v}_f + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}) dV = \int_V \rho \boldsymbol{\Omega} \times (\mathbf{r} \times \mathbf{v}_f) dV + \int_V \rho \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}) dV. \quad (12.61)$$

Второй член равен

$$\int_V \rho \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}) dV = - \int_V \rho \mathbf{r} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}) \times \boldsymbol{\Omega} dV = \int_V \rho \mathbf{r} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}) dV, \quad (12.62)$$

т.о., помещая (12.61) в левую часть (12.59), приходим к следующему результату (уравнению (B8) работы [364])

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{H}_f}{dt} &= \frac{D\mathbf{H}_f}{Dt} - \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{H}_f = \\ &= \int_V \rho \left(\mathbf{r} \times \left[\frac{\partial \mathbf{v}_f}{\partial t} + (\mathbf{v}_f \cdot \nabla) \mathbf{v}_f + 2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v}_f + \dot{\boldsymbol{\Omega}} \times \mathbf{r} \right] + \boldsymbol{\Omega} \times (\mathbf{v}_f \times \mathbf{r}) \right) dV. \end{aligned} \quad (12.63)$$

Поскольку момент импульса, связанный с остаточной скоростью \mathbf{v} в поле скоростей $\mathbf{v}_f = \boldsymbol{\omega}_f \times \mathbf{r} + \mathbf{v}$ (12.48), обнуляется в системе средних осей Тиссерана, можно считать

$$\int_V \rho (\mathbf{r} \times \mathbf{v}) dV = 0,$$

приходим к выражению для момента импульса внешнего жидкого ядра

$$\mathbf{H}_f = \int_V \mathbf{r} \times \rho (\mathbf{v}_f + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}) dV = \int_V \mathbf{r} \times \rho (\boldsymbol{\omega}_f \times \mathbf{r} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}) dV = \int_V \rho (\mathbf{r} \times \boldsymbol{\Omega}_f \times \mathbf{r}) dV,$$

и для его абсолютной производной

$$\begin{aligned} \frac{D\mathbf{H}_f}{Dt} &= \frac{d\mathbf{H}_f}{dt} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{H}_f = \frac{d\mathbf{H}_f}{dt} + \boldsymbol{\Omega}_f \times \mathbf{H}_f - \boldsymbol{\omega}_f \times \mathbf{H}_f = \\ &= - \int_V \mathbf{r} \times (\nabla P + \rho \nabla \phi_g) dV, \end{aligned} \quad (12.64)$$

где векторное произведение может быть выписано в виде

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Omega}_f \times \mathbf{H}_f &= \boldsymbol{\Omega}_f \times \int_V \rho \mathbf{r} \times (\boldsymbol{\Omega}_f \times \mathbf{r}) dV = - \int_V \rho \mathbf{r} \times (\boldsymbol{\Omega}_f \times \mathbf{r}) \times \boldsymbol{\Omega}_f dV \\ &= \int_V \rho \mathbf{r} \times (\boldsymbol{\Omega}_f \times \boldsymbol{\Omega}_f \times \mathbf{r}) dV = \int_V \rho \mathbf{r} \times \nabla \phi_c(\boldsymbol{\Omega}_f) dV. \end{aligned} \quad (12.65)$$

Переносим последнее из правой части (12.64), получаем итоговое выражение

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{H}_f}{dt} - \boldsymbol{\omega}_f \times \mathbf{H}_f &= - \int_V \mathbf{r} \times (\nabla P + \rho \nabla \phi_g + \rho \nabla \phi_c(\boldsymbol{\Omega}_f)) dV = \\ &= - \int_V \mathbf{r} \times (\nabla P + \rho \nabla \phi^f) dV = \gamma. \end{aligned} \quad (12.66)$$

Если пренебречь правой частью γ , а также всеми негравитационными и не связанными с градиентами давления силами на границе ядро-мантия, как то электромагнитные и др., что и делается в СОС-аппроксимации [233], получим уравнение для момента импульса внешнего ядра (15В) [364] вида:

$$\frac{d\mathbf{H}_f}{dt} - \boldsymbol{\omega}_f \times \mathbf{H}_f = 0. \quad (12.67)$$

Это уравнение лежит в основе модели Земли с жидким ядром. Оно было получено Сасао с соавторами [233] для стратифицированного ядра, лежит в основе СОС-аппроксимации и совпадает с уравнением, полученным А. Пуанкаре для однородного несжимаемого эллипсоидального ядра [232]. Большой вклад в разработку уравнений внес также М.С. Молоденский [229].

Приложение Б

Оконное преобразование

*On entre dans la ronde, on y fait quelques pas
Et on s'en va, et puis on s'en va
Le temps d'une seconde et c'est la fin du monde
Et on s'en va, on s'en va.
Joe Dassin*

В случае, если спектральный состав сигнала меняется во времени, вместо классического Фурье-анализ разработан следующий подход. Со- поставим сигналу $f(t)$ двумерную функцию – *оконное преобразование*

$$S_g f(\omega, t) = (f \cdot g_{\omega, t}) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) g_{\omega, t}^* d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) g(\tau - t) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (12.68)$$

где $g_{\omega, t} = g(\tau - t) e^{i\omega\tau}$, а $g(t)$ – временное окно, локализирующее $f(t)$ по аргументу (модулирующее амплитуду колебания $e^{i\omega t}$). Преобразование, где в качестве окна используется функция Гаусса $g(t) = e^{-\frac{t^2}{\alpha^2}}$, носит имя Габора. Параметр α определяет меру временного разрешения окна σ_t^2 , связанную с частотным разрешением σ_ω^2 соотношением Гейзенберга [1]. Квадрат модуля оконного преобразования Габора $|S_g f(\omega, t)|^2$ характеризует энергию сигнала в частотно-временной окрестности (ω, t) .

Базис, составленный функциями $g_{\omega, t}$ полон, хотя и избыточен. Для любой f из $L_2^C(R)$ можно записать аналог формулы Планшереля

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S_g f_1(\omega, t) S_g^* f_2(\omega, t) d\omega dt = 2\pi \|g\|^2 (f_1 \cdot f_2), \quad (12.69)$$

а значит восстановить функцию по её разложению $S_g f(\omega, t)$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi \|g\|^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S_g f(\omega, t) g_{\omega, t} d\omega dt,$$

здесь $\|g\|^2$ – полная энергия окна. Процедура восстановления устойчива.

Спектральный анализ в скользящем временном окне широко используется, в частности, в геофизике под названием *спектрально-временного анализа* (СВАН). Его применение имеет некоторые масштабные особенности. Если представить на плоскости (ω, t) частотно-временное разрешение оконного преобразования (12.68) *прямоугольником Гейзенберга* с

центром в (ω_0, t_0) и сторонами $(2\sigma_\omega, 2\sigma_t)$, то вид этого прямоугольника не будет зависеть от частоты и сдвига. Спектральное разрешение жестко связано с длиной окна, которое постоянно. Оконное преобразование не обладает свойством адаптироваться к сигналу на разных частотах. Приведем следующий пример: если в оконном преобразовании (12.68) зафиксировать время, то мы получим преобразование Фурье сигнала, локализованного в окне $g(t)$. Если же зафиксировать частоту $\omega = \omega_0$, то для симметричной $g(t)$ преобразование (12.68) можно записать в виде свертки

$$S_g f(\omega_0, t) = \frac{1}{e^{i\omega_0 t}} \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) g(t - \tau) e^{i\omega_0(t-\tau)} d\tau. \quad (12.70)$$

Таким образом, для фиксированной частоты оконное преобразование – полосовой фильтр с центром на этой частоте. Огибающая отфильтрованного таким способом сигнала может быть получена как модуль преобразования Габора $S_g f(\omega_0, t)$, а изменения фазы – как аргумент преобразования (12.70), домноженного на $e^{i\omega_0 t}$. Если выбрать полосу пропускания фильтра достаточно широкой, можно изучать поведение амплитуды и фазы исходного сигнала во времени. На рис. 3.4 показаны полученные таким способом огибающая и фаза чандлеровской компоненты движения полюса Земли. На основе того свойства, что сдвиг исходного сигнала на τ сводится к домножению преобразования Фурье на $e^{-i\omega\tau}$

$$F\{f(t - \tau)\} = e^{-i\omega\tau} F\{f(t)\}$$

был построен полосовой фильтр Пантелеева (3.10). Данное свойство в некотором смысле – машина времени. Образно говоря, чтобы сдвинуть окно, в котором вы считываете явления во времени на τ , нужно “ударить по струнам”, запустив комплексную волну $e^{-i\omega\tau}$, которая промодулирует образ окна в пространстве Фурье. Забавно отметить, что введенный в главе 5 оператор спектрального сопряжения s^* , также связан с задачей обращения хода времени как аргумента функции. Для выполнения такого обращения необходимо в спектре функции выполнить сопряжение (симметричные косинусы не менять, асимметричные синусы отразить), после чего выполнить обратное преобразование.

Приложение В

Выявленные ошибки прогнозов

Следующие аномальные прогнозы, выявленные в ходе анализа прогнозов на интервале 21.01.2012-06.12.2016, были исправлены, либо исключенные из рассмотрения:

MJD 57265. Большие отклонения в X, Y прогнозах методом NNET. Причина не установлена. Возможно, причина – в сбое электроснабжения.

MJD 57288. Большие отклонения в X прогнозе методом SHAO.

MJD 57304. Большие погрешности прогнозов LOD методами AR, LSC, NNET. MJD 57344, 57345, 57346, 57347. В данных прогнозах по компоненте UT1-UTC наблюдались большие отклонения (порядка 0.1 сек.) во всех трёх методах (AR, LSC, NNET). Причина, по всей видимости, в том, что в бюллетенях EOP C04 по данной компоненте присутствовали выбросы до 8 сек., что привело к неверному срабатыванию.

MJD 57356. Большие отклонения в UT1-UTC и LOD прогнозах методом SHAO. Причина не установлена. В последней дате прогноза MJD 57356 был выявлен скачок значения UT1-UTC и LOD.

MJD 57390. В прогнозе SHAO в последней дате вместо 57479 стояло 57379, что привело к ошибке.

MJD 56406, 56407. В прогнозе SHAO в последней строке для Y отсутствовала десятичная точка, что привело к сбою считывания данных по столбцам.

MJD 57711, 57712. Большие отклонения в X прогнозе методом SHAO. В последней дате прогноза MJD 57711 было выявлено смещение знака из-за отсутствия нуля по X.

Приложение Г

Многоканальный сингулярный спектральный анализ

- Ну, что еще нового в политике? – спросил,
помолчав, Илья Ильич.
- Да пишут, что земной шар все охлаждается:
когда-нибудь замерзнет весь.
- Вона! Разве это политика? – сказал Обломов.
И.А. Гончаров, “Обломов”

Многоканальный сингулярный спектральный анализ (МССА), также называемый расширенным методом эмпирических ортогональных функций (ЭОФ), является обобщением сингулярного спектрального анализа (ССА) для многокомпонентных (многоканальных) временных рядов [159, 308]. ССА, в свою очередь, основан на методе главных компонент (МГК), обобщенном для временных рядов. В нём вместо обычной корреляционной матрицы анализируется траекторная матрица, которую получают вложением временного ряда в пространство размерности L .

Параметр L именуют лагом, или длиной “гусеницы”. При $L = 1$ ССА вырождается в МГК (траекторная матрица без задержки/лага становится ковариационной матрицей). Алгоритм ССА включает четыре этапа: (а) формирование траекторной матрицы, (б) ее разложение по сингулярным числам (SVD) [1], (в) группировку сингулярных чисел и (г) восстановление главных компонент (ГК) посредством генкелизации. Математические основы алгоритма ССА описаны более детально в [1, 2, 157, 92, 308, 401] и в разделе

МССА отличается от ССА тем, что все временные ряды (для каждого пикселя изображения) объединяются в одну большую блочную траекторную матрицу.

На этапе (а) для каждого канала временного ряда строится траекторная матрица. К примеру, для случая данных по гравитационному полю GRACE (см. главу 9) каналом являлся каждый временной ряд коэффициентов Стокса длины N . Для случая геофизических полей ААМ (глава 6) – значения в определенном пикселе C_{ij} и т.п. Положим, имеется временной ряд для ij -го коэффициента Стокса $C_{ij}(t_k)$, $k = 0, \dots, N - 1$ (черту сверху, обозначающую нормализацию, здесь и далее опустим), тогда траекторной матрицей для него будет

$$\mathbf{X}_{C_{ij}} = \begin{pmatrix} \Delta C_{ij}(t_0) & \Delta C_{ij}(t_1) & \dots & \Delta C_{ij}(t_{K-1}) \\ \Delta C_{ij}(t_1) & \Delta C_{ij}(t_2) & \dots & \Delta C_{ij}(t_K) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Delta C_{ij}(t_{L-1}) & \Delta C_{ij}(t_L) & \dots & \Delta C_{ij}(t_{N-1}) \end{pmatrix}, \quad (12.71)$$

где $K = N - L + 1$. Траекторные матрицы $\mathbf{X}_{C_{ij}}$, $\mathbf{X}_{S_{ij}}$ для всех коэффициентов Стокса C_{ij} и S_{ij} встраиваются в большую блочную матрицу

$$\mathbf{X} = [\mathbf{X}_{C_{2,0}}, \mathbf{X}_{S_{2,0}}, \dots, \mathbf{X}_{C_{ij}}, \mathbf{X}_{S_{ij}}, \dots, \mathbf{X}_{C_{60,60}}, \mathbf{X}_{S_{60,60}}]^T. \quad (12.72)$$

В нашей реализации мы располагаем блоки один под другим, что с точностью до транспонирования соответствует изложенному в [308]. Многокомпонентная траекторная матрица, содержащая блоки для каждого канала, может быть использована для вычисления ковариационной матрицы с задержкой $\mathbf{A} = \mathbf{X}^T \mathbf{X}$.

На втором этапе (б) SVD применяется к матрице \mathbf{X}

$$\mathbf{X} = \mathbf{U} \mathbf{S} \mathbf{V}^T.$$

В результате получают набор сингулярных чисел s_i , стоящих по диагонали матрицы \mathbf{S} в порядке убывания (рис. 9.2) и соответствующих им собственных векторов \mathbf{v}_i (левых) и \mathbf{u}_i (правых). Если решать задачу на собственные значения для $\mathbf{A} = \mathbf{V} \mathbf{S}^T \mathbf{S} \mathbf{V}^T$, они будут квадратами сингулярных чисел $\lambda_i = s_i^2$, а левые собственные вектора \mathbf{v}_i (столбцы матрицы \mathbf{V}) составят базис из эмпирических ортогональных функций (ЭОФ). Компоненте с номером i соответствует матрица

$$\mathbf{X}^i = s_i \mathbf{u}_i \mathbf{v}_i^T.$$

В МССА мы восстанавливаем векторные ГК из этой матрицы, зная ее структуру, соответствующую структуре \mathbf{X} (12.72). Это делается посредством генкелизации (γ), позволяющей восстановить каждый канал i -ой ГК из соответствующих блоков матрицы \mathbf{X}^i . Положим, нам требуется восстановить канал C_{lm} . Тогда каждый k -й отсчет может быть получен усреднением вдоль побочной диагонали соответствующего блока матрицы $\mathbf{Y} = \mathbf{X}_{C_{lm}}^i$. Первые и последние L элементов ГК вычисляются по меньшему числу значений матрицы \mathbf{Y} , поэтому соответствующие значения рядов будут менее состоятельными. Считается, что компоненты

вдоль боковых диагоналей матрицы \mathbf{Y} практически совпадают, и матрица почти Генкелева. Когда это строго не выполняется, появляются искажения и краевые эффекты.

На третьем этапе делается группировка (в) сходных по поведению компонент, восстановленных из сингулярных чисел.

Группировка (в) компонент необходима, если некоторые из сингулярных чисел (СЧ) связаны с одной и той же ГК и имеют сходное поведение, что можно выявить вычислив ω -корреляции, построив графики зависимости одной компоненты от другой и т.п. [157]. В таких случаях СЧ должны быть сгруппированы вместе и восстановлены как одна ГК. Это может быть сделано как до, так и после генкелизации (г) простым поэлементным суммированием компонент. Особенности группировки и теоремы о разделимости компонент представлены в [157, 92]. Судить об их сходстве можно на основе ω -корреляций, заикленности графиков одной компоненты по другой и др. (см. там же).

В результате, получают набор ГК, соответствующих убывающими по амплитуде модами изменчивости. Основной параметр алгоритма МССА – временной лаг L , который определяет размерность пространства вложения временного ряда. Он выбирается эвристически на основе рекомендаций, приведенных в книгах Голяндиной [157, 92], не должен превышать $N/2$. Желательно выбирать его так, чтобы периодичности, присутствие которых ожидается во временном ряде, укладывались в задаваемый L интервал целое число раз.

При $L = 1$ (без лага), анализируется корреляционная матрица без задержки. В этом случае простой ЭОФ лишь позволяет отделить годовую компоненту и первые ГК, а оставшиеся компоненты представляют последовательность шумов с увеличивающейся амплитудой. Ранее уже было показано [26, 254, 401], что простой ЭОФ имеет ограниченные возможности по разделению трендов, годовой и полугодовой компонент. Он менее эффективен чем МССА в применении к многомерным геофизическим данным. Представленные в процитированных работах примеры показывают, что в применении к синтезированному сигналу, содержащему тренд, годовое и полугодовое колебания в умеренных шумах, МССА восстанавливает до 90% изменчивости исходного сигнала.

Раздельное применение МССА к данным по массе и давлению показало, что полученные по-отдельности компоненты очень похожи на результаты объединенного МССА для давления и ветра. Это означает, что компоненты выделяются довольно стабильно. Однако совместное включение компонент ветра и давления в МССА улучшает разделимость. Компоненты становятся более избирательными, впитывая энер-

гию на квазидвухлетних и связанных с Эль-Ниньо Южным Колебанием (ЭНЮК) частотах в обоих составляющих углового момента атмосферы. Этого нельзя сказать о комплексном ССА. Эксперименты показали, что комплексным сингулярным числам свойственно выделять в двумерных рядах пары сигналов с большими амплитудами в противофазах, которые при группировке в значительной степени взаимно нейтрализуются. Зато комплексный ССА очень хорош для отделения прямых и обратных спектральных компонент ЧДП (см. рис. 3.2).

Метод МССА, на наш взгляд, может быть полезным для решения задач детектирования входа и выхода динамической системы и её идентификации, поскольку главные компоненты зачастую имеют узкий спектральный диапазон и близки к собственным колебаниям системы.

Приложение Д

Корректирующий фильтр Пантелеева

*Льётся музыка, музыка, музыка,
То печалю, а то веселю,
Кто-то тихо играет на дудочке,
Под которую кружит Земля
Льётся музыка, музыка, музыка,
И вовек не устанет кружить,
Бесконечная, вечная, мудрая,
От которой так хочется жить.
В. Добрынин, “Льётся музыка”*

Положим сигнал \mathbf{y} формируется линейным фильтром в присутствии шумов наблюдений. Модель наблюдений в предположении стационарности входного сигнала может быть записана в виде

$$\mathbf{y}(\xi) = \int_a^b \mathbf{h}(\xi - \xi') \mathbf{x}(\xi') d\xi' + \mathbf{u}(\xi), \quad (12.73)$$

где \mathbf{h} – ядро свёртки, ξ – координаты задачи. Обратная задача определения \mathbf{x} по наблюдениям (12.73) известна под названием деконволюции. На наш взгляд, более удачными названиями являются обратная фильтрация или восстановление сигнала (объекта).

Перейдём в спектральную область, считая шум стационарным,

$$\hat{\mathbf{y}}(\omega) = \mathbf{W}(\omega) \hat{\mathbf{x}}(\omega) + \hat{\mathbf{u}}(\omega). \quad (12.74)$$

Напомним, что передаточная функция⁴ $\mathbf{W}(\omega)$ задаёт собственные числа интегрального преобразования типа свёртки (см. гл. ??). Область частот с малым абсолютным значением передаточной функции соответствует частотному диапазону, в котором АЧХ инверсного (обратного) оператора \mathbf{W}^{-1} велика. Именно в этом диапазоне компоненты обратного решения получают наибольшую погрешность, поскольку в реальных приложениях в нём бывает сосредоточена существенная часть спектральной плотности шума $\hat{\mathbf{u}}(\omega)$, усиливающегося инверсным оператором. Для уменьшения неопределенности в этой области требуется фильтрация.

⁴Здесь и ниже мы называем передаточной функцией амплитудно-фазовую частотную характеристику АФЧХ как функцию ω .

Предположим, что спектры полезного сигнала $\hat{\mathbf{x}}(\omega)$ и шума $\hat{\mathbf{u}}(\omega)$ определены, их носители лежат в разных областях частот, и можно воспользоваться фильтром с передаточной функцией $\mathbf{W}_{\text{ft}}(\omega)$ и нулевым фазовым искажением для отделения первого слагаемого в (12.74) от второго. Тогда для решения обратной задачи следует использовать преобразование

$$\hat{\mathbf{x}}(\omega) = \mathbf{W}_{\text{corr}}(\omega)\hat{\mathbf{y}}(\omega), \quad (12.75)$$

где оператор

$$\mathbf{W}_{\text{corr}}(\omega) = \frac{\mathbf{W}_{\text{ft}}(\omega)}{\mathbf{W}(\omega)}$$

назовём корректирующим, т.е. одновременно фильтрующим и обращающим. Коррекцию можно интерпретировать как дополнение обращения фильтрацией, приводящей к уменьшению АЧХ обратного преобразования в области наибольшей неопределённости обратного решения. Т.о., используя для построения \mathbf{W}_{ft} априорные сведения о свойствах сигнала и шума, можно избежать неконтролируемого усиления шумов наблюдений и их проникновения в решение обратной задачи. Конечно, те частотные компоненты, которые полностью подавлены, восстановить не удастся. Важной, но трудной задачей является восстановление компонент, подавленных до уровня шумов.

В рамках подхода (12.75) можно воспользоваться оператором

$$\mathbf{W}_{\text{corr}}(\omega) = \frac{\mathbf{W}^*(\omega)}{\mathbf{W}^*(\omega)\mathbf{W}(\omega) + \hat{\mathbf{u}}(\omega)/\hat{\mathbf{x}}(\omega)},$$

здесь и далее звёздочкой $*$ обозначено сопряжение. Этот оператор приближается к инверсному оператору $\mathbf{W}^{-1}(\omega)$ там, где отношение спектров сигнала к шуму стремится к бесконечности. Если на всех частотах отношение сигнала к шуму постоянно и равно $1/\alpha$, мы приходим к выражению

$$\mathbf{W}_{\text{corr}}(\omega) = \frac{\mathbf{W}^*(\omega)}{\mathbf{W}^*(\omega)\mathbf{W}(\omega) + \alpha\mathbf{I}}, \quad (12.76)$$

которое может быть получено в рамках теории регуляризации [170].

Изначально корректирующая фильтрация предложена В.Л. Пантелевым для восстановления значений силы тяжести из морских гравиметрических наблюдений [383]. Им был разработан набор фильтров нижних частот (ФНЧ), или окон, зависящих от параметра $\omega_0 = 2\pi f_0$, которые представлены ниже вместе с их частотными характеристиками

$$h(t) = \frac{\omega_0}{2} e^{-\omega_0|t|}, \quad W(\omega) = \frac{\omega_0^2}{\omega^2 + \omega_0^2}.$$

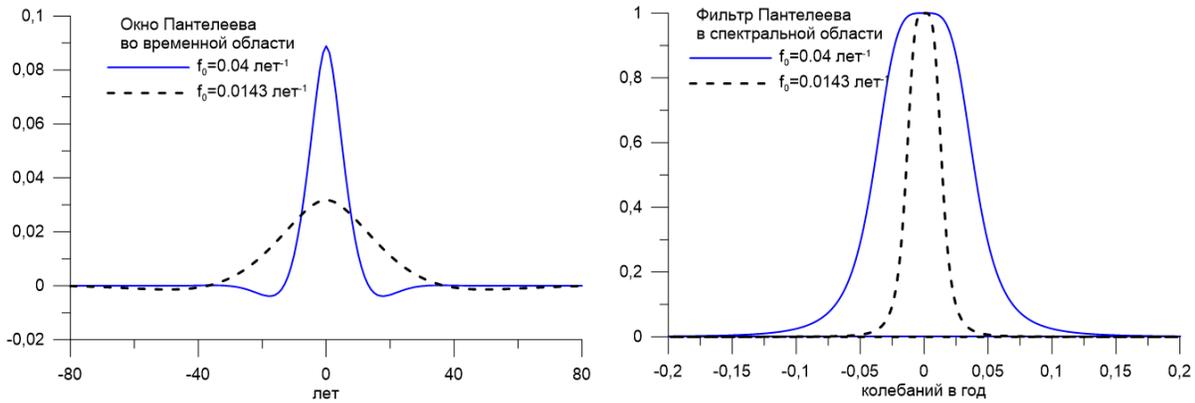


Рис. 12.10: Фильтр Пантелеева (12.77) во временной и частотной областях для двух разных значений f_0 .

$$h(t) = \frac{\omega_0}{4} (1 - \omega_0 |t|) e^{-\omega_0 |t|}, \quad W(\omega) = \frac{\omega_0^4}{(\omega^2 + \omega_0^2)^2}.$$

$$h(t) = \frac{\omega_0}{2\sqrt{2}} e^{-\frac{\omega_0 |t|}{\sqrt{2}}} \left(\cos \frac{\omega_0 t}{\sqrt{2}} + \sin \frac{\omega_0 |t|}{\sqrt{2}} \right), \quad W(\omega) = \frac{\omega_0^4}{\omega^4 + \omega_0^4}. \quad (12.77)$$

$$h(t) = \frac{\omega_0}{8} e^{-\frac{\omega_0 |t|}{\sqrt{2}}} \left(\frac{3}{\sqrt{2}} \cos \frac{\omega_0 t}{\sqrt{2}} + \left(\omega_0 |t| + \frac{3}{\sqrt{2}} \right) \sin \frac{\omega_0 |t|}{\sqrt{2}} \right),$$

$$W(\omega) = \frac{\omega_0^8}{(\omega^4 + \omega_0^4)^2}.$$

$$h(t) = \frac{\omega_0}{4} [e^{-a\omega_0 |t|} (a \cos b\omega_0 t + b \sin b\omega_0 t) + e^{-b\omega_0 |t|} (b \cos a\omega_0 t + a \sin a\omega_0 |t|)],$$

$$a = \cos \frac{\pi}{8}, \quad b = \sin \frac{\pi}{8},$$

$$W(\omega) = \frac{\omega_0^8}{\omega^8 + \omega_0^8}.$$

Все вышеприведенные окна спроектированы на основе фильтров Баттерворта разных порядков двойной фильтрацией вперед и назад, и их полезное свойство состоит в том, что они не вносят фазовых искажений.

Вид окна (12.77) во временной и частотной областях для двух значений параметра представлен на рис. 12.10. Обратим внимание на то, что фильтр Пантелеева (12.77), если заменить знак перед синусом, будет обладать также свойствами материнской вейвлет-функции [51]. На основе идей оконного преобразования (см. приложение Б) автор преобразовал ФНЧ в полосовой фильтр Пантелеева (3.9) [13].

В.Л. Пантелеевым был разработан подход, основанный на применении любого фильтра из перечисленного набора для регуляризации обратной операции восстановления входного сигнала силы тяжести по показаниям гравиметра. Такой подход получил название корректирующей фильтрации Пантелеева.

Пусть модель гравиметра (наблюдений) задаётся дифференциальным уравнением первого порядка

$$T\dot{y}(t) + y(t) = x(t) + u(t),$$

где T – постоянная времени. Положим, что частотные диапазоны полезного сигнала $x(t)$ и шумов $u(t)$ различаются и могут быть, к примеру, разделены фильтром Пантелеева (12.77). В таком случае решение обратной задачи получается фильтрацией наблюдений с корректирующим окном Пантелеева

$$h_{corr}(t) = \frac{\omega_0}{2\sqrt{2}} e^{-\frac{\omega_0}{\sqrt{2}}|t|} \left(\cos \frac{\omega_0}{\sqrt{2}}t + \sin \frac{\omega_0}{\sqrt{2}}|t| - 2T \frac{\omega_0}{\sqrt{2}} \sin \frac{\omega_0}{\sqrt{2}}t \right). \quad (12.78)$$

Сокращения

AP – авторегрессия
 APCC – процесс авторегрессии и скользящего среднего
 АКФ – автокорреляционная функция
 АНК – анализ независимых компонент
 АФЧХ – амплитудно-фазовая частотная характеристика
 АЧХ – амплитудно-частотная характеристика
 ГК – главная компонента
 ДП – движение полюса
 СВАН – спектрально-временной анализ
 СЛАУ – система линейных алгебраических уравнений
 МАС – Международный астрономический союз
 МГК – метод главных компонент
 МГЭИК – Межправительственная группа экспертов по изменениям климата
 МНК – метод наименьших квадратов
 мс – миллисекунда
 мкс – микросекунда
 МСВЗ – Международная служба вращения Земли и систем отсчёта
 МССА – многоканальный сингулярный спектральный анализ
 НС – нейронные сети
 НМНК – нелинейный метод наименьших квадратов
 ОДО – область допустимых оценок
 ОП – обучающая последовательность
 ПВЗ – параметры вращения Земли
 ПОЗ – параметры ориентации Земли
 СП – Северное полушарие
 СЧ – сингулярное число
 ЧДП – Чандлеровское движение полюса
 ЭНЮК – Эль-Ниньо Южное Колебание
 ЭОФ – эмпирические ортогональные функции
 ЮП – Южное полушарие
 ААМ – Atmospheric Angular Momentum
 АМО – Atlantic Multidecadal Oscillation
 АМВ – Atlantic Multidecadal Variability
 АМОС - Atlantic Meridional Overturning Circulation
 AR – Autoregression
 CIP – Celestial Intermediate Pole
 CMB – core-mantle boundary
 CMIP5 – Coupled Model Intercomparison Project Phase 5
 COMB – Combibed Prediction
 EAAM – Effective Atmospheric Angular Momentum
 EAMF – Effective Angular Momentum Functions
 ECMWF – European Centre for Medium-Range Weather Forecasts
 ECV – Essential Climate Variables
 ENSO – El Nino Southern Oscillation
 EMD – Empirical Mode Decomposition
 EOP – Earth Orientation Parameters
 EOP PCC – Earth Orientation Parameters Prediction Comparison Campaign

EOPC PPP – Earth Orientation Parameters of Prediction Pilot Project
FCN – Free Core Nutation
FICN – Free Inner Core Nutation
FPE – Final Prediction Error
GIA– Glacial Isostatic Adjustment
GCM – Global Circulation Model
GMSL - Global Mean Sea Level
GPS – Global Positioning Center
GRACE – Gravity Recovery And Climate Experiment
GRACE FO – Gravity Recovery And Climate Experiment Follow On Mission
ICRF – International Celestial Reference Frame
ICW – Inner Core Wobble
IERS – International Earth Rotation and Reference Systems Service
IGRF – International Geomagnetic Reference Field Model
IGS – International GPS Service
ILRS – International Laser Ranging Service
IPCC – Intergovernmental Panel on Climate Change
ITRF – International Terrestrial Reference Frame
KBR – K-Band Ranging
LAGEOS – Laser Geodynamics Satellite
LOD – Length of day
LS – Least Squares
LSC – Least Squares Collocation
MAE – Mean Absolute Error
mas – milliarcsecond, ms – millisecond
ME – Mean Error
MJD – Modified Julian Date
NAO – North Atlantic Oscillation
NCEP– National Centers for Environmental Prediction
NCAR–National Center for Atmospheric Research
NNET – Neural Network
OAM – Oceanic Angular Momentum
OBP – Ocean Bottom Pressure
ODP – Ocean Drilling Program
EOP PC – Earth Orientation Parameters Product Center
PCA – Principal Component Analysis
PFCN – Prograde Free Core Nutation
PDO – Pacific Decadal Oscillation
PREM – Preliminary Reference Earth Model
RMSE – Root Mean Squared Error
SHAO – Shanghai Astronomical Observatory
SLR – Satellite Laser Ranging
SOI – Southern Oscillation Index
STN – Simulated Topological Networks
SVD – Singular Value Decomposition
TLS – Total Least Squares
USNO – United States Naval Observatory
VLBI – Very Large Baseline Interferometry

Список литературы

Работы автора

монографии

- [1] Зотов Л., Теория фильтрации и обработка временных рядов, курс лекций, М., МГУ им М.В. Ломоносова, 2010, <http://lnfm1.sai.msu.ru/grav/english/lecture/filtering/>
- [2] Zotov L.V., C.K. Shum, N.L. Frolova, Gravity changes over Russian rivers basins from GRACE, in Planetary Exploration and Science: Recent Results and Advances, Edt. by Sh. Jin, Springer, 2014.
- [3] Zotov L.V., Panteleev V.L., Filtering and inverse problems solving, Computational Methods for Applied Inverse Problems, Edited by Y.F. Wang, A.G. Yagola and C.C. Yang, De Gruyter & Higher Education Press, 169-194, 2012.

статьи в журналах

- [4] Зотов Л., Фролова Н., Телегина А.А., Гравитационные изменения в бассейнах крупных рек России, Альманах современной метрологии, No 3, стр. 142-158, ВНИИФТРИ, 2015.
- [5] Зотов Л.В., Регрессионные методы прогнозирования параметров вращения Земли, Вестник Московского университета, Серия 3: Физика, Астрономия, Изд-во Моск. ун-та, М. N 5, стр. 64-68, 2005.
- [6] Зотов Л.В., Фролова Н.Л., Григорьев В.Ю., Харламов М.А. Использование спутниковой системы измерения поля гравитации (GRACE) для оценки водного баланса крупных речных бассейнов, Вестник Московского университета. Серия 5: География, Изд-во Моск. ун-та, М., N 4, с. 27-33, 2015.
- [7] Зотов Л.В., В.Д. Юшкин, О.А. Храпенко, Поправка гидрологии в гравитационное поле по спутниковым данным, Геодезия и картография, Т. 79, N 1 с.2-7, 2018.
- [8] Зотов Л., Фролова Н., Шам С.К., Гравитационные аномалии в бассейнах крупных рек России, Природа, РАН, N 5, стр. 3, 2016.
- [9] Сидоренков Н.С., Чазов В.В., Зотов Л.В., 206-суточный лунный цикл в аномалиях погоды последних лет, заметка в журнал Природа РАН, 4, 2018, (в печати).
- [10] Сидоренков Н.С., Бизуар К., Зотов Л., Салстейн Д., Угловой момент атмосферы, Природа, N 4, стр. 22-38, РАН, 2014.
- [11] Zotov L., Sidorenkov N.S., C. Bizouard, C.K. Shum, WB. Shen, Multichannel

- singular spectrum analysis of the axial atmospheric angular momentum, *Geodesy and Geodynamics*, Vol. 8, Iss. 6, 2017, pp. 433-442, KeAi, China, 2017, doi:10.1016/j.geog.2017.02.010.
- [12] Zotov L., Bizouard C., Shum C.K., A possible interrelation between Earth rotation and climatic variability at decadal time-scale, *Geodesy and Geodynamics*, Vol. 7, Iss. 3, pp. 216-222, KeAi, China, 2016, doi:10.1016/j.geog.2016.05.005
- [13] Zotov L.V., C. Bizouard, On modulations of the Chandler wobble excitation, *Journal of Geodynamics*, 62, 30-34, 2012. doi:10.1016/j.jog.2012.03.010
- [14] Zotov L., C. Bizouard, Regional atmospheric influence on the Chandler wobble, *Advances in Space Research*, Vol. 55, Iss. 5, pp. 1300-1306, 2015, doi:10.1016/j.asr.2014.12.013,
- [15] Zotov L.V., Dynamical modeling and excitation reconstruction as fundamental of Earth rotation prediction, *Artificial satellites*, 45(2), pp. 95-106, Warsaw, 2010.
- [16] Leonid Zotov, Elena Scheplova, MSSA of globally gridded OAM from ECCO, AAM from ECMWF, and gravity from GRACE, *IEEE publications of 2016 Third International Conference on Digital Information Processing, Data Mining, and Wireless Communications (DIPDMWC)*, Moscow, Russia, 2016, doi: 10.1109/DIPDMWC.2016.7529376
- [17] Zotov L.V., Xu X.Q., Skorobogatov A., Zhou Y.H., Combined SAI-SHAO prediction of Earth orientation parameters since 2012 till 2017, *Geodesy and Geodynamics*, Vol. 9, Iss. 6, pp. 485-490, KeAi, China, 2018.
- [18] Zotov L., Bizouard C., Reconstruction of prograde and retrograde Chandler excitation, *Journal of Inverse and Ill-posed problems*, Vol. 24, Iss. 1, pp. 99-105, 2016, DOI: 10.1515/jiip-2013-0085.
- [19] Bizouard C., L. Zotov, Asymmetric effects on polar motion, *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, Vol. 116, Issue 2, pp. 195-212, 2013.
- [20] Bizouard C., L. Zotov, and N. Sidorenkov, Lunar influence on Equatorial Atmospheric Angular Momentum, *Journal of Geophysical Research - Atmospheres*, Vol. 119, Iss. 21, pp. 11920-11931, 2014, DOI: 10.1002/2014JD022240
- [21] Kozyreva V.S., A.I. Bogomazov, B.P. Demkov, L.V. Zotov, A.V. Tutukov, An Exo-Jupiter Candidate in the Eclipsing Binary FL Lyr *Astronomy Reports*, Vol. 59, No. 11, pp. 1035-1051, 2015.
- [22] Frolova Natalia L., Belyakova Pelagiya A., Grigoriev Vadim Yu, Sazonov Alexey A., Zotov Leonid V., Jerker Jarsjo, *Runoff fluctuations in the Selenga River Basin, Regional Environmental Change*, Springer Verlag (Germany), Vol 17, p. 1-12, 2017.
- [23] Frolova N. L., Belyakova P.A., Grigorev V.Yu., Sazonov A.A., Zotov L.V. Many-Year Variations of River Runoff in the Selenga Basin, *Water resources*, Vol. 44, No 3, pp. 359-371, Moscow, 2017.
- [24] Xu X.Q., Zotov L.V., Zhou Y.H., Combined prediction of Earth orientation parameters, *China Satellite Navigation Conference (CSNC), Proceedings Lecture Notes in Electrical Engineering*, Vol. 160, Part 2, pp. 361-369, 2012, DOI: 10.1007/978-3-642-29175-332
- [25] Kalarus, M., Schuh, H., Kosek, W., Akyilmaz, O., Bizouard, Ch., Gambis, D., Gross, R.S., Jovanovic, B., Kumakshev, S., Kutterer, H., Mendes Cerveira, P.J., Pasyonok, S., Zotov, L., Achievements of the Earth orientation parameters prediction

comparison campaign. *J Geod.*, Vol. 84, pp. 587–59, 2010.

- [26] Zotov L., Shum C.K., Singular spectrum analysis of GRACE observations, AIP Proceedings of the 9th Gamow summer school, Odessa, 2009.
- [27] S. G. Skolotnev, N. N. Turko, S. Yu. Sokolov, A. A. Peive, N. V. Tsukanov, S. Yu. Kolodyazhnyi, N. P. Chamov, Yu. E. Baramykov, A. S. Ponomarev, V. N. Efimov, A. E. Eskin, V. V. Petrova, L. A. Golovina, V. Yu. Lavrushin, E. A. Letyagina, E. P. Shevchenko, K. V. Krivosheya, L. V. Zotov, New data on the geological structure of the junction of the Cape Verde Rise, Cape Verde Abyssal Basin, and Bathymetrists Seamounts (Central Atlantic Ocean), *Doklady Earth Sciences*, Volume 416, Issue 7, 2007, pp.1037-1041

статьи в сборниках конференций

- [28] Зотов Л.В., Фролова Н.Л., Юшкин В.Д., О некоторых достижениях миссии GRACE, Доклады научно-практической конференции “Навигация по гравитационному полю Земли и ее метрологическое обеспечение”, 14-15 февраля 2017, Менделеево, ФГУП “ВНИИФТРИ”, с. 227-236, 2017.
- [29] Зотов Л., Балакирева Е., Исследование вариаций коэффициента гравитационного поля J_2 методом ССА, Материалы 4-й тектонофизической конференции ИФЗ им О.Ю. Шидта РАН, Москва, 2016. http://www.ifz.ru/fileadmin/user_upload/subdivisions/506/Konferencii/2016/Mat/V2/5/Zotov.pdf
- [30] Зотов Л, Власова В., Вариации придонного давления по данным GRACE, Электронный сборник материалов молодежной научной конференции КИМП-2016, Севастополь, Россия, 2016.
- [31] Зотов Л., Сидоренков Н., Бизуар К., О движениях Луны как возможном климатообразующем факторе, Труды V Пулковской молодежной астрономической конференции, Известия ГАО в Пулкове, N 222 , стр. 41-48, СПб, 2015.
- [32] Зотов Л.В, Бизуар К., Шам С.К. О возможной взаимосвязи вращения Земли и изменений климата в последние 150 лет, Труды конференции Пулково-2015, Известия ГАО в Пулкове, N 223, стр. 103-108, СПб, 2016.
- [33] Зотов Л.В., Балакирева Е.Ю., Исследование вариаций коэффициента гравитационного поля J_2 методом ССА Вопросы теории и практики геологической интерпретации геофизических полей: Материалы 44-й сессии Международного семинара им. Д.Г.Успенского, Москва, ИФЗ РАН, стр. 129-131, 2017.
- [34] Кафтан В.И., Сермягин Р., Зотов Л.В., Гравитационное поле, Российский национальный отчет по геодезии, журнал Науки о Земле “GeoScience”, N 3, стр. 22-28, Геодозор, Москва, Россия, 2015.
- [35] Горшков В.Л., Малкин З.М., Зотов Л.В., Вращение Земли, Российский национальный отчет по геодезии, журнал Науки о Земле “GeoScience”, N 3, стр. 44-45, Геодозор, Москва, Россия, 2015.
- [36] Zotov L., Sidorenkov N., Bizouard C., Pastushenkova M., Multichannel Singular Spectrum Analysis of the Atmospheric Angular Momentum, Pulkovo observatory reports, Proceedings of the VI astronomical conference of young scientists, Vol. 224, Pages 49-64, St. Petersburg, 2016.
- [37] Zotov L., Bizouard C., Escargot effect and the Chandler wobble excitation,

- Proceedings International Conference on Computer Simulation in Physics and beyond, Journal of Physics: Conference Series (JPCS), Vol. 955, conf. 1, 012033, 2018.
- [38] Zotov L., On the similarities between Earth rotation and temperature changes, Odessa Astronomical Publications, N 2, pp. 225, 2012.
- [39] Zotov L., Application of Multichannel singular spectrum analysis to geophysical fields and astronomical images, Advances in Astronomy and Space Physics, N 2, pp. 82-84, 2012.
- [40] Zotov L.V., Sea Level And Global Earth Temperature Changes have common oscillations, Odessa Astronomical Publications, 26(2), 289-291, 2013.
- [41] Zotov L., Bizouard C. Prediction of the Chandler wobble, Proceedings of Journees 2014, p. 198-201, Pulkovo, Russia, 2014.
- [42] L. Zotov, Application of Multichannel singular spectrum analysis to geophysical fields and astronomical images. Advances in Astronomy and Space Physics 2(1), 082-084, Kyiv, Ukraine, 2011.
- [43] Zotov L.V., Sea Level And Global Earth Temperature Changes have common oscillations, Odessa Astronomical Publications, Vol. 26/2, pp. 289-291, 2013.
- [44] Aibulatov D., Zotov L., Frolova N., Chalov S., New insights in remote sensing applications to obtain information about water bodies, Earth from Space, p 67-70. August 2015.
- [45] Bizouard C., Zotov L., Sidorenkov N., Lunar influence on equatorial atmospheric angular momentum, Proceedings of Journees 2014, p. 163-166, Pulkovo, Russia, 2014.
- [46] Natalya Frolova, Leonid Zotov, New opportunity for interdisciplinary research: Earth gravity field and hydrology Proceedings of Vinogradov conference "Arts of hydrology", Saint Petersburg University, Russia, 2015.
- [47] Guo Zh.L., Shen W.B., Zotov L., A Short Note On Derivation of Fluid Outer Core Angular Momentum Equation, Proceedings of Journees-2017, Alicante, 2018, (in press).
- [48] Zotov L., Bizouard C. Study of the prograde and retrograde excitation at the Chandler frequency Proceedings of Journees 2013, 17 September, 2013, Paris, France
- [49] Zotov L. V., Pasynok S. L. Analysis of discrepancies of the nutation theories MHB2000 and ZP2003 from VLBI observations, The Proceedings of the Journees 2005, Space Research Centre of the Polish Academy of Sciences, Warsaw, Poland, 2005.
- [50] Zotov L. Analysis of Chandler wobble excitation, reconstructed from observations of the polar motion of the Earth, Journees 2010, p. 188-191, Paris, France.

Диссертации

- [51] Зотов Л.В., Вращение Земли: анализ вариаций и их прогнозирование, кандидатская диссертация, М. МГУ, 2005.
<http://lnfm1.sai.msu.ru/tempus/disser/index.htm>
- [52] Горшков В.Л., Исследование низкочастотных вариаций во вращении Земли, кандидатская диссертация, Санкт-Петербург, 2005.

- [53] Григорьев В.Д., Водный баланс речных бассейнов европейской части России, кандидатская диссертация, Москва, 2018.
- [54] Баскова А.А., Прогноз параметров вращения Земли для спутниковых навигационных систем, кандидатская диссертация, Красноярск, 2006.
- [55] Вершовский М.Г., Многолетние изменения центров действия атмосферы и вариации скорости вращения Земли, кандидатская диссертация, Санкт-Петербург, 2006.
- [56] Киселев В.М., Особенности суточного вращения Земли, докторская диссертация, Ижевск, 1996.
- [57] Клименко А.В., Глобальные свойства сейсмической активности Земли и их связь с ее вращением, кандидатская диссертация, Москва, 2005.
- [58] Кудряшова М.В., Исследование параметров вращения Земли на различных временных масштабах, кандидатская диссертация, Санкт-Петербург, 2007.
- [59] Акименко Я.В., Изучение движений геоцентра и географического полюса Земли и их моделирование по данным о динамике распределения поверхностных флюидов, кандидатская диссертация, Москва, 2008.
- [60] Серых И.В., Реакция гидрофизического режима Индийского океана на события Эль-Ниньо, кандидатская диссертация, Москва, 2009.
- [61] Ву Виет Чунг, Фундаментальные компоненты вращения Земли и их применение в прикладных задачах, кандидатская диссертация, Москва, 2013.
- [62] Баркин М.Ю., Изучение возмущенных вращательных движение небесного тела с приложением к теории вращения Земли, кандидатская диссертация, Москва, 2014.
- [63] Филишова А.С., Численно-аналитическое исследование параметров вращения Земли с приложениями для спутниковой навигации, кандидатская диссертация, Москва, 2015.
- [64] Аухадеев Т.Р., Барициркуляционный режим Приволжского федерального округа, кандидатская диссертация, Казань, 2015.
- [65] Эбауэр, К.В. Высокоточное определение динамических параметров Земли с использованием данных лазерной локации околоземных спутников, кандидатская диссертация, Москва, 2015.
- [66] Шерстнев Е.В., Моделирование приливной эволюции орбитального движения спутника в гравитационном поле вязкоупругой планеты, кандидатская диссертация, Москва, 2017.
- [67] Кузнецов К.М., Обработка гравиметрических и магнитометрических данных на основе вейвлетов Пуассона, кандидатская диссертация, Москва, 2018.
- [68] Кулешова А.И., Некоторые проявления солнечной активности на различных временных шкалах: вспышечные события, 11-летний цикл, грандиозные минимумы, кандидатская диссертация, СПб, 2018.
- [69] Лопез Ю.Р., Исследование систематических разностей каталогов координат радиоисточников и построение сводного каталога, кандидатская диссертация, СПб, 2018.
- [70] Цюпак И.М. Визначення параметрів обертання Землі та їх похідних за результатами лазерних спостережень ШСЗ, кандидатская диссертация, Львів, 2000.

- [71] Пасынок С.Л., Влияние гравитационного поля неравновесной оболочки Земли на собственные трансляционные колебания и вращение внутреннего ядра Земли, кандидатская диссертация, Москва, 1999.
- [72] Пасынок С.Л., Методы определения опорных значений углов нутации Земли, докторская диссертация, Москва, 2015.
- [73] Жаров В. Е. Вращение Земли и динамика атмосферы, докторская диссертация, СПб, 1997.
- [74] Рыхлова Л.В. Вращение Земли- комплексная проблема геодинамики, докторская диссертация, Москва, 1990.
- [75] Чуркин В.А., Вращение неупругой Земли, докторская диссертация, Санкт-Петербург, 2000.
- [76] Яцкив Я.С., Свободная нутация Земли по данным широтных наблюдений, докторская диссертация, Киев, 1975.

Книги, монографии, лекции

- [77] Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин В.М., Оптимальное управление. М., Физматлит, 2005.
- [78] Афанасьев В.Н., Колмановский В.Б., Носов В.Р., Математическая теория конструирования систем управления, М., Высшая школа, 2003.
- [79] Бакулин П.И., Блинов Н.С., Служба точного времени, М. Наука, 1968.
- [80] Банах Л.Я., Методы декомпозиции при исследовании колебаний механических систем. R&C Dynamics, М., 2016.
- [81] Бончковский В.Ф., Внутреннее строение Земли, Изд-во Академии Наук СССР, 1953.
- [82] Беклемишев Д.В., Дополнительные главы линейной алгебры. М., Наука, 1983.
- [83] Биргер Б.И., Динамика литосферы Земли, УРСС, 2016.
- [84] Бируни Абу Рейхан, Канон Масуда. Избранные произведения, т.5, ч.1, Ташкент ФАН, 1972.
- [85] Блехман И.И., Синхронизация в природе и технике, М., УРСС, 2015.
- [86] Бриллинджер Д., Синхронизация в природе и технике, М., УРСС, 2015.
- [87] Бялко А.В., Временные ряды. Обработка данных и теория, М., Мир, 1980.
- [88] Вильке В.Г., Механика систем материальных точек и твердых тел, Физматлит, 2013.
- [89] Мониторинг общей циркуляции атмосферы, Северное полушарие, под ред. Р.М. Вильфанда, Росгидромет, Обнинск, 2012.
- [90] Витязев В.В., Анализ астрометрических каталогов с помощью сферических функций, СПбГУ, 2017.
- [91] Герман Дж., Р. Голдберг, Солнце, погода и климат. Ленинград, Гидрометеиздат, 1981.
- [92] Голяндина Н., Метод “Гусеницы-ССА”: анализ временных рядов (т. 1)/ прогноз временных рядов (т. 2), СПбГУ, 2004.
- [93] Губанов В.С., Обобщенный метод наименьших квадратов: теория и применение в астрометрии, СПб., Наука, 1997.

-
- [94] Джеффрис Г., Земля, ее происхождение, история и строение, Издательство иностранной литературы, М., 1960
- [95] Дианский Н.А., Моделирование циркуляции океана и исследование его реакции на короткопериодные и долгопериодные атмосферные воздействия, М. Наука, 2013.
- [96] Дубошин Г.Н., Небесная механика. Аналитические и качественные методы. М., Наука, 1978.
- [97] Егоров А.И., Основы теории управления, М. Физматлит, 2007.
- [98] Еремеева А.И., Цицин Ф.А. История астрономии. Основные этапы развития астрономической картины мира, М., МГУ, 1989.
- [99] Изучение земных приливов, АН СССР, ред. Н.Н. Парийский, М. Наука, 1980.
- [100] Козлов В.Н., Введение в математическую теорию зрительного восприятия, М., МГУ, 2007.
- [101] Коротцев О.Н., Звезды Пулкова. Очерк о Пулковской обсерватории и астрономах-пулковцах. Лениздат, 1989.
- [102] Красовский Ф.Н., Избранные сочинения, т. 1—4, М., 1953—55.
- [103] Куликов К. А., Вращение Земли, М., Недра, 1985.
- [104] Куликов К.А., Сидоренков Н.С. Планета Земля, Издание 2-е, дополненное, М. Наука, 1977.
- [105] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М., Курс Теоретической физики: Механика, М., Наука, 1965.
- [106] Леонов А.С., Решение некорректно поставленных обратных задач: Очерк теории, практические алгоритмы и демонстрации в МАТЛАБ., М., УРСС, 2016.
- [107] Лидов М.Л., Курс лекций по теоретической механике, М. Физматлит, 2010.
- [108] Любушин А.А., Анализ данных систем геофизического и экологического мониторинга, М. Наука, 2007. <http://alexeylyubushin.narod.ru/>
- [109] Магнус К., Колебания, М., Мир, 1982.
- [110] Максимов И.В., Саруханян Э.И., Смирнов Н.П. Океан и космос, Л., Гидрометеоиздат, 1970.
- [111] Мандельштам Л.И., Лекции по теории колебаний, М. Наука, 1972
- [112] Марпл С.Л., Цифровой спектральный анализ и его приложения, М., Мир, 1990.
- [113] Мельхиор П., Физика и динамика планет, под ред. Н.Н. Парийского., М., Мир, 1975.
- [114] Мориц Г., Мюллер А., Вращение Земли: Теория и наблюдения. Киев, Наукова думка, 1992.
- [115] Молоденский М.С., Общая теория упругих колебаний Земли, М., Недра, 1989.
- [116] Монин А.С., Вращение Земли и климат, Л.: Гидрометеоиздат, 1972.
- [117] Никонов А.А., Современные движения земной коры. М. Наука, 1979.
- [118] Обридко В.Н., Наговицын Ю.А., Солнечная активность, цикличность и методы прогноза, М. 2017.
- [119] Основы спутниковой геодезии, ред. А.А. Изотов и др., М., Недра, 1974.
- [120] Проблемы определения параметров вращения Земли, сборник научных трудов, ДВНЦ АН СССР, Владивосток, 1996.

- [121] Пантелеев В.Л., Основы морской гравиметрии. М., Недра, 1983.
- [122] Пантелеев В.Л., Математическая обработка наблюдений, курс лекций. М., МГУ, 2001. <http://lnfm1.sai.msu.ru/grav/russian/lecture/mon/mon.htm>
- [123] Пантелеев В.Л., Физика Земли и планет, курс лекций, М., МГУ, 2000 <http://www.astronet.ru/db/msg/1169697>.
- [124] Пантелеев В.Л., Наблюдение и управление динамическими объектами, курс лекций. М., МГУ, 2001. <http://lnfm1.sai.msu.ru/grav/russian/lecture/nudo/nudo.htm>
- [125] Пантелеев В.Л., Теория фигуры Земли. Курс лекций, 1990, <http://lnfm1.sai.msu.ru/grav/russian/lecture/tfe/index.html>.
- [126] Парийский Н.Н., Геофизика, избр. труды., ред В.Н. Страхов. ОИФЗ им. Шмидта, М., 2000
- [127] Петров Ю.П., Обеспечение достоверности и надежности компьютерных вычислений. Курс лекций, СПбГУ, 2007. <http://lpetrov.net/yupetrov/publist.html>
- [128] Петровский И.Г., Лекции по теории интегральных уравнений. М., Наука, 1965.
- [129] Полонский А.Б., Е.А. Базюра, В.Ф. Санников, Об устойчивости термохалинной циркуляции Северной Атлантики, Доповіді Національної академії наук України, 2014.
- [130] Попадъев В.В., Основы геодезической гравиметрии (курс лекций), МИГАиК, М., 2017.
- [131] Приливные деформации Земли, ред. Н.Н. Парийский, М. Наука 1975.
- [132] Сагитов М.У., Лунная гравиметрия, М., Наука, 1979.
- [133] Терещук В.Ю., Введение в статистическую теорию обратных задач, М., Физматлит, 2005.
- [134] Тихонова А.А., Тихонов Н.А., Андрей Николаевич Тихонов, М., Собрание, 2006.
- [135] Федоров В.М., Инсоляция Земли и современные изменения климата. М. Физматлит 2018.
- [136] Финк Л.М., Сигналы, помехи, ошибки. М. Связь, 1978.
- [137] Форсайт Дж., Малькольм М., Мюллер К., Машинные методы математических вычислений. М., Мир, 1980.
- [138] Хайкин С., Нейронные сети, полный курс. М.-СПб.-Киев, Вильямс, 2006.
- [139] Худсон Д., Статистика для физиков, М., Мир, 1970.
- [140] Ширяев А.Н., Основы стохастической финансовой математики, М., Фазис, 1998.
- [141] Шулейкин В.В., Физика моря, Изд-во АН СССР, 1941.
- [142] Эльясберг П.Е., Введение в теорию в полета искусственных спутников Земли, М., УРСС, 2011.
- [143] Ягола А.Г., Степанова И.Е., Титаренко В.Н., Обратные задачи в геофизике, курс лекций, М., МГУ, 2008.
- [144] Яшкин С.Н., Небесная механика, курс лекций, М., МИИГАиК, 2014.
- [145] Яшкин С.Н., Спутниковая градиентометрия и системы “спутник-спутник”, М., МИИГАиК, 2009.

-
- [146] Arnold, Vladimir I., Kozlov, Valery V., Neishtadt, Mathematical Aspects of Classical and Celestial Mechanics., Springer, 2006.
- [147] Arthur E.A., Regression and the Moore-Penrose Pseudoinverse, Elsevier, 1972.
- [148] Brockwell, P.J., Davis, R.A., Introduction to time series and forecasting. Springer, New York. 1996.
- [149] Chapman S., Lindzen R., Atmospheric Tides: Thermal and Gravitational, Springer, 1970.
- [150] Bizouard C., Le mouvement du pôle de l'heure au siècle, Presses Académiques, 2014.
- [151] Bizouard C., Polar motion from hours to centuries, Springer, 2017.
- [152] Cazenave A., Champollion N., Benveniste J., Chen J. (Eds.), Remote Sensing and Water Resources, Springer, 2016, ISBN 978-3-319-32449-4
- [153] Dehant V. & P. M. Mathews, Precession, Nutation, and Wobble of the Earth, Cambridge University Press. 2015, 554 p. ISBN 9781107092549
- [154] Fitzpatrick R., An introduction to celestial mechanics, Cambridge Univ. Press, 2012
- [155] Eubanks T.M., Variations in the Orientation of the Earth, American Geophysical Union Monograph, Geodynamics Series, Vol. 24, 1993.
- [156] Franke J., Hardle W., Hafner Ch., Statistics of Financial Markets, Springer, 2011.
- [157] Golyandina N., Nekrutkin V., Zhigljavsky A., Analysis of time series structure: SSA and related techniques, Chapman & Hall/CRC, N.Y. – London. 2001.
- [158] Gubbins G., Time Series Analysis and Inverse Theory for Geophysicists, Cambridge University Press 2004.
- [159] Jolliffe I.T., Principal Component Analysis, Springer, New York, 2002.
- [160] Kolmogorov A.N., Fomin S.V., Elements of the Theory of Functions and Functional Analysis, 1957.
- [161] Schaffrin B., On Penalized Least-Squares: Its Mean Squared Error and a Quasi-Optimal Weight Ratio. Recent Advances in Linear Models and Related Areas Essays in Honour of Helge Toutenburg. Springer, 2008.
- [162] Kopeikin S.M., M. Efroimski, G. Kaplan, Relativistic Celestial Mechanics of the Solar System, Wiley, 2011.
- [163] Krasinsky G.A., Rotation of the deformable Earth with the viscous fluid core, Communications of IAA RAS N 157, St Petersburg, 2003. <http://iaaras.ru/media/print/preprint-157.pdf>
- [164] Lambeck K., The Earth's Variable Rotation; Geophysical Causes and Consequences, Cambridge University Press, 1980.
- [165] Munk W., MacDonald G., The rotation of the Earth, Cambridge Univ. Press. 1960.
- [166] Lowrie W., A student's guide to geophysical equations, Cambridge Univ. press., 2011.
- [167] Peixoto J.P., Oort A.H., Physics of climate, Rev. Mod. Phys., 56(3), 365-429, 1984.
- [168] Rothery D., McBride N., Gilmour L., An introduction to the Solar System, Cambridge Univ. Press, 2018.
- [169] Sidorenkov N.S., The Interaction Between Earth's Rotation and Geophysical Processes, Wiley-VCH Verlag, Weinheim, 2009.

- [170] Tikhonov A.N., Leonov A.S., Yagola, A.G., Nonlinear Ill-Posed Problems, Chapman and Hall, 1998.
- [171] Zhdanov M.S., Geophysical Inverse Theory and Regularization Problems, Elsevier, 2002
- [172] Zonn I.S, Glantz M.H., Kostianoy A.G. and Kosarev A.N., The Caspian Sea Encyclopedia, Springer, Berlin – London (2010).

Источники, содержащие вольную интерпретацию

- [173] Киселев В.М.? Вращение Земли от архея до наших дней, Красноярск, 2015
- [174] Киселев А.В., Муратова Н.Р., Горный В.И., Тронин А.А., Связь запасов продуктивной влаги в почве с полем силы тяжести земли (по данным съемок спутниками GRACE), Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса, том 12, № 6, 2015, стр. 7-16, М. ИКИ РАН
- [175] Кузнецов М.В., Влияние приливов Мирового океана на вращение Земли, Кандидатская диссертация, ИФЗ им. О. Ю. Шмидта, М., 1974.
- [176] Малинин В.Н., Уровень океана: настоящее и будущее, Санкт-Петербург, РГГМУ, 2012.
- [177] Мамуна Н.В., Семь небес древнего мира, Москва, 2000.
- [178] Уразаев К.А., Вращение Земли и геологические процессы, БашГУ, Уфа, 2003.
- [179] Акуленко Л.Д., Марков Ю.Г., Перепёлкин В.В., Рыхлова Л.В., Неравномерности вращения Земли и глобальная составляющая момента импульса атмосферы, Астрон. журн. 2010. Т. 87, № 9. С. 935-944.

Статьи на русском языке

- [180] Булычев А.А., Джамалов Р.Г., Сидоров Р.В., Использование спутниковой системы GRACE для мониторинга изменений водных ресурсов, Недропользование XXI, № 2, с. 24-27, 2011.
- [181] Бышев В.И., В.Г. Нейман, Ю.А. Романов, И.В. Серых, Глобальные атмосферные осцилляции в динамике современного климата, Современные проблемы ДЗЗ, Т. 11. № 1. стр. 62-71,, 2014.
- [182] Бышев В.И., В.Г. Нейман, Ю.А. Романов, И.В. Серых, В.М. Сонечкин. О статистической значимости и климатической роли Глобальной атмосферной осцилляции. Океанология. Т. 566, № 2, стр. 179-185, 2016.
- [183] Бялко А.В., Радиоуглеродное свидетельство антропогенной причины потепления, Природа, М., N 9, стр. 75-78, РАН, 2017. (Одноименный доклад 19.03.2018 на заседании Комиссии метеорологии и климатологии Русского Географического общества).
- [184] Вильке В.Г., Шатина А.В., Шатина Л.С., Эволюция движения двух вязкоупругих планет в поле сил взаимного притяжения, Космические исследования, Академиздатцентр Наука, Москва, том 49, N 4, с. 355-362, 2011.
- [185] Воронков Н.А., В.Е. Жаров, Оценивание видимых движений внегалактических радиоисточников, Вестник Московского Университета. Серия 3, Физика, Астрономия. No 3, стр. 58-63, 2013.

- [186] Горшков В.Л., Исследование низкочастотных вариаций скорости вращения Земли и амплитуды чандлеровского движения полюса., Геофизические исследования, том 11, с.85-92, 2010.
- [187] Губанов В.С., Новые оценки параметров обратной свободной нутации земного ядра, Письма в Астрономический журнал том 36, № 6, 468-475, 2010.
- [188] Джамалов Р.Г., Фролова Н.Л., Бугров А.А., Григорьев В.Ю., Киреева М.Б., Рец Е.П., Сафронова Т.И., Телегина А.А., Телегина Е.А., Оценка возобновляемых водных ресурсов Европейской части России и пространственно-временной анализ их распределения, Водное хозяйство России: проблемы, технологии, управление, N 4, стр. 18-31, 2016.
- [189] Жаров В.Е. О вариациях продолжительности суток и колебаниях атмосферной циркуляции. Вестник Московского Университета, Серия 3 физика, астрономия, N 6, стр. 89-95, 1996.
- [190] Жаров В.Е., Вращение Земли и атмосферные приливы, Астрономический вестник, том 31, N 6, стр. 558-563, 1997
- [191] Жуковский Н. Е., (1904), Геометрическая интерпретация теории движения полюсов вращения Земли по ее поверхности, Собрание статей Н. Жуковского, Том 1, ред. А.П. Колесников, Изд-во авиационной литературы, 1937.
- [192] Зверев М.С., Профессор, доктор физико-математических наук А.А. Михайлов и его работы в области астрофизики. Сборник науч.тех. и произв. статей, XXI, Геодезиздат, М., 1948.
- [193] Кант И., Исследование вопроса, претерпела ли Земля в своем вращении вокруг оси, благодаря которому происходит смена дня и ночи, некоторые изменения со времени своего возникновения, 1754.
- [194] Кашкин В.Б., Рублева Т.В., Применение сингулярного спектрального анализа для выделения слабо выраженных трендов, Известия ТПУ. 2007. No 5.
- [195] Кононова Н.К., Флуктуации глобальной циркуляции атмосферы в XX-XXI вв., IGU, М., 2015.
- [196] Крайнов В.А., Жаров В.Е., Прецизионный высокочастотный генератор, управляемый напряжением, для лазерного гироскопа. Вестник Московского Университета, Серия 3 физика, астрономия, N 2, стр. 89-95, 1996.
- [197] Марченко, Мещеряков, Абрикосов, Церкович, О некоторых результатах вычисления направления главных осей Земли и планет по данным космических аппаратов, Проблемы астрометрии, N 22 , 1981.
- [198] Малкин З.М., Влияние галактической аберрации на параметры прецессии, определяемые из РСДБ-наблюдений, АЖ, 2011, том 88, No 9, с. 880-885
- [199] Мохов И.И., Смирнов Д.А., Взаимосвязь вариаций глобальной приповерхностной температуры с процессами Эль-Ниньо/Ла-Нинья и Атлантическим долгопериодным колебанием, Доклады Академии наук. Т., 467, № 5. стр. 580–584, 2016.
- [200] Мохов И.И., Смирнов Д.А., Оценки взаимного влияния вариаций температуры поверхности в тропических широтах Тихого, Атлантического и Индийского океанов по долгопериодным рядам данных, Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана, Т. 53, № 6, 2017.
- [201] Наговицын Ю.А., Рыбак А.Л., Свойства долгопериодических колебаний сол-

- нечных пятен. Астрон. ж., Т. 91, No 5., стр. 392–398, 2014.
- [202] Орлов А.Я., О среднем годовом движении главных осей Земли. ДАН СССР, т. 51, По 7, 1946.
- [203] Орлов А.Я., Определение координат полюса по наблюдениям широты без цепного метода. Избранные труды. Т 1, стр. 114-139, Киев, 1961.
- [204] Пантелеев В.Л., Левицкая З.Н., Чеснокова Т.С., Логинов А.В. Моделирование возмущающих ускорений опоры при гравиметрических исследованиях на море. Вестник Московского университета, Серия 3. Физика. Астрономия. N 3, М., 2003.
- [205] Пасынок С.Л., Оценка погрешности, обусловленной пренебрежением трехостностью Земли в передаточной функции при вычислении углов нутации Земли, Измерительная техника, N 10, стр 3-6, 2014.
- [206] Пасынок С.Л., О влиянии землетрясений на продолжительность суток, Измерительная техника, N 5, С. 11–13, 2012.
- [207] Пасынок С.Л., О полярных колебаниях внутреннего ядра Земли в поле сил тяжести и гидростатического давления. Труды ГАИШ, том LXV, Стр. 130-135, Москва, 1996.
- [208] Баркин Ю.В., К динамике твердого ядра Земли. Труды ГАИШ, том LXV, Стр. 107-129, Москва, 1996.
- [209] Полякова А.С., Черниговская М.А., Перивалова Н.П., Исследование отклика ионосферы на внезапные стратосферные потепления в азиатском регионе России, Солнечно-земная физика, Т. 1, No 4, стр. 47, 2015.
- [210] Пономарев В.И., Дмитриева Е.В., Шкорба С.П., Особенности климатических режимов в северной части Азиатско-Тихоокеанского региона, Системы контроля окружающей среды, N 1 (21), стр. 67-72, 2015.
- [211] Прокудина В.С., Изучение возможной взаимосвязи 22-летнего и 80-летнего циклов солнечной активности и движение барицентра Солнечной системы, Труды ГАИШ, Том LXIV, С. 145–157, Москва, 1995.
- [212] Серых И.В., Сонечкин Д.М., О влиянии квазипериодических внешних сил на ритмичность Эль-Ниньо. В книге: Триггерные эффекты в геосистемах, Тезисы докладов III Всероссийского семинара-совещания. Институт динамики геосфер РАН, стр. 95, 2015.
- [213] Сидоренков Н.С., О важности наблюдений за эффектами приливных колебаний скорости вращения Земли. МетеоВеб, <http://meteoweb.ru/articles/sidorenkov.pdf>
- [214] Сидоренков Н.С., Сумерова К.А., Биения колебаний температуры как причина аномально жаркого лета 2010 г. на европейской территории России. Метеорология и Гидрология, N 6, стр. 81–94, 2012.
- [215] Ткаченко Н.С., Лыгин И.В., Применение спутниковой миссии GRACE для решения геологических и географических задач, Вестник Московского университета. Серия 4: Геология, издательство Изд-во Моск. ун-та (М.), № 2, с. 3-7, 2017.
- [216] Толчельникова С.А., Методика построения фундамента для астрономических и геодезических исследований до и после “революции в астрометрии XXI в.”, в сборнике Астрономия, геодезия и геофизика, М. ФГБУ Центр геодезии, карто-

- графии и ИПД. 2018.
- [217] Федоров Е.П., Существует ли вековое движение полюса Земли, *Астрометрия и астрофизика*, 27, стр. 3–6, 1975.
- [218] Федоров Е.П., Расулов Р.М., Можно ли утверждать, что вековое движение полюса Земли существует, *Письма в АЖ*, 7, стр. 247–250, 1981.
- [219] Шатина А.В., Шерстнев Е.В., Движение спутника в гравитационном поле вязкоупругой планеты с ядром, *Космические исследования*, том 53, N 2, с. 173-180, 2015.
- [220] Чуйкова Н.А., Грушинский А.Н., Максимова Т.Г., Гармонический и статистический анализ эквивалентного рельефа Земли и его изостатическая компенсация. *Труды ГАИШ*, том LXV, Стр. 51-85, Москва, 1996.
- [221] Яцкив Я.С. Изучение вращения Земли – комплексная проблема геодинамики. В кн. *Геодинамика и астрометрия. Основания, Методы, Результаты*, стр. 63-73, Киев, Наукова думка, 1980.

Статьи на иностранных языках, классические

- [222] Chandler S.C., On the Variation of Latitude I, *AJ* 11(248): 59-61, 1891.
- [223] Euler L., Du mouvement de rotation des corps solides autour d'un axe variable, *Mem. Acad. Sci. Belles Lettres Berlin* 14: 154-193 (1758), 154-193 (1765); reprinted in his *Opera omniu. Ser. Secunda*, Vol. 8, Orell Fussli Turici, Lausanne, 1965: 200-235 (1758/1765)
- [224] Euler L., *Theoria motus corporum solidorum seu rigidorum: Ex primis nostrae cognitionis principiis stabilita et ad omnes motus, qui in huiusmodi corpora cadere possunt, accommodata*, Rostochii et Gryphiswaldiae Ed, 1765.
- [225] Jeffreys H., Causes contributory to the annual variation of latitude, *M. N. Roy. As. Soc.* 76(6): 499-525, 1916.
- [226] Kinoshita H. & J. Souchay, The theory of the nutation for the rigid earth model at the second order, *J. Celestial Mech Dyn Astr* (1990) 48: 187. <https://doi.org/10.1007/BF02524332>.
- [227] Laplace P.S., *Exposition du systeme du monde*, Sixth ed., p. 344, 1827.
- [228] Liouville J., *Developpements sur un chapitre de la Mecanique de Poisson* (1858), *Journal de Mathematiques Pures et Appliquées Deuxieme serie*, Tome 3: 1-25, 1858.
- [229] Molodensky, M.S., *Comm. Obs. Roy. Belgique*, 188, pp. 25-26, 1961.
- [230] Newcomb S., On the Dynamics of the Earth's Rotation with respect to the Periodic Variations of Latitude, *MNRAS* 248: 336-341, 1892.
- [231] Love A.E.H. The yielding of the Earth to disturbing forces, *MNRAS*, Part 1 Vol. 69, pp. 476-479, Part 2 Vol. 82, pp.73-88, 1909.
- [232] Poincare H., Sur la precession des corps deformables, *Bull. Astr.* 27, 321-356. 1910.
- [233] Sasao T., Okubo S., Saito M. A Simple Theory on Dynamical Effects of Stratified Fluid Core upon Nutational Motion of the Earth, in *Nutation and the Earth's Rotation*, IAU Symposium, vol. 78, edited by R.L. Duncombe, p. 165., 1980.

Статьи на иностранных языках, современные

- [234] Adhikari S., Ivins E.R., Climate driven polar motion: 2003-2015, *Sci. Adv.*, Vol. 2, No. 4, p. e1501693, 2016, doi:10.1126/sciadv.1501693.
- [235] Akulenko, L.D., Kumakshev, S.A., Markov, Yu.G. 2002. Motion of the Earth's pole. *Dokl Phys.* (2002), 47, 78–84.
- [236] Akulenko L.D., Markov Y.G., Perepelkin V.V., Rykhlova L.V., Filippova A.S., Rotational-oscillatory variations in the earth rotation parameters within short time intervals, *Astronomy Reports*, Vol. 57, pp. 391–399, 2013.
- [237] Akaike. H., Autoregressive model fitting for control. *Ann Inst Stat Math.* (1971), 23, 163–180.
- [238] Andronova, N.G., Schlesinger M.E., Causes of global temperature changes during the 19th and 20th centuries. *Geophys. Res. Lett.*, 27, pp. 2137-2140. Bibcode: 2000GeoRL..27.2137A. doi:10.1029/2000GL006109 (2000).
- [239] Avsyuk Yu. N., Tidal forces and natural processes, Shmidt IPE RAS, Moscow (1996).
- [240] Balakireva E., Study of the coefficient of gravity potential J_2 for Earth & planets of the Solar System from satellite data, MIEM HSE Armensky conference, Moscow (2016).
- [241] Barcikowska, M.J., Kapnick, S.B., Feser, F, Impact of large-scale circulation changes in the North Atlantic sector on the current and future Mediterranean winter hydroclimate, *Climate Dynamics*, (2018).
- [242] Barkin Yu V. The forced relative displacements of shells of planets and satellites as the main mechanism for variation of their natural processes *Astronomical and Astrophysical Transactions*, Vol. 29, N 3, pp. 375-386, 2016.
- [243] Barnes R.T.H., Hide R., White A.A., and Wilson C.A., 1983, Atmospheric angular momentum fluctuations, length-of-day changes and polar motion, *Proc. R. Soc. London A* 387: 31-73.
- [244] Barriopedro D., E. M. Fischer, J. Luterbacher, R. M. Trigo, R. Garcia-Herrera. The Hot Summer of 2010: Redrawing the Temperature Record Map of Europe. *Science*, DOI: 10.1126/science.1201224, (2011).
- [245] Berger A., Milankovitch Theory and climate, *Rev. Geophys.*, 26(4), 624–657, 1988, doi:10.1029/RG026i004p00624.
- [246] Bizouard C., Brzeziński, and Petrov S., 1998, Diurnal atmospheric forcing and temporal variations of the nutation amplitudes, *J. Geodesy* 72:561-577.
- [247] Bizouard C. and Lambert S. 2001, Lunisolar torque on the atmosphere and Earth's rotation, *Planetary and Space Science* 50(3):323-333.
- [248] Bizouard C., Continental drift of the rotation pole: observation and theory, AIP proceedings of FPAM conference at Bauman State University, Moscow, 2018 (in press).
- [249] Bizouard C., Remus F., Lambert S. et al., The Earth's variable Chandler wobble, *A&A*, 526(A106), 2011.
- [250] Bizouard C. and Seoane L., The atmospheric and oceanic excitation of the rapid polar motion, *J. Geod.* 84: 19-30, 2010.
- [251] Bourda, G. Length-of-day and space-geodetic determination of the Earth's variable

- gravity field, *J. Geod.*, Vol. 82, p. 295, 2008, doi:10.1007/s00190-007-0180-y.
- [252] Beldaa S., Ferrandiz J.M., Heinkelmann R., Nilsson T., Schuh H., Testing a new Free Core Nutation empirical model, *Journal of Geodynamics*, Vol. 94–95, pp. 59-67, 2016.
- [253] Blossfeld M., H. Muller, M. Gerstl, V. Stefka, J. Bouman, F. Götzl, M. Horwath, Second-degree Stokes coefficients from multi-satellite SLR, *J Geod* (2015) 89:857-871, DOI 10.1007/s00190-015-0819-z.
- [254] Boergens, E., E. Rangelova, M. G. Sideris, and J. Kusche, 2014, Assessment of the capabilities of the temporal and spatiotemporal ICA method for geophysical signal separation in GRACE data, *J. Geophys. Res. Solid Earth*, 119, 4429-4447, doi:10.1002/2013JB010452.
- [255] Box, G.E.P., Jenkins, G.M., *Time series analysis: forecasting and control*. Holden Day, San Francisco. (1976), pp. 24-78.
- [256] Brzeziński A., 1994, Polar motion excitation by variations of the effective angular momentum function, II: Extended model, *Manuscr. Geod.* 19:157-171.
- [257] Brzezinski A., Nastula J., Oceanic excitation of the Chandler wobble, *Adv. Space Res.*, 30(2), 381-386, 2002.
- [258] Brzezinski A., Bizouard Ch., Petrov S., Influence Of The Atmosphere On Earth Rotation: What New Can Be Learned From The Recent Atmospheric Angular Momentum Estimates? *Surv. Geophys.*, 23(1), 33-69, 2002.
- [259] Brzezinski, A., Dobslaw, H., Dill, R., Thomas, M., Geophysical Excitation of the Chandler Wobble Revisited, *Geod. for Planet Earth Int. Ass. of Geodesy Symposia*, 136(3), 499-505, 2012.
- [260] Brzezinski A., Kosek W., Free Core Nutation: stochastic modelling versus predictability, *Proceedings of the Journées 2003*, St. Petersburg, Russia, 2003.
- [261] Brzeziński A. and Capitaine N. (1993), The Use of the Precise Observations of the Celestial Ephemeris Pole in the analysis of geophysical excitation of Earth Rotation, *J. Geophys. Res.* 98 B4: 6667-6675.
- [262] Brzeziński A. and Mathews P., Recent advances in modelling the lunisolar perturbation in polar motion corresponding to high frequency nutation, *Journées Systèmes de Référence spatio-temporels 2002*, Proceeding, N. Capitaine Eds. (2002).
- [263] Black R.X., D.A. Salstein, R.D. Rosen, 1996. Interannual Modes of Variability in Atmospheric Angular Momentum, *J. Climate*, 9, 2834–2849.
- [264] Capozza R., Vanossi A., Vezzani A., and Zapperi S. Suppression of Friction by Mechanical Vibrations, *Phys. Rev. Lett.* Vol. 103, pp. 085502, 2009.
- [265] Case K., Kruizinga G, Sien-Chong Wu, GRACE Level 1B Data Product User Handbook, 2004, ftp://podaac.jpl.nasa.gov/pub/grace/doc/Handbook_1B_v1.2.pdf.
- [266] Chao B.F., On rotational normal modes of the Earth: Resonance, excitation, convolution, deconvolution and all that, *Geodesy and Geodynamics*, Vol. 8, Iss. 6, pp. 371-376, 2017.
- [267] Chao B.F., 1985, On the excitation of the Earth's polar motion, *Geophys. Res. Lett.*, , Vol. 12, Iss. 8, pp. 526–529.
- [268] Chao B.F. and Wei-Yung Chung, Amplitude and phase variations of Earth's

- Chandler wobble under continual excitation, *J. of Geodynamics*, Vol. 62, 35-39, 2012.
- [269] Chao B.F. and Wei-Yung Chung, On Estimating the Cross-Correlation and Least-squares Fit of One Dataset to Another with Time Shift, *Earth and Space Science*, 2019, in press.
- [270] Chao B., Hsieh Y., The Earth's free core nutation: formulation of dynamics and estimation of eigenperiod from the very-long-baseline interferometry data. *Earth Planet. Sci. Lett.* 36, pp. 483–492, 2015.
- [271] Chambers, D.P. and J.A. Bonin: Evaluation of Release 05 time-variable gravity coefficients over the ocean. *Ocean Science* 8: 859-868, 2012, www.ocean-sci.net/8/859/2012.
- [272] Chen J.L., C.R. Wilson, B.D. Tapley, and J.C. Ries, Low degree gravitational changes from GRACE: Validation and interpretation, *Geophys. Res. Lett.*, Vol. 31, p. L22607, 2004, doi:10.1029/2004GL021670.
- [273] Chen, J.L., C.R. Wilson, B.D. Tapley, H. Save, J-F Cretaux, Long-Term and Seasonal Caspian Sea Level Change From Satellite Gravity and Altimeter Measurements, *J. Geophys. Res. Solid Earth*, 122, DOI: 10.1002/2016JB013595, 2017.
- [274] Chen J.L., C.R. Wilson, and J.C. Ries (2016), Broadband assessment of degree-2 gravitational changes from GRACE and other estimates, 2002–2015, *J. Geophys. Res. Solid Earth*, 121, 2112–2128, doi:10.1002/2015JB012708.
- [275] Chen, J. L., C. R. Wilson, and J. C. Ries (2016), Broadband assessment of degree-2 gravitational changes from GRACE and other estimates, 2002–2015, *J. Geophys. Res. Solid Earth*, 121, 2112–2128, doi:10.1002/2015JB012708.
- [276] Chen, J.L., C.R. Wilson, J.C. Ries, B.D. Tapley, Rapid ice melting drives Earth's pole to the east, *Geophys. Res. Lett.*, Vol. 40, 1-6, DOI: 10.1002/grl.50552, (2013).
- [277] Qiang Chen, L. Poropat, M. Weigelt, H. Dobslaw, T. van Dam, Validation of the EGSIM GRACE gravity fields using GNSS and OBP records, *Geophysical Research Abstracts* Vol. 20, EGU2018-4439, 2018.
- [278] Chen W. and Shen W., New estimates of the inertia tensor and rotation of the triaxial nonrigid Earth *J. Geophys. Res.* 115, B12419, 2010, doi: 10.1029/2009JB007094.
- [279] Chen Wei, Jiancheng Li, Jim Ray, Minkang Cheng, Improved geophysical excitations constrained by polar motion observations and GRACE/SLR time-dependent gravity, *Geodesy and Geodynamics*, Vol. 8, Iss. 6, pp. 377-388, 2017.
- [280] Cheng, M., B. D. Tapley, and J. C. Ries, Deceleration in the Earth's oblateness, *J. Geophys. Res. Solid Earth*, 118, 740-747, doi:10.1002/jgrb.50058, (2013).
- [281] Church, J. A., N. J. White, L. F. Konikow, C. M. Domingues, J. G. Cogley, E. Rignot, J. M. Gregory, M. R. van den Broeke, A. J. Monaghan, and I. Velicogna, Revisiting the Earth's sea-level and energy budgets from 1961 to 2008, *Geophys. Res. Lett.*, 38, L18601, doi:10.1029/2011GL048794, (2011).
- [282] Chujkova N.A., T.G. Maximova, T.S. Chesnokova, A.N. Grushinsky, Earth crust vertical movements according to ITRF2000, ITRF2005, ITRF2008 and ITRF2014 coordinate systems and their comparing analysis, *Geodesy and Geodynamics*, Vol. 9, Iss. 2, pp. 109-114, 2018, <https://doi.org/10.1016/j.geog.2017.07.007>.

- [283] Cox, C. M., and B. F. Chao, Detection of a large-scale mass redistribution in the terrestrial system since 1998, *Science*, Vol. 297, pp. 831–833, 2002 doi:10.1126/science.1072188.
- [284] Crowell M., Edelman S., Coulton K., McAfee S. How many people live in coastal areas? *Journal of Coastal Research*, 23(5), <http://www.jstor.org/stable/4496121>.
- [285] Couhert A., Mercier F., Moyard J., Biancale R. Systematic error mitigation in DORIS-derived geocenter motion., *JGR, Solid Earth*, 123, 2018, doi: 10.1029/2018JB015453.
- [286] Demyanov, V.V., Yasyukevich, Y.V., Kashkina, T.V. et al. *J. Commun. Technol. Electron.* (2016) 61: 1086. <https://doi.org/10.1134/S1064226916100089>.
- [287] Dehant V., R. Laguerre, J. Requier, A. Rivoldini, S.A. Triana, A. Trinh, T.V. Hoolst, P. Zhu, Understanding the effects of the core on the nutation of the Earth, *Geodesy and Geodynamics*, Vol. 8, Iss. 6, pp. 389–395, 2017.
- [288] Desai S. D., Observing the pole tide with satellite altimetry, *J. Geophys. Res. (Oceans)* 107 (C11): 7-1. (2002) DOI 10.1029/2001JC001224.
- [289] Desai S.D., and A.E. Sibois, (2016), Evaluating predicted diurnal and semidiurnal tidal variations in polar motion with GPS-based observations, *J. Geophys. Res. Solid Earth*, 121, 5237–5256, doi:10.1002/2016JB013125.
- [290] O. de Viron, V. Dehant, H. Goosse, and M. Crucifix, 2002. Participating CMIP Modeling Groups, Effect of global warming on the length-of-day, *Geophys. Res. Lett.*, Vol. 29, Iss. 7, doi:10.1029/2001GL013672.
- [291] J.O. Dickey, S. L. Marcus, J. A. Steppe, R. Hide, 1992. The Earth’s Angular Momentum Budget on Subseasonal Time Scales. *Science* 255, 321–324.
- [292] Jean O. Dickey, Steven L. Marcus, and Olivier de Viron, Air Temperature and Anthropogenic Forcing: Insights from the Solid Earth. *J. Climate*, 24, 569–574 (2011).
- [293] J.O. Dickey, S.L. Marcus, O. de Viron, Coherent interannual and decadal variations in the atmosphere-ocean system. *Geophys. Res. Lett.*, 30(11), 27-1-27-4, 2003.
- [294] J.O. Dickey, P. Gegout, S.L. Marcus, 1999. Earth-atmosphere angular momentum exchange and ENSO: The rotational signature of the 1997-98 event. *Geophys. Res. Lett.*, 26(16), 2477–2480.
- [295] Dickey J.O., Marcus S.L., de Viron O., Fukumori I. Recent Earth Oblateness Variations: Unraveling Climate and Postglacial Rebound Effects, *Science*, Vol. 298, Issue 5600, pp. 1975–1977, 2002, doi:10.1126/science.1077777.
- [296] Dill R., Dobslaw H., Thomas M., Improved 90-day Earth orientation predictions from angular momentum forecasts of atmosphere, ocean, and terrestrial hydrosphere, *Journal of Geodesy*, Vol. 93, Iss. 3, pp. 287–295, 2019.
- [297] Duan, X., J. Guo, C. Shum, and W. van der Wal. Towards an optimal scheme for removing correlated errors in GRACE data, *J. Geodesy*, 83, 1095–1106, DOI 10.1007/s00190-009-0327-0, (2009).
- [298] Ebauer K., Development of a software package for determination of geodynamic parameters from combined processing of SLR data from LAGEOS and LEO *Geodesy and Geodynamics*, Volume 8, Issue 3, May 2017, Pages 213–220.
- [299] Eubanks T. M., Variations in the orientation of the Earth, in *Contributions of Space Geodesy to Geodynamics: Earth Dynamics 1-54*, ed. D. E. Smith and D. L.

- Turcott, AGU, Washington D.C., 1993.
- [300] T.M. Eubanks , J. A. Steppe, J.O. Dickey, and P.S. Callahan, 1985. A spectral analysis of the Earth's angular momentum budget, *J. Geophys. Res.*, 90(B7).
- [301] Escapa A., Getino J., and Ferrandiz J.M., Indirect effect of the triaxiality in the Hamiltonian theory for the rigid Earth nutations, *A&A* 389: 1047-1054 (2002).
- [302] Ferrandiz J. & S. Gross R., The New IAU/IAG Joint Working Group on Theory of Earth Rotation. International Association of Geodesy Symposia, 2015, 10.1007/1345_2015_166.
- [303] Folgueira M. and Souchay J., Free polar motion of a triaxial and elastic body in Hamiltonian formalism: application to the Earth and Mars, *A&A* 432, 1101-1113 (2005).
- [304] Frappart, F., Papa F., Guntner A., Ramillien G., Prigent C., Rossow W., Bonnet M.: Interannual variations of the terrestrial water storage in the Lower Ob' Basin from a multisatellite approach, *Hydrol. Earth Syst. Sci.*, 14, 2443-2453, (2010).
- [305] Freedman, AP., Steppe, JA., Dickey, JO., Eubanks, TM., Sung, LY. The short-term prediction of universal time and length of day using atmospheric angular momentum. *J Geophys.*, 1994, Res.99, 6981-6996.
- [306] Furuya M. , B. F. Chao, Estimation of period and Q of the Chandler wobble, *Geophysical Journal International*, Volume 127, Issue 3, December 1996, Pages 693-702, <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.1996.tb04047.x>
- [307] Geruo A., Wahr J., and Zhong S. (2013), Computations of the viscoelastic response of a 3D compressible Earth to surface loading: An application to glacial isostatic adjustment in Antarctica and Canada, *Geophys. J. Int.*, 192(2), 557-572, doi:10.1093/gji/ggs030.
- [308] Ghil, M., M. R. Allen, M. D. Dettinger, K. Ide, D. Kondrashov, M. E. Mann, A. W. Robertson, A. Saunders, Y. Tian, F. Varadi, and P. Yiou, Advanced spectral methods for climatic time series, *Rev. Geophys.*, 40(1), 1003, doi:doi:10.1029/2000RG000092, 2002.
- [309] Gordin V.A. Averaging Data Inverse Interpolation. Application to Climatic Information. V.A.Gordin. Meteorology and Hydrology. N11, pp.110-114, (1994) (Russian), pp. 67-70 (English).
- [310] Gordin, V.A., Khalyavin, A.V. Projection methods for error suppression in the meteorological fields before calculation of derivatives, *Russ. Meteorol. Hydrol.* (2007) 32: 643. <https://doi.org/10.3103/S1068373907100056>.
- [311] Gorshkov V.L., Study of the Interannual Variations of the Earth's Rotation, *Solar System Research*, Vol. 44, No. 6, pp. 487-497, 2010, Original Russian Text in *Astronomicheskii Vestnik*, Vol. 44, No. 6, pp. 519-529, 2010.
- [312] Gross R., 2015, Estimating the Q of the Chandler Wobble from Its Free Decay, poster at IUGG, EGU2015-6194, Prague 2015
- [313] Gross R., 2015, Theory of Earth Rotation Variations, VIII Hotine-Marussi Symposium on Mathematical Geodesy, doi:10.1007/1345_2015_13
- [314] Gross R.S., 2007. Earth rotation variations — long period, in *Physical Geodesy* edited by T. A. Herring, Treatise on Geophysics, Vol. 11, Elsevier, Amsterdam.
- [315] Gross R.S., A combined length-of-day series spanning 1832-1997: LUNAR97, *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, Vol. 123, Iss. 1, pp. 65-76, (2001).

-
- [316] Gross R., Vondrak R, Astrometric and space-geodetic observations of polar wander, *Geoph. Res. Lett.*, Vol. 26, Iss. 14, pp. 2085-2088, 1999, doi: 10.1029/1999GL900422.
- [317] Gross, R.S., Eubanks, T.M., Steppe J.A., Freedman, Dickey J.O., Runge T.F. A Kalman filter-based approach to combining independent Earth-orientation series. *J Geod.*, (1998), 72, 215–235.
- [318] Gross R., The excitation of the Chandler wobble, *Geophys. Res. Lett.*, 27(15), 2329-2332, 2000.
- [319] Gross, R., Fukumori I., Menemenlis D., Atmospheric and oceanic excitation of the Earth's wobble during 1980-2000, *J. Geophys. Res.*, 108(B8) 2370, 2003.
- [320] Gubanov V.S., Dynamics of the Earth's core from VLBI observations, *Astron. Lett.* (2009) 35: 270. <https://doi.org/10.1134/S1063773709040070>.
- [321] Gulev S.K. & Mojib Latif, Ocean science: The origins of a climate oscillation, *Nature*, Vol. 521, pp. 428–430, doi:10.1038/521428a, (2015).
- [322] Guo, J., X. Duan, and C. Shum. Non-isotropic filtering and leakage reduction for determining mass changes over land and ocean using GRACE data, *Geophys. J. Int.*, 181, 290–302, doi: 10.1111/j.1365-246X.2010.04534.x, (2010).
- [323] Guo J.Y., H. Greiner-Mai, L. Ballani, H. Jochmann, C.K. Shum, 2005, On the double-peak spectrum of the Chandler wobble, *J. of Geodesy*, Vol. 78, Iss. 11-12, 654-659.
- [325] Han Shin-Chan, Shum C.K., Jekeli Ch. et al. Non-isotropic filtering of GRACE temporal gravity for geophysical signal enhancement, *Geophys. J. Int.*, 163(1), pp. 18–25, (2005).
- [325] Hay C., Mitrovica J.X., Morrow E., Kopp R.E., Huybers P., Alley R.B. Earth rotation changes since 500 CE driven by ice mass variations. *Earth and Planetary Science Letters*, 448, 115-121, (2016). DOI: 10.1016/j.epsl.2016.05.020.
- [326] Holme, R. and De Viron, O. (2005), Geomagnetic jerks and a high-resolution length-of-day profile for core studies. *Geophysical Journal International*, 160: 435–439. doi:10.1111/j.1365-246X.2004.02510.x.
- [327] Huang, C.L., V. Dehant, X. 2010H. Liao, T. Van Hoolst, and M.G. Rochester (2011), On the coupling between magnetic field and nutation in a numerical integration approach, *J. Geophys. Res.*, 116, B03403, doi: 10.1029/2010JB007713.
- [328] Ince E.S., M.G. Sideris, E. Rangelova, 2009. Deriving long-term sea level variations at tide gauge stations in Atlantic North America, *Eos Trans. AGU*, 90(22), Jt. Assem. Suppl, Abstract CG73A-01.
- [329] Jackson L., L. Adabie, I. Galarraga, S. Jevrejeva, E. Sainz de Murieta To mitigate, or not to mitigate, that is not the question: reducing risk to coastal cities from sea-level rise. *Geophysical Research Abstracts*, Vol. 20, EGU2018-4870-1, 2018.
- [330] Jevrejeva, S., J. C. Moore, A. Grinsted, and P. L. Woodworth, Recent global sea level acceleration started over 200 years ago?, *Geophys. Res. Lett.*, 35, L08715, doi:10.1029/2008GL033611, (2008).
- [331] Jin Ba, Noel S. Keenlyside et al., A multi-model comparison of Atlantic multidecadal variability, *Climate Dynamics*, Vol. 43, Iss. 9, pp 2333-2348, (2014).
- [332] Keeling C.D., Whorf T.P., Possible forcing of global temperature by the oceanic tides. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*. 1997;94(16):8321-8328.

- [333] Kenyon S., John Factor, Toward the next Earth gravitational model, Proceedings of SEG Annual Meeting, San-Antonio (2007). http://earth-info.nga.mil/GandG/wgs84/gravitymod/new_egm/EGM08_papers/EGM-2007-final.pdf
- [334] Klees R., Revtova E., Gunter B. et al., The design of an optimal filter for monthly GRACE gravity models. *Geophys. J. Int.*, 175(5768), (2008), pp. 417–432.
- [335] Klyashtorin L.B., Lyubushin A.A., On the Coherence between Dynamics of the World Fuel Consumption and Global Temperature Anomaly, *Energy & Environment*, Vol. 14, No. 6, 2003.
- [336] Kosek W., Luzum B., Kalarus M., Wnek A., Zvylyut M., Analysis of pole coordinate data predictions in the Earth orientation parameters combination of prediction pilot project, *Artificial Satellites*, Vol. 46, No 4, 2011.
- [337] Kosek, W., Kalarus, M., Johnson, T.J., Wooden, W.H., McCarthy, D.D., Popinski, W. A comparison of LOD and UT1–UTC forecasts by different combination prediction techniques. *Artif Satell.* (2005a), 40, 119–125.
- [338] Kosek, W., Kalarus, M., Johnson, T.J., Wooden, W.H., McCarthy, D.D., Popinski, W. A comparison of UT1–UTC forecasts by different prediction techniques. In: Captained N (Ed) *Proc. Journeys Systems de Reference Spatiotemporal 2004*, Observatoire de Paris, *Systems de Reference Temps-Espace*. (2005b), pp.140–141.
- [339] Kosek W., Possible excitation of the Chandler wobble by variable geophysical annual cycle, *Artificial Satellites – Journal of Planetary Geodesy (ISSN 0208-841X)*, Vol. 39, No. 2, p. 135 - 145 (2004)
- [340] Krasinsky G.A., Rotation of the deformable Earth with the viscous fluid core, *Communications of IAA RAS N 157*, St Petersburg, 2003, <http://iaaras.ru/media/print/preprint-157.pdf>.
- [341] Krasinsky G.A., Variations of the coefficient J_2 of geopotential, and the dynamical Love number k_2^d from the analysis of laser ranging to LAGEOS 1 and LAGEOS 2., Cornell University Library, 2011.
- [342] Kuang, W., B. F. Chao, *Geodynamo modeling and core-mantle interactions*, in *Earth's Core: Dynamics, Structure, Rotation*, Geodynamics Series 31, ed. V. Dehant, K. Creager, S. Karato, and S. Zatman, Amer. Geophys. Union, Washington DC, 193-212, 2003.
- [343] Kusche J., R. Schmidt, S. Petrovic, R. Rietbroek, Decorrelated GRACE time-variable gravity solutions by GFZ and their validation using a hydrological model, *J. of Geodesy*, 83, (2009), pp. 903-913.
- [344] Kuzin S.P., Tatevian S.K., Determination of seasonal geocenter variations from doris, GPS and SLR data, *Proceedings of the Journees 2005*, Warsaw, Poland, 2005.
- [345] Lambert S., Empirical modeling of the retrograde free core nutation, TN, 2016, <ftp://hpiers.obspm.fr/iers/models/fcn/notice.pdf>
- [346] Lanbo Liua, Benjamin Chao, Wenke Sun, Weijia Kuang, Assessment of the effect of three-dimensional mantle density heterogeneity on Earth rotation in tidal frequencies, *Geodesy & Geodynamics*, Vol 7 N 6 p. 396-405, 2016.
- [347] Landerer, F.; Dickey, J.; Zlotnicki, V., Terrestrial water budget of the Eurasian pan-Arctic from GRACE satellite measurements during 2003–2009, *J. of Geophys. Res.:*

- Atmospheres, 115 (D23), D 23115, doi:10.1029/2010JD014584, (2010).
- [348] Lavallee, D. A., P. Moore, P. J. Clarke, E. J. Petrie, T. van Dam, and M. A. King, J_2 : An evaluation of new estimates from GPS, GRACE, and load models compared to SLR, *Geophys. Res. Lett.*, Vol. 37, p. L22403, 2010, doi:10.1029/2010GL045229.
- [349] Lemoine J.-M., Bourgoigne S., Biancale R., Gegout P., The new GRGS-RL04 series of mass variations modelled with GRACE data, *Geophysical Research Abstracts*, Vol. 20, EGU2018-18624, 2018.
- [350] Levin B.W., E.V.Sasorova, G.M.Steblov, A.V.Domanski, A.S.Prytkov, E.N.Tsyba, Variations of the Earth's rotation rate and cyclic processes in geodynamics, *Geodesy and Geodynamics*, Vol. 8, Iss. 3, pp. 206-212, 2017.
- [351] Li Guoqing, Zong Haifen, Zhang Qingyun, 27.3-day and average 13.6-day periodic oscillations in the Earth's rotation rate and atmospheric pressure fields due to celestial gravitation forcing. *Advances in Atmospheric Sciences*, Vol. 28, N 1, pp. 45-58, Springer, (2011).
- [352] Liao D.C., Zhou Y.H., Liao X.H., Comparison of Wind Contributions to Chandler Wobble Excitation, *Chinese Astronomy and Astrophysics*, 31, 57-65, 2007.
- [353] Liao D.C., Liao X.H., Zhou Y.H., Oceanic and Atmospheric Excitation of the Chandler Wobble, *Geophysical Journal International*, 152, 215-227, 2003.
- [354] Liu L., H. Hsu, and E. W. Grafarend, Normal Morlet wavelet transform and its application to the Earth's polar motion, *J. Geophys. Res.*, 112, B08401, 2007.
- [355] Lyubushin A.A. and L.B. Klyashtorin, Short term global DT prediction using (60-70) - years periodicity, *Energy & Environment*, Vol. 23, No. 1, 2012.
- [356] Macias D., Stips A., Garcia-Gorriz E., Application of the Singular Spectrum Analysis Technique to Study the Recent Hiatus on the Global Surface Temperature Record. *PLoS ONE* 9(9): e107222, 2014. doi:10.1371/journal.pone.010722.
- [357] Madzak, M., Schindelegger, M., Bohm, High-frequency Earth rotation variations deduced from altimetry-based ocean tides, *J. et al. J Geod* 90: 1237, (2016) doi:10.1007/s00190-016-0919-4.
- [358] Malkin Z.M., Free core nutation and geomagnetic jerks, *Journal of Geodynamics*, Vol. 72, pp. 53-58, 2013.
- [359] Malkin Z.M. Free core nutation: new large disturbance and connection evidence with geomagnetic jerks, *Acta Geodyn. Geomater.*, Vol. 13, No. 1 (181), 41-45, 2016. DOI: 10.13168/AGG.2015.0042.
- [360] Malkin Z.M., Miller N. Chandler wobble: two more large phase jumps revealed, *Earth Planets Space*, 62, 943-947, 2010.
- [361] Marcus S.L., Does an Intrinsic Source Generate a Shared Low-Frequency Signature in Earth's Climate and Rotation Rate? *Earth Interactions* d Volume 20 (2016) No. 4 p. 1, DOI: <http://dx.doi.org/10.1175/EI-D-15-0014.1>, (2016).
- [362] Marcus S., de Viron O., Dickey J., 2004, Atmospheric contributions to Earth Nutation: Geodetic constraints and limitations of the torque approach, *Atmospheric sciences* 61:352-356.
- [363] Mathews P., Herring T., and Buffett B., Modeling of nutation and precession: New nutation series from non rigid Earth and insights into the Earth interior, *J. Geophys. Res.* 107 B4 (2002).
- [364] Mathews P.M., B. A. Buffett, T. A. Herring and I. I. Shapiro, Forced Nutations

- of the Earth: Influence of Inner Core Dynamics 1. Theory, *Journal of Geophysical Research*, 96, No.B5, pp. 8219-8242, (1991)
- [365] Mathews P. and Bretagnon P., Polar motions equivalent to high frequency nutations for a non rigid Earth with anelastic mantle, *A&A* 400: 1113-1128 (2003)
- [366] Markowitz W., Latitude and longitude and the secular motion of the pole, in *Methods and Techniques in Geophysics*, 1, pp. 325-361, ed. Runcorn S. K., Interscience Publishers, New York (1960).
- [367] Markowitz W., Sudden Changes in Rotational Acceleration of the Earth and Secular Motion of the Pole. In: L. Mansinha, A. E. Beck (Eds.), *Earthquake displacement fields and the rotation of the Earth*, D. Reidel, Dordrecht 1970, pp. 69–81.
- [368] Maximov I.V. and Smirnov N.P., The changes in the speed of the Earth's rotation and the mean sea level of the Oceans, *Oceanologia*, N 4 pp. 9-18, 1964.
- [369] Gerard D. McCarthy, Ivan D. Haigh, Joel J.-M. Hirschi, Jeremy P. Grist & David A. Smeed, Ocean impact on decadal Atlantic climate variability revealed by sea-level observations, *Nature* 521, pp 508-510 (2015), doi:10.1038/nature14491.
- [370] Miller N.O. Chandler Wobble in Variations of the Pulkovo Latitude for 170 Years. *Solar System Research*, Vol. 45, No. 4, pp. 342-353, (2011).
- [371] Mo K.C., J.O. Dickey, and S.L. Marcus, 1997. Interannual fluctuations in atmospheric angular momentum simulated by the National Centers for Environmental Prediction medium range forecast model, *J. Geophys. Res.*, 102, 6703–6713.
- [372] Morgan P., R. King, I. Shapiro, 1985. Length of Day and Atmospheric Angular Momentum: A Comparison for 1981-1983, *J. Geophys. Res.*, 90(B14) 12645–12652.
- [373] Moritz, H. (1978), Least squares collocation, *Rev. Geophys.*, 16(3), 421–430, doi:10.1029/RG016i003p00421.
- [374] Nastula J., A. Korsun, B. Kolaczek, W Kosek, W Hozakowski, Variations of the Chandler and annual wobbles of polar motion in 1846-1988 and their prediction. *Manuscripta geodaetica*, No 18 p. 131-135, (1993).
- [375] Nastula J., Salstein D.A., Regional Geophysical Excitation Functions of Polar Motion over Land Areas, *Geod. for Planet Earth IAG Symp.*, 136(3), 499–505, 2012.
- [376] Nastula J., Ponte R.M., Salstein D.A., Comparison of polar motion excitation series derived from GRACE and from analyses of geophysical fluids, *Geophys. Res. Lett.*, 34(L11306), 2007.
- [377] Nastula J., Salstein D., Kolaczek B., Patterns of atmospheric excitation functions of polar motion from high-resolution regional sectors. *J. Geophys. Res.*, 114, B04407, 2009.
- [378] Nastula J., Gross R., Salstein D.A., Oceanic excitation of polar motion: Identification of specific oceanic areas important for polar motion excitation, *J. Geodyn.*, 62, 16-23, 2012.
- [379] Nastula J., Salstein D., Gross R., Regional multi-fluid-based geophysical excitation of polar motion, *Proceedings of IAG General Assembly 2011*, 467-472, Springer, 2014.
- [380] Nastula, J., and R. Gross (2015), Chandler wobble parameters from SLR and GRACE. *J. Geophys. Res. Solid Earth*, 120, 4474–4483. doi: 10.1002/2014JB011825.

-
- [381] Nerem, R. S., and J. Wahr (2011), Recent changes in the Earth's oblateness driven by Greenland and Antarctic ice mass loss, *Geophys. Res. Lett.*, Vol. 38, p. L13501, doi:10.1029/2011GL047879.
- [382] Okamoto I. and Sasao T., On the ellipticity of the Chandler Wobble, *Publ. Astron. Soc. Japan* 29: 107-127, 1977.
- [383] Pantelev V.L., Chesnokova T.S., Problem deconvolution in inertial gravimetry, *Moscow University Physics Bulletin*, 66(1), 78-82, 2011.
- [384] Petrov L., Y. Y. Kovalev; Observational consequences of optical band milliarcsec-scale structure in active galactic nuclei discovered by Gaia, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Vol. 471, Iss. 4, 2017, pp. 3775–3787.
- [385] Ponte Rui M., D. Stammer, C. Wunsch, Improving ocean angular momentum estimates using a model constrained by data, 2001.
- [386] Pan Y., Shen W.-B., Ding H., Hwang C., Li J., Zhang T., 2015. The Quasi-Biennial Vertical Oscillations at Global GPS Stations: Identification by Ensemble Empirical Mode Decomposition. *Sensors* (Basel, Switzerland), Vol. 15, Iss. 10, pp. 26096–26114. <http://doi.org/10.3390/s151026096>.
- [387] Panin G. N., Diansky N. A. Climatic variations in the arctic, north atlantic, and the northern sea route., *Doklady Earth Sciences*. Vol. 462, no. 1. P. 505–509., (2015).
- [388] Paulson A., Zhong S. & Wahr J. ,Inference of mantle viscosity from GRACE and relative sea level data, *Geophys. J. Int.*, 171, 497, (2007).
- [389] Peltier W.R., D.F. Argus, and R. Drummond, Space geodesy constrains ice age terminal deglaciation: The global ICE-6G_C (VM5a) model, *J. Geophys. Res. Solid Earth*, 120, 450–487, 2015, doi:10.1002/2014JB011176.
- [390] Peltier, W.R., 2002. Global glacial isostatic adjustment: palaeogeodetic and spacegeodetic tests of the ICE-4G (VM2) model. *Journal of Quaternary Science* 17,491–510.
- [391] Peltier, W.R., 2004. Global glacial isostasy and the surface of the ice-age earth: the ICE-5G (VM2) model and GRACE. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences* 32, 111–149. <ftp://dutlru2.lr.tudelft.nl/pub/wouter>
- [392] Penland C., L.M. Hartten: Stochastic forcing of north tropical Atlantic sea surface temperatures by the North Atlantic Oscillation. *Geophysical Research Letters*, Vol. 41, DOI: 10.1002/2014GL059252, (2014).
- [393] C. Penland, Michael Ghil, 1993. Forecasting Northern Hemisphere 700-mb Geopotential Height Anomalies Using Empirical Normal Modes. *Mon. Wea. Rev.*, 121, 2355–2372.
- [394] C. Penland, De. Zh. Sun, A. Capotondi and D. J. Vimont, 2010. A Brief Introduction to El Nino and La Nina, *Climate Dynamics: Why Does Climate Vary?*, *Geophys. Monogr. Ser.*, 189, 216, AGU, Washington, D.C.
- [395] Prevost P., L. Fleitout, K. Chanard, E. Calais, T. VanDam, and M. Ghil Extracting geophysical signals from GRACE using an objective spatio-temporal filter, *Geophysical Research Abstracts* Vol. 20, EGU2018-13611, 2018.
- [396] Purcell, A., Tregoning, P., & Dehecq, A. (2016). An assessment of the ICE6G_C (VM5a) glacial isostatic adjustment model. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*. <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/2015JB012742/full>
- [397] Qian W.H., Lu Bo, Zhu C.W., How would global-mean temperature change in the

- 21th century?, Chinese Science Bulletin, 55, 19. pp. 1963-1967, (2010).
- [398] Rahmstorf S., A Semi-Empirical Approach to Projecting Future Sea-Level Rise Science, Vol. 315 no. 5810 pp. 368-370, DOI: 10.1126/science.1135456 (2007).
- [399] Rangelova E., Wal W., A. Braun, M. G. Sideris, and P. Wu, Analysis of GRACE time-variable mass redistribution signals over North America by means of principal components analysis. J. of Geophys. Res., 112, F03002, (2007).
- [400] Rangelova E., Sideris M., Contributions of terrestrial and GRACE data to the study of the secular geoid changes in North America. J. of Geodynamics, 46, (2008), pp. 131B-143.
- [401] E. Rangelova, W. van der Wal, M.G. Sideris, and P. Wu, 2010. Spatiotemporal Analysis of the GRACE-Derived Mass Variations in North America by Means of Multi-Channel Singular Spectrum Analysis, Gravity, Geoid and Earth Observation, International Association of Geodesy Symposia 135, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg.
- [402] Ratcliff, J.T., Gross, R.S. Combinations of Earth orientation measurements: SPACE2008, COMB2008, and POLE2008. (2010), JPL Publ. 10-4, pp. 1-27.
- [403] Ray Jim, P. Rebischung, J. Griffiths, IGS polar motion measurement accuracy, Geodesy and Geodynamics, Vol. 8, Iss. 6, pp. 413-420, 2017.
- [404] Reager J. T., B. F. Thomas & J. S. Famiglietti, River basin flood potential inferred using GRACE gravity observations at several months lead time, Nature Geoscience, doi:10.1038/ngeo2203, (2014).
- [405] Richard Jean-Yves, D. Gambis, R. Biancale, C. Bizouard, Multi-Technique Combinations of Geodetic Observations at the level of Normal Equations, http://hpiers.obspm.fr/combinaison/documentation/posters/IDS_Workshop_Poster_2012_V1.pdf.
- [406] Rochester, M. G., Crossley, D. J., Chao, B. F. (2018). On the physics of the inner core wobble; corrections to "Dynamics of the inner-core wobble under mantle-inner-core gravitational interactions" by B. F. Chao. JGR: Solid Earth, 123, 9998-10,002. <https://doi.org/10.1029/2018JB016506>
- [407] Rosen R.D., D.A. Salstein, 1985. Contribution of Stratospheric Winds to Annual and Semiannual Fluctuations in Atmospheric Angular Momentum and the Length of Day, J. Geophys. Res., 90(D5), 8033-8041.
- [408] Salstein D., Atmospheric excitation of polar motion, ASP Conference Series, 208, 437-446, 2000.
- [409] Sasgen, I., Klemann, V., Martinec, Z., 2012. Towards the joint inversion of GRACE gravity fields for present-day ice-mass changes and glacial-isostatic adjustment in North America and Greenland. Journal of Geodynamics,
- [410] Seoane L., Nastula J., Bizouard C. and Gambis D. The use of gravimetric data from GRACE mission in the understanding of polar motion variations, Geophysical Journal International, Vol. 178, pp. 614-622, 2009.
- [411] Scafetta, N., and B. J. West (2006), Phenomenological solar signature in 400 years of reconstructed Northern Hemisphere temperature record, Geophys. Res. Lett., 33, L17718, doi:10.1029/2006GL027142.
- [412] Schlesinger M.E., An oscillation in the global climate system of period 65-70 years, Nature, 367(6465), 723-726, 1994.

-
- [413] Sidorenkov N.S., Celestial mechanical causes of weather and climate change, *Izv. Atmos. Ocean. Phys.*, 2016, 52: 667. <https://doi.org/10.1134/S0001433816070094>.
- [414] Schindelegger M., J. Bohm, D. Salstein, H. Schuh, 2011. High-resolution atmospheric angular momentum functions related to Earth rotation parameters during CONT08 *J. Geod*, 85(7), 425-433.
- [415] Schrama E., Wouters B., Lavallee D. Signal and noise in Gravity Recovery and Climate Experiment (GRACE) observed surface mass variations. *J. of Geophys. Res.*, 112, B08407, doi:10.1029/2006JB004882, (2007).
- [416] Schuh, H., Ulrich, M., Egger, D., Muller, J., Schwegmann, W. Prediction of Earth orientation parameters by artificial neural networks. *J Geod.*(2002),76, 247-258.
- [417] Schuh, H., Johannes, B., Heinkelmann, R., Hobiger, T., Mendes, Cerveira, P. J., Pany, A., Tanir, E., Teke, K., Todorova, S., Wresnik, J. International VLBI Service for Geodesy and Astrometry 2006 Annual Report, no. NASA/TP-2007-214151. (2007), pp. 208–211.
- [418] Shen Yunzhong, Yi Chen, Yingchen Ao: Global Mean Sea Level Rise Analysis and Prediction by Using Singular Spectrum Analysis, *APSG-2013*, (2013).
- [419] Shen Wenbin, Sung-Ho Na, Atmospheric acceleration and Earth-expansion deceleration of the Earth rotation, *Geodesy and Geodynamics*, Vol. 8, Iss. 6, pp. 421-426, 2017.
- [420] D.-Z. Sun, and F. Bryan (Eds.), 2010. *Climate Dynamics: Why Does Climate Vary?* Geophys. Monogr. Ser., 189, 216, AGU, Washington, D. C., doi:10.1029/GM189.
- [421] Swenson S., and J. Wahr, Post-processing removal of correlated errors in GRACE data, *Geophys. Res. Letters*, 33, L08402, doi:10.1029/2005GL025285, 2006.
- [422] Swenson S.C , D. P. Chambers, and J. Wahr: Estimating geocenter variations from a combination of GRACE and ocean model output. *J Geophys. Res.-Solid Earth*, Vol 113, Issue: B8, Article B08410, 2008.
- [423] Titov O., H. Krasna, Geodetic VLBI, Earth rotation and the Sagnac effect, *Geophysical Research Abstracts*, Vol. 20, EGU2018-1992, 2018.
- [424] Tsurkis I.Ya., Kuchay M.S., Spiridonov E.A., Probabilistic analysis of the data of atmospheric angular momentum for January 1, 1980 to March 27, 2003 *Izvestiya, Physics of the Solid Earth*, Vol. 48, No/ 4 pp. 339-353, 2012.
- [425] Vicente, R.O., and C.R. Wilson, On the variability of the Chandler frequency, *J. Geophys. Res.*, 102(B9), 20439–20445, 1997.
- [426] Vondrak J., Long-period behaviour of polar motion between 1900.0 and 1984.0. *Annales Geophys.*, 3, 1985, pp. 351–356.
- [427] Vondrak J., Secular polar motion, crustal movements, and international latitude service observations, *Studia Geophysica et Geodaetica*, 1994, Vol. 38, Iss. 3, pp. 256–265.
- [428] Vondrak J., Ron C., Geophysical fluids, geomagnetic jerks, and their impact on Earth orientation, *Publications of the Astronomical Observatory of Belgrade*, vol. 96, pp. 51-60, 2017.
- [429] Voskresenskaya E.N., Marchukova O.V., 2015, Qualitative classification of the La Nina events. *Physical Oceanography*. Vol. 3, P. 14-24.
- [430] Wahr, J., M. Molenaar, and F. Bryan, Time variability of the earth's gravity field: Hydrological and oceanic effects and their possible detection using GRACE, *J. of*

- Geophys. Res.: Solid Earth, 103 (B12), pp. 30,205B–30,229, doi:10.1029/98JB02844, (1998).
- [431] Wang G., Liu L., Tu Y., Xu X., Yuan Y., Song M., Li W., Application of the radial basis function neural network to the short term prediction of the earth's polar motion, *Stud. Geophys. Geod* 62. (2018) DOI: 10.1007/s11200-017-0805-4.
- [432] Wang G., Liu L., Su X., Liang X., Yan H., Li Zh., Li W., Variable Chandler and Annual Wobbles in Earth's Polar Motion During 1900-2015, *Surv. Geophys*, 37:1075-1093, 2016.
- [433] Wang, Q. J., Liao, D. C., Zhou, Y. H., Liao X. H., Determination of the topology of the neural networks in the prediction of LOD, *Annals of Shanghai astronomical observatory*, 28.75-80, 2007.
- [434] Wang, H., Wu, P., 2006. Effects of lateral variations in lithospheric thickness and mantle viscosity on glacially induced surface motion on a spherical, self gravitating Maxwell Earth. *Earth and Planetary Science Letters* 244, 576–589.
- [435] Wan, QJ., Liao DC., Zhou YH. Real-time rapid prediction of variations of Earth's rotational rate, *Chinese Science Bulletin*. (2008), 53, 969-973, 2008.
- [436] Wieners C.E., Wagging the Pacific Dog by its Indian Tail? A West Indian Ocean precursors to El Nino, PhD thesis, Utrecht, 2018.
- [437] Willberg M., Ph. Zingerle, R. Pail, Towards a 1 mm geoid at height reference points of the International Height Reference System (IHRIS), *Geophysical Research Abstracts Vol. 20*, EGU2018-7102-1, 2018.
- [438] Willis J.K., Chambers D.P., Kuo C.-Y., Shum C.K. Global sea level rise: Recent progress and challenges for the decade to come. *Oceanography*, 23(4):26?35, doi:10.5670/oceanog.2010.03.
- [439] Wilson C., Discrete polar motion equation, *Geophys J. R. Astron. Soc.* 80(2): 551-554 (1985)
- [440] B. Wouters, E. Schrama, 2007. Improved accuracy of GRACE gravity solution through empirical orthogonal function filtering of spherical harmonics, *Geophys. Res. Lett.*, 34, L23711.
- [441] Wu Xiaoping, Jim Ray, Tonie van Dam. Geocenter motion and its geodetic and geophysical implications // *Journal of Geodynamics*, 58 (2012), p 44-61.
- [442] Wu X., Collilieux, X., Altamimi, Z., 2010a. Data sets and inverse strategies for global surface mass variations. *Geophy. Res. Abstr.* 12, EGU2010.
- [443] Wu Yun-Hao, 2010. Spatio-Temporal Variations of Sea-Level for ENSO: Intercomparison Study of Geodetic Satellite Data, Doctoral Dissertation.
- [444] Wu, X., Heflin, M.B., Schotman, H., Vermeersen, B.L.A., Dong, D., Gross, R.S., Ivins, E.R., Moore, A.W., Owen, S.E., 2010. Simultaneous estimation of global present-day water transport and glacial isostatic adjustment. *Nature Geoscience* 3, 642–646.
- [445] Xu, XQ., Zhou, YH. High Precision Prediction Method of Earth Orientation Parameters. *Journal of Spacecraft TT&C Technology*. (2010),29, 70-76.
- [446] Xu, XQ., Zhou, YH., Liao XH. Short-term earth orientation parameters predictions by combination of the least-squares, AR model and Kalman filter. *J. Geodyn.* (2011), doi:10.1016/j.jog.2011.12.001
- [447] Yang H., G. Lohmann, M. Ionita, Uta Krebs-Kanzow, D. Sidorenko, X. Gong, X. Shi,

- X. Chen, Global warming is shifting the major ocean gyres toward the poles, Vol. 20, EGU2018-3661-2, 2018.
- [448] Yatskiv Y., Chandler Motion Observations, ASP Conference Series, Vol. 208, p. 383, 2000
- [449] Ya. S. Yatskiv, A. A. Korsun', N. T. Mironov: On the determination of UT1 by the BIH and the U.S.S.R. In: D. D. McCarthy, J. D. H. Pilkington (Eds.), Time and the Earth's rotation, Time Service, D. Reidel, Dordrecht 1979, 29–39.
- [450] Yi Shen, Jinyun Guo, Xin Liu, Qiaoli Kong, Linxi Guo, Wang Li, Long-term prediction of polar motion using a combined SSA and ARMA model, Journal of Geodesy, September 2017, DOI: 10.1007/s00190-017-1065-3.
- [451] Yoder C.F., J.G. Williams, J.O. Dickey, B.E. Schutz, R.J. Eanes & B. D. Tapley Secular variation of Earth's gravitational harmonic J2 coefficient from Lageos and nontidal acceleration of Earth rotation, Nature 303, 757–762, (1983), doi:10.1038/303757a0.
- [452] Zharkova V.V., Shepherd S.J., Popova E., Zharkov S.I., Heartbeat of the Sun from Principal Component Analysis and prediction of solar activity on a millenium timescale, Scientific Reports, 5, Article number: 15689, 2015. doi:10.1038/srep15689.
- [453] Zotov L., Comparative Analysis of Benthic Foraminiferal Isotopic Records From Atlantic and Pacific Oceans Over the Past 1 Myr, poster at AGU Chapman Conference on Abrupt Climate Change, Byrd Polar Research Center, Ohio State University, Columbus, USA, 2009.
- [454] Zotov L., C. Bizouard, and N. Sidorenkov, On possible interconnections between Climate change and Earth rotation, talk at COSPAR-2014, MSU, 2014.
- [455] Zhilenko D., Krivonosova O., Gritsevich M., Nonlinear Interaction of Waves in Rotating Spherical Layers, Journal of Physics: Conference Series, 2018, DOI:10.1088/1742-6596/955/1/012015.
- [456] Zhong M., Yan H., Zhu Y., The investigation of atmospheric angular momentum as a contributor to polar wobble and length of day change with AMIP II GCM data, Adv. Atmos. Sci., 19(2), 287-296, 2002.
- [457] Zhou YH., Zhu Q., Salstein D., Xu X., Shi S., Liao X., Estimation of the free core nutation period by the sliding-window complex least-squares fit method. Advances in Space Research, 2016, 10.1016/j.asr.2016.03.028.
- [458] Zhou Y., D. Zheng, N.Yu, H. Wu, Excitation of annual polar motion by atmosphere and ocean, Chinese Science Bulletin, 46:881, June 2001.
- [459] Zhou Y.H., Salstein D.A., Chen J.L., Revised atmospheric excitation function series related to Earth's variable rotation under consideration of surface topography, J. Geophys. Res., 111, D12108, 2006.
- [460] Zhu Y. and Gao B., Dissipation and ellipticity of the Chandler wobble, in: Polar Motion: historical and Scientific problems, ASP Conference series, Vol. 2008: 473-479 (2000).

Сайты, описания, технические записки

- [461] Авторский сайт Л.В. Зотова <http://lnfm1.sai.msu.ru/~tempus/>
- [462] Главный Метрологический Центр государственной службы времени и частоты

- <http://www.vniiftri.ru/index.php/ru/struct/gsvch>
- [463] МССА-анимации <http://lnfm1.sai.msu.ru/~tempus/science/MSSA/index.htm>
- [464] Отфильтрованные в чандлеровском диапазоне ААМ
<http://lnfm1.sai.msu.ru/~tempus/science/Chandler/>
- [465] Отчет II рабочей группы МГЭИК вклад ДО5: Изменение климата в 2014 году: Последствия, адаптация, уязвимость, 2014, www.climatechange2014.org
- [466] Изменение климата на территории РФ, Ежегодные доклады Росгидромета
<http://climatechange.igce.ru/index.php>
- [467] Центр регистра и кадастра РФ, информационная система по водным ресурсам
<http://gis.vodinfo.ru/>
- [468] Число метеостанций на Земле в разные годы <https://esrl.noaa.gov/psd/cgi-bin/data/ISPD/stationplot.v2.pl>
- [469] Bilham Roger interview to Observer, Deadly earthquakes could hit a BILLION people next year because of Earth's slowing rotation, 20.11.2017
- [470] Bettadpur S., Level-2 Gravity Field Product User Handbook, 2007
ftp://podaac.jpl.nasa.gov/pub/grace/doc/L2-UserHandbook_v2.3.pdf
- [471] Cheng MK, Ries J., 2009 Monthly estimates of C_{20} from 5 SLR satellites, GRACE Technical Note 05, ftp://podaac.jpl.nasa.gov/allData/grace/docs/TN-05_C20_SLR.txt
- [472] Description for UT/CSR monthly C_{20} RL-05 time series from SLR
ftp://ftp.csr.utexas.edu/pub/slr/degree_2/C20_RL05.txt
- [473] Earth Orientation Parameters Combination of Prediction Pilot Project
<http://maia.usno.navy.mil/eopcPPP/eopcPPP.html>
- [474] GFZ AAM forecast
ftp://ig2-dmz.gfz-potsdam.de/EAM/operational_EAM_90d_prediction/
- [475] GIA data from <ftp://dutlru2.lr.tudelft.nl/pub/wouter>
- [476] The GRACE plotter www.thegraceplotter.com
- [477] GRACE Tellus <http://grace.jpl.nasa.gov/data/get-data/monthly-mass-grids-ocean/>
- [478] International Centre for Global Earth Models (ICGEM) <http://icgem.gfz-potsdam.de/home>
- [479] IERS Annual Report 2016, 3.5.2, <https://www.iers.org/IERS/EN/Organization/ProductCentres/RapidServicePredictionCentre/rapid.html>
- [480] IERS Bulletens A and B http://hpiers.obspm.fr/iers/bul/bulb_new/Explanatory_Supplement.pdf
- [481] IERS Conventions (IERS Technical Note 36). Gerard Petit and Brian Luzum (eds.), 2010 <http://tai.bipm.org/iers/conv2010/conv2010.html>.
- [482] IERS Global Geophysical Fluid Data,
<http://www.iers.org/IERS/EN/DataProducts/GeophysicalFluidsData/geoFluids.html>
- [483] IERS Earth Orientation Parameters Product Center EOP PC: hpiers.obspm.fr/eop-pc/
- [484] IERS EOP C04 until the last day
ftp://hpiers.obspm.fr/iers/series/opa/eopc04_IAU2000_daily

-
- [485] IERS Earth Rotation Parameters reference series EOP C04
<http://hpiers.obspm.fr/iers/eop/eopc04/>
- [486] IERS Special Bureau for the Atmosphere http://ftp.aer.com/pub/anon_collaborations/sba/
- [487] IPCC Fourth Assessment Report 2007, AR 4,
www.ipcc.ch/publications_and_data/ar4/wg1/en/contents.html
- [488] IPCC fifth assessment report: Climate Change 2013: The Physical Science Basis, 2013 <http://www.climatechange2013.org/>
- [489] International Geomagnetic Reference Field IGRF:
<https://www.ngdc.noaa.gov/IAGA/vmod/igrf.html>
- [490] Jet Propulsion Laboratory, California Institute of Technology, Geocenter – Degree 1 <http://grace.jpl.nasa.gov/data/get-data/geocenter/>
- [491] JPL L2 GRACE data:
<ftp://podaac.jpl.nasa.gov/allData/grace/L2/JPL/RL05.1/>
- [492] Last decade’s slow-down in global warming enhanced by an unusual climate anomaly, JOINT Research center, 2014, <https://ec.europa.eu/jrc/en/news/climate-anomaly-causes-global-warming-slow-down>
- [493] Long-term 30-day estimates of C_{20} from up to 8 SLR satellites
ftp://ftp.csr.utexas.edu/pub/slr/degree_2/Long_term/C20_1976_2011.txt
- [494] NCEP/NCAR reanalysis
<http://www.esrl.noaa.gov/psd/data/gridded/data.ncep.reanalysis.html>
- [495] Permanent Service for Mean Sea Level (PSMSL) <http://www.psmsl.org/>
- [496] Report on the climate peculiarities on the territory of Russian Federation. Hydrometeorological center of Russia, 2013 <http://www.meteoinfo.ru/climate>
- [497] SAI Earth Orientation Parameters forecast
<http://lnfm1.sai.msu.ru/~tempus/pvz/prediction/forecast.html>
- [498] SHAO EOP predictions <http://202.127.29.4/xxq/>
- [499] Simulated Topological Networks <http://www.wsag.unh.edu/Stn-30/stn-30.html>
- [500] Satellite Laser Ranging and Earth Science, NASA International Laser Ranging Service, 2009, <http://ilrs.gsfc.nasa.gov/docs/slrover.pdf>
- [501] SLR geocenter data <ftp://ftp.csr.utexas.edu/pub/slr/geocenter/>
- [502] SLR degree 2 data, CSR: ftp://ftp.csr.utexas.edu/pub/slr/degree_2
- [503] U.S. Naval Observatory <http://www.usno.navy.mil/>
- [504] USNO bulletin A archive ftp://cddis.gsfc.nasa.gov/pub/reports/iers/bulletin_a/

Список иллюстраций

| | | |
|-----|--|----|
| 1.1 | Траектория движения полюса (слева) и погрешности определения координат полюса (справа) по бюллетеню EOP C01. | 33 |
| 1.2 | Портал EOP PC (http://hpiers.obspm.fr/eop-pc/) [483]. | 34 |
| 1.3 | Соотношение между частотами движения промежуточного небесного полюса CIP в земной TRF и небесной CRF системах координат [153]. | 35 |
| 1.4 | Изменения продолжительности суток ΔLOD с 1962 года и модель МСВЗ приливных вариаций в LOD (слева) и погрешность этой величины (справа). | 38 |
| 1.5 | Периодограммы движения полюса (слева) и ΔLOD (справа). | 39 |
| 1.6 | Вейвлет-скалограмма ΔLOD после вычитания модели зональных приливов. | 40 |
| 1.7 | Отклонения небесного полюса dX , dY | 41 |
| 2.1 | Экваториальная функция возбуждения, вызванная полюсным приливом твердой Земли и океана. Рисунок также отражает сдвиг мгновенного полюса инерции. | 50 |
| 2.2 | Отношение $ m_0^-/\Psi_0 $ как функция частоты возбуждения для трех асимметрических случаев: а) только асимметрического полюсного прилива (красным), б) только трехосности (синим), в) комбинированного эффекта (пунктиром). Заметен двойной резонанс на чандлеровской и на противоположной ей частотах. | 57 |
| 2.3 | Амплитуда отношения m_0^-/m_0^+ (а) и собственная эллиптичность движения полюса E как функции частоты (б) для трех случаев: а) только асимметрического полюсного прилива (красная линия), б) только трехосности (синяя линия), в) комбинированного эффекта (пунктирная линия). | 59 |
| 2.4 | Асимметрическое возмущение движение полюса, оцененное по функциям атмосферного (модель ECMWF) и океанического (модель OMST) углового момента. | 61 |
| 2.5 | Асимметрическая и обычная симметрическая части геодезического возбуждения с 2000 по 2012 гг., оцененные по рядам движения полюса IERS C04 (внизу). Соответствующий комплексный Фурье-спектр (вверху) на интервале 1980-2012 гг., который показывает, что асимметрическая компонента, в основном, состоит из ретроградной составляющей на годовом (365 дней) и чандлеровском (433 дней) периодах и амплитудой порядка одной мс дуги, комбинация этих частот ответственна за 6.4-летние биения во времени. | 62 |

- 3.1 АЧХ (а) и ФЧХ (б) системы (3.1) для двух значений чандлеровского периода T_c и добротности Q 66
- 3.2 Спектры движения полюса (слева) и его компоненты (х-координата), полученные комплексным ССА (справа). 67
- 3.3 АЧХ инверсных операторов (а) и результат восстановления чандлеровского возбуждения (б). Вдоль абсцисс показана волна 18.6-летнего прилива. 68
- 3.4 Комплексный спектр ДП (слева) вблизи чандлеровской частоты и АЧХ фильтра Пантелеева. Чандлеровское колебание, полученное комплексным ССА и фильтром Пантелеева, вместе с огибающей (справа). 73
- 3.5 Графики АЧХ фильтра Пантелеева, наложенные на спектр движения полюса (слева), чандлеровское колебание (в центре), и геодезическое возбуждение (справа) для двух значений параметра фильтра f_0 (вверху и внизу). Представлены только x -компоненты; y -компоненты сходны, но имеют задержку по фазе несущей на $\pi/2$ (109 суток). Колебания, выделенные из глобальной температуры на Земле (HadCRUT4), представлены красным цветом вдоль оси абсцисс (справа). 73
- 3.6 Карта абсолютных значений поля ААМ $\langle |X| \rangle$ для давления (вверху) и ветра (внизу) в чандлеровском диапазоне, усредненных на интервале 1948-2012 гг. Графики сверху, слева и снизу получены группированием по широтам и долготам. 75
- 3.7 Модуль изменчивости $\Delta|X|$ относительно среднего ААМ давления (слева) и ветра (справа) в чандлеровском диапазоне частот. 77
- 3.8 Долготно-усредненные (верхний ряд) и широтно-усредненные (нижний ряд) графики Ховмеллера для модуля отклонения $\Delta|X|$ в чандлеровском диапазоне: компонента давления (слева) и ветра (справа). Вклад давления в основном поступает с континентов. 78
- 3.9 Интегрированный эффективный ААМ χ для ветров (синим), давления (зеленым) и их суммы (красным) в чандлеровском диапазоне частот в сравнении с геодезическим возбуждением (пунктиром). Вдоль оси x приведена также волна 18.6-летнего лунного прилива. 79
- 4.1 Долговременное Чандлеровское колебание (х-координата) с 1846 г., выделенное фильтром Пантелеева (вверху) с параметрами $f_c = 0.843$, $f_0 = 0.04 \text{ лет}^{-1}$ и восстановленное для него возбуждение (внизу). 82
- 4.2 Огибающая ЧДП $A(t)$, ее модель (4.3) и прогноз. Для сравнения показана перевернутая 60-летняя компонента изменений температуры на Земле. 84
- 4.3 Изменения фазы чандлеровского колебания и его возбуждения. 85
- 4.4 Значение СКО невязки $\|(\hat{\chi} - W_{corr}\hat{p})\|$ как функции полуширины фильтра $T_0 = 1/f_0$ для слушаая шумов только в наблюдениях (m_2), так и для шумов в наблюдениях и погрешности в операторе (m_1, m_3). 88
- 4.5 Сравнение огибающей геодезического возбуждения, выделенного из наблюдений, и вычисленного по формуле (4.3). 90
- 4.6 Чандлеровское колебание и его модель (4.4) (вверху), и соответствующие им возбуждения (внизу). 92
- 4.7 Первая и вторая производные наблюдаемой и модельной огибающей чандлеровского движения полюса. 94

- 4.8 Модель чандлеровского колебания (4.4) и его возбуждение (слева). Спектр компонент на чандлеровской частоте (справа). 95
- 5.1 Амплитудные отклики обратных операторов $|L_{sym}^{-1}(\omega)|, |L_{asym}^{-1}(\omega)|$ и фильтров Пантелеева на прямой и обратной чандлеровских частотах на фоне спектра движения полюса. 103
- 5.2 Отфильтрованное в прямом и обратном чандлеровском диапазоне движение полюса (слева) и прямое возбуждение, полученное классическим обратным оператором $L_{sym}^{-1}(\omega)$ (справа). Волна изменчивости 18.6-летнего лунного прилива показана вдоль оси абсцисс. 105
- 5.3 Симметрическая Ψ_{sym} (слева) и асимметрическая Ψ_{asym} (справа) компоненты геодезического возбуждения на прямых и ретроградных чандлеровских частотах. 105
- 5.4 Сравнение геодезического возбуждения в прямом (слева) и обратном (справа) чандлеровском диапазоне частот (сумма симметрической и асимметрической частей) с геофизическим возбуждением, связанным с ААМ (вверху), ОАМ (в центре) и суммой ААМ+ОАМ (внизу). . . . 108
- 6.1 Слева: высокочастотные и низкочастотные (сглаженные) изменения продолжительности суток LOD, изменения эффективного углового момента атмосферы ЕААМ (давление+ИВ-ветер) и инвертированная 20-летняя компонента глобальной температуры. Справа: изменения ЕААМ и LOD, усредненные по дням года на интервале 1962-2010 гг. . 112
- 6.2 Главные компоненты (ГК) ААМ давления (вверху) и ветра (внизу), проинтегрированные по всем широтам и долготам. Слева: годовая ГК 1 и тренд ГК 3 сопоставлены с исходными данными. Справа: даны графики с 1990 по 2000 год, представляющие ГК, связанные с полугодовым (ГК 2), квазипятилетним (ГК 4), четырехмесячным (ГК 5) и двухлетним колебаниями (ГК 6). 115
- 6.3 Спектры выделенных ГК для давления (слева) и ветра (справа). Жирной сплошной кривой показаны спектры исходных данных. Остальные кривые отражают спектры главных компонент: ГК 1 имеет годовую периодичность, ГК 2 - полугодовую, ГК 3 соответствует низкочастотным колебаниям, ГК 4 - квазипятилетней моде, связанной с ЭНЮК, ГК 5 имеет четырехмесячную периодичность, ГК 6 и ГК 7 связаны с квазидвухлетним и низкочастотным колебаниями, коррелированными с ЭНЮК. 116
- 6.4 Усредненные карты значений осевых компонент ААМ давления (вверху) и ветра (внизу). Графики сверху, снизу и слева от карты показывают значения, просуммированные по меридианам и параллелям в 5°-ных поясах. 117
- 6.5 Вверху: карты трендов с 1948 по 2011 г. для ГК 3 компонент массы (слева) и движения (справа). Внизу: соответствующие графики для эффективного ЕААМ. 120
- 6.6 Выборка из трех карт ГК 4 ААМ давления (слева) и ветра (справа). Карты вверху соответствуют развитой фазе Эль-Ниньо, внизу - стадии Ла-Нинья. Карты посередине показывают фазовый переход от стадии Эль-Ниньо к Ла-Нинья. 123

- 6.7 ГК 4 АММ давления и ветра, проинтегрированного по всем широтам и долготам в сравнении со сглаженным инвертированным индексом южного колебания SOI. 124
- 6.8 Долготный график Ховмеллера для ГК 4 ветра, связанной с ЭНЮК. С-образные светлые и темные участки иллюстрируют полярное распространение углового момента ветров в этой моде. Максимумы отфильтрованного и инвертированного индекса SOI, соответствующего стадиям Эль-Ниньо, помечены вертикальными линиями. 126
- 6.9 Вверху: карты трендов ГК 3 с 1900 по 2010 гг. выделенные из данных ECMWF для компонент массы (слева) и движения (справа). Внизу: соответствующие графики для эффективного EAAM по данным ECMWF, в сравнении с графиками по данным NCEP/NCAR 127
- 6.10 Выделенная из данных ECMWF АММ давления и ветра ГК 4, проинтегрированная по всем широтам и долготам, в сравнении со сглаженным инвертированным индексом южного колебания SOI. 128
- 7.1 Амплитудный спектр комплексного ряда экваториальных компонент момента импульса ветров по данным NCEP/NCAR в земной системе TRF вверху и в небесной системе CRF внизу (слева), область обратной суточной полосы частот (в центре), область суточных лунных волн (справа). 132
- 7.2 Периодограмма EAAM в небесной системе отсчета, вычисленный по данным NCEP/NCAR за 1949-2012 годы. 133
- 7.3 Слева: вклад изменчивости в южном и северном полушариях в ветровую компоненту EAAM χ'_X (внизу) и χ'_Y (вверху) в диапазоне периодов 2–30 суток. Справа: компоненты X и Y небесного EAAM ветра χ_w и NIB компонента давления χ_p умноженная на коэффициент линейной регрессии = 2.1 (вычислен по данным с 1949 по 2014 после удаления периодов более месяца). Временные ряды представлены за 130 суток, начиная с MJD 50000 (10/10/1995). 135
- 7.4 Слева: исходный и сглаженные спектры небесного экваториального момента импульса ветров вблизи периода 13.6 суток. Справа: спектры, полученные на основе Фурье-преобразования автоковариационной функции и методом Блэкмана-Тьюки. 137
- 7.5 Слева: спектрально-временной анализ небесного экваториального момента импульса ветров с 2005 по 2010 гг. в лунной приливной полосе периодов от 2 до 20 суток. Справа: спектры в 10-градусных широтных поясах по данным с 1948 г. 139
- 8.1 Глобальная средняя температура на Земле (HadCRUT) (слева) и глобальный средний уровень моря (GMSL) (справа) в реконструкциях A [281] и B [330]. 143
- 8.2 Изменения уровня моря по сводным данным альтиметрии в мм с 1993 по 2018 гг. (МССА, $L=60$ лет, ГК 2). 144

- 8.3 60-летние ГК 1, 20-летние ГК 2 и 10-летние ГК 3 колебания глобальной температуры на Земле (красным непрерывным) и уровня моря (синим штрихованным), выделенные совместным МССА данных HadCRUT4 и GMSL A (слева) и HadCRUT4 и GMSL B (справа). Внизу для сопоставления показана волна 9.3-летнего лунного прилива (слева) и числа Вольфа солнечной активности (справа). 146
- 8.4 Изменения индексов Южного колебания El Nino (SOI) вверху слева, Многолетнего атлантического колебания АМО, вверху справа, Северо-Атлантического колебания NAO внизу слева и его проинтегрированной версии внизу справа. 150
- 8.5 Слева: изменения концентрации изотопа кислорода δO^{18} в скважинах 980 (Атлантический океан $55^{\circ}29'$ с.ш., $14^{\circ}42'$ з.д.) и 849 (экваториальный Тихий океан $0^{\circ}11'$ с.ш., $110^{\circ}31'$ з.д.) программы ODP. Кривая показывает циклы оледенений и потеплений за последний миллион лет (ход времени вправо). Справа: периодограмма, на которой видно, что основными периодами являются 95, 41 и 24 тыс лет. Данные Rashid Narunur. 153
- 8.6 Изменения длительности сутко LOD с 2010 по 2017 гг. в сравнении с геодезическим возбуждением по данным EOP PC. Видно влияние Эль-Ниньо 2016 г. 154
- 8.7 Карта средних значений исходных данных $\langle |\chi_x^{mass} + i\chi_y^{mass}| \rangle$ ОАМ ЕССО с 1993 по 2010 год. 158
- 8.8 Сравнение полученной нами интегрированием по всем широтам и долготам функции ЕОАМ ЕССО с шагом 10 суток (черная линия) и взятой с сайта IERS ЕОАМ ЕССО с 6-часовым шагом (зеленая линия). Среднее вычтено. 159
- 8.9 Графики проинтегрированных по всему океану главных компонент ОАМ массы с шагом 10 суток. 159
- 8.10 Изменения ОАМ в 1998 г по сезонам для годовой ГК 1: (1) зима, (2) весна, (3) лето, (4) осень. 161
- 8.11 Среднеквадратическое отклонение годовой компоненты ГК 1 изменчивости ОАМ массы (придонного давления) в период 1993 по 2010 год. . 162
- 8.12 Среднеквадратическое отклонение суммы первых 10 ГК (полная изменчивость) ОАМ массы (придонного давления) в период с 1993 по 2010 год. 162
- 8.13 Тренд (ГК 2) ОАМ массы (придонного давления) с 1993 по 2010 год. . 163
- 9.1 Нефильтрованные данные GRACE ЭУВ, разность между 06.2017 и 01.2003. Вертикальные полосы-страйпы искажают сигнал. 171
- 9.2 Распределение сингулярных чисел, определяющих энергию компонент МССА. 174
- 9.3 Бассейны 15 крупнейших рек России и сумма СЧ 1-10 по ним для 06.2013174
- 9.4 Усредненные по бассейнам 15 крупнейших рек России изменения масс, сумма СЧ 1-10, тренд ГК 2 (вверху) и годовая компонента ГК 1 (внизу). Прогноз суммы СЧ 1-10 нейронной сетью показан справа. 174
- 9.5 Ежемесячные (январь-июнь 2013) аномалии массонакопления для годовой компоненты (ГК 1) по сравнению со средними за предыдущие 10 лет (2003-2012) для соответствующих месяцев. 176

| | | |
|------|---|-----|
| 9.6 | Средние изменения масс для бассейнов отдельных рек России. Суммы СЧ 1-10 показаны сплошной линией, тренды (ГК 2) — пунктирной. . . | 178 |
| 9.7 | Сравнение показаний абсолютного гравиметра ГАБЛ-М в обсерватории на Красной Пресне с данными GRACE для широты и долготы Москвы. Пунктиром дан тренд GIA [388]. | 179 |
| 9.8 | Разность между 2017 и 2003 годами для компоненты тренда (ГК 2) по Евразии. | 181 |
| 9.9 | Разность между 2017 и 2003 годами для компоненты тренда (ГК 2) по всей Земле. | 181 |
| 9.10 | Изменения гравитационного поля (эквивалентного уровня моря) в районе Черного (слева) и Каспийского (справа) морей по данным GRACE. | 182 |
| 9.11 | Медленные изменения массы океана по данным GRACE (тренд ГК-1) с 2003 по 2014 гг. | 184 |
| 10.1 | SLR X , Y , Z -координаты геоцентра с 1992 по 2017 гг. и их линейные тренды (слева). Спектр координат геоцентра (справа). | 192 |
| 10.2 | Главные компоненты, выделенные МССА для X (вверху), Y (в центре) и Z (внизу) координат геоцентра. | 193 |
| 10.3 | Карта смещений геоцентра в экваториальной плоскости x - y (слева) и в сферической системе координат (справа) на интервале 1992-2017 гг. Широта и долгота определяют направления смещений, радиус кружков определяется модулем $ r $ | 195 |
| 10.4 | Исходный ряд коэффициента J_2 , полученный по данным SLR с 1976 по 2017 гг. в сравнении со значениями на основе данных GRACE с 2003 г. | 196 |
| 10.5 | Сопоставление исходного ряда δJ_2 и его аппроксимации первыми десятью СЧ слева. Показан также тренд ГК 2. Графики годовой компоненты ГК 1, декадной ГК 3, квази-20 летней ГК 4 и полугодовой ГК 5 показаны справа. | 197 |
| 10.6 | Сравнение трендов в движении полюса с возбуждениями, реконструированными по C_{21} и S_{21} со спутников GRACE и SLR. Среднее вычтено. GIA модель ICE6G_C показана пунктиром. [12]. | 200 |
| 10.7 | Пересчитанные во влияние на длительность суток LOD ряды коэффициента J_2 по данным SLR с 1976 по 2017 гг. и по данным GRACE с 2003 г. Параболический тренд сменился с убывающего на возрастающий в ~ 2005 г. Пунктиром показан тренд по модели GIA [389]. | 204 |
| 10.8 | Сравнение вызванных J_2 изменений LOD, аномалий температуры и магнитного дипольного момента с долговременной реконструкцией LOD с 1832 по 2017 г. | 206 |
| 10.9 | Слева – долгопериодические вариации в скорости вращения Земли (отфильтрованная и инвертированная LOD), проинтегрированный индекс НАО и 60-летняя компонента (ГК 1) изменений температуры на Земле. Справа – огибающая чандлеровского колебания и ГК 1 изменений уровня моря (GMSL A). | 207 |
| 11.1 | Вверху: сравнение прогнозов x и y координат полюса начиная с 16.06.2016 (57555 MJD). Внизу: – для UT1-UTC, LOD. | 220 |
| 11.2 | Расхождения прогнозов x -координаты полюса, выполненных методами AR, LSC, NNET, COMB, SHAO на интервале 21.01.2016 – 06.12.2016 (MJD 57388-57728). | 221 |

| | | |
|-------|---|-----|
| 11.3 | Расхождения прогнозов y -координаты полюса, выполненных методами AR, LSC, NNET, COMB, SHAO на интервале 21.01.2016 – 06.12.2016 (MJD 57388-57728). | 221 |
| 11.4 | Расхождения прогнозов UT1-UTC, выполненных методами AR, LSC, NNET, COMB, SHAO на интервале 21.01.2016 – 06.12.2016 (MJD 57388-57728). | 222 |
| 11.5 | Расхождения прогнозов LOD, выполненных методами AR, LSC, NNET на интервале 21.01.2016 – 06.12.2016 (MJD 57388-57728). | 222 |
| 11.6 | Цветовые карты отклонений прогнозов LOD, полученных методами AR, LSC, NNET, от наблюдений на интервале 21.01.2012 – 23.05.2017 (MJD 55947-57896). | 223 |
| 11.7 | Цветовые карты отклонений прогнозов x , y , UT1-UTC, полученных методами AR, LSC, NNET, SHAO, COMB, от наблюдений на интервале 21.01.2012 – 24.05.2017 (55947-57896 MJD). | 224 |
| 11.8 | Средняя ошибка ME слева и среднеквадратическая ошибка RMSE справа для координат полюса x , y по прогнозам методами AR, LSC, NNET, COMB, SHAO на интервале 21.01.2012–24.05.2017 (MJD 57388-57896) | 225 |
| 11.9 | То же что и на рис. 11.8, но для UT1-UTC и LOD. | 225 |
| 12.10 | Фильтр Пантелеева (12.77) во временной и частотной областях для двух разных значений f_0 | 280 |

Список таблиц

| | | |
|------|---|-----|
| 2.1 | Численные значения использованных величин. | 52 |
| 3.1 | Зависимость погрешности σ восстановления ЧДП для разных амплитуд шумов a_n в рамках описанной выше модели. | 70 |
| 4.1 | Составляющие модели огибающей чандлеровского колебания (cos) на интервале 1846-2017 г. | 83 |
| 5.1 | Коэффициенты корреляции между геодезическим и геофизическим возбуждениями для симметрической, асимметрической частей и их суммы. | 107 |
| 5.2 | Коэффициенты корреляции между суммарным прямым и обратным геодезическим и геофизическим возбуждениями для x и y (ААМ, ОАМ, сумма). | 107 |
| 6.1 | Стандартные отклонения (СКО) выделенных ГК в мс. Умножение СКО на $\sim \sqrt{2}$ даст амплитуду для гармоник. | 125 |
| 8.1 | Параметры параболических трендов (слева) в уровне моря и реконструкциях GMSL A (в центре) и GMSL B (справа), фигурирующие в формуле $a_0(t - t_0)^2 + a_1(t - t_0) + a_2$, где $t_0 = 1880$ год. | 147 |
| 8.2 | Параметры квази- 60- и 20-летних колебаний в глобальной температуре на Земле HadCRUT4 (слева) и уровне моря в реконструкциях GMSL A (в центре) и GMSL B (справа), оцененные НМНК. | 148 |
| 8.3 | Таблица группировки сингулярных чисел ОАМ массы. | 160 |
| 9.1 | Сводные данные по 15 бассейнам крупнейших рек России, использованных в данном исследовании (STN-30p). | 175 |
| 10.1 | Модель тренда для координат геоцентра, $A(t - t_0) + B$, $t_0 = 1995$ г. с погрешностями σ | 194 |
| 10.2 | Величины (мс/год) трендов возбуждения полюса по моделям GIA. | 202 |
| 10.3 | Скорости дрейфа ДП и тренды в возбуждении (мс дуги в год). | 203 |
| 11.1 | Сравнение точности нашего комбинированного прогноза COMB и прогноза бюллетеня А МСВЗ USNO на интервале 2013-2017 гг. | 226 |
| 11.2 | Сравнение точности нашего комбинированного прогноза COMB и прогноза бюллетеня А МСВЗ USNO за 2016 г. | 226 |

Зотов
Леонид Валентинович

**Исследование связей между вращением
Земли и геофизическими процессами**

Подписано в печать 07.05.2019
Объем 19.6 п.л. Тираж 10 экз.

Отпечатано в отделе оперативной печати